

유전 알고리즘을 이용한 제로터 펌프의 설계변수 특성에 관한 연구 A Study on Characteristic of Design Parameters of Gerotor Pump using Genetic Algorithm

*남형철¹, 신중호², 권순만²

*H. C. Nam¹, J. H. Shin², #S. M. Kwon(smkwon@changwon.ac.kr)²

¹ 창원대학교 대학원 기계설계공학과, ² 창원대학교 기계설계공학과

Key words : Gerotor pump, Design parameter, Genetic algorithm, Hertzian contact stress, Wear rate proportional factor

1. 서론

본 논문에서는 마멸의 주요 인자인 접촉응력과 미끄럼 속도를 이용한 마멸률 비례계수(wear rate proportional factor, WRPF)를 도입하여 제로터 펌프의 마멸 특성을 분석하고 유전 알고리즘(genetic algorithm, GA)을 이용한 최적화를 통해서 내마멸성이 우수한 제로터 펌프의 설계변수를 찾고자 하였다

2. 형상설계

원형 치형을 갖는 외부로터에 대한 공액(conjugate)인 내부로터의 형상(Fig. 1 참조)은 순간속도 중심법^(1,2)에 의해 구할 수 있다.

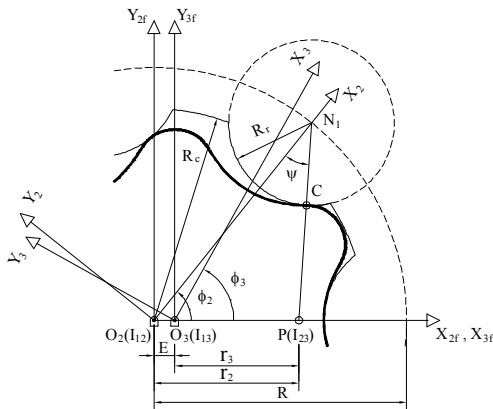


Fig. 1 Outer-rotor design parameters for an inner-rotor

S_{3f} -고정좌표계에서의 내부로터의 형상좌표 ${}^{3f}C$ 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$${}^{3f}C = {}^{3f}M_3(\theta_3) {}^3M_{2f}(\phi_3) {}^{2f}M_2(\phi_2) {}^2C \quad (1)$$

여기서 ${}^2C = [R - R_r \cos \psi \quad -R_r \sin \psi \quad 0 \quad 1]^T$ 이고, iM_j 는 j -좌표계에서 i -좌표계로의 동차 좌표변환 행렬을 나타낸다.

식 (1)의 형상의 좌표를 통해 치형의 꼬임으로 인한 언더컷 방지를 위한 최대 허용 치반경 $(R_r)_{\max}$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$(R_r)_{\max} = r_2 \left(\frac{3}{N+1} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{(\mu^2 - 1)(N-1)} \quad (2)$$

여기서 $r_2 = EN$, $\mu = R/r_2$ 이다.

3. 접촉응력⁽³⁾

챔버내의 유체압력을 무시하였을 경우, 즉 건접촉(dry contact) 시 i -번째 외부로터 치형과 내부로터와의 접촉력 F_i (Fig. 2)는 모멘트 평형식과 Palmgren 관계식⁽⁴⁾을 이용하여 다음과 같이 결정할 수 있다.

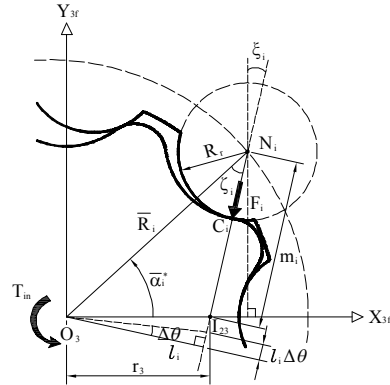


Fig. 2 Derivation of contact forces

$$F_i = \frac{T_{in} l_i^n}{\sum_{j=1}^N l_j^{n+1}} \quad (3)$$

여기서 $n=10/9$ 이며 l_i 는 다음의 식으로 구해진다.

$$l_i = \eta_i \frac{r_3 \bar{R}_i}{m_i} \sin \alpha_i^* \quad (4)$$

식 (4)의 η_i 는 힘이 작용하는 영역(active zone)과 작용하지 않는 영역(inactive zone)을 판별하기 위해 도입된 계수이다. 그리고 $r_3 = E(N-1)$ 이다.

접촉력 F_i 가 결정되면 실린더 접촉을 하는 두 물체 사이의 Hertz 접촉응력 p_H 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$p_H = \sqrt{\frac{F_i E_{eff}}{2\pi H R_{eff}}} \quad (5)$$

여기서 E_{eff} 는 등가 탄성계수, R_{eff} 는 Euler-Savary 방정식⁽⁵⁾을 통해 결정한 등가 곡률반경, H 는 로터의 두께이다.

4. 마멸률 비례계수의 최적화

마멸은 두 물체가 상대운동을 할 때 접촉면에서 미세한 입자들이 물리적·화학적으로 이탈되는 현상으로, 일반적으로 건 마멸하의 마멸률(wear rate)은 접촉하는 두 물체 사이에서 발생하는 접촉응력과 미끄럼 속도에 비례한다.

이에 본 논문에서는 제로터 펌프의 마멸률을 평가하기 위해 마멸률 비례계수(WRPF)를 다음과 같이 정의하였다.

$$WRPF := p_H V_s / \omega_3 \quad (6)$$

본 연구에서는 Table 1과 같은 상용 제로터 펌프의 설계제원을 바탕으로 펌식 E 와 로터의 두께 H 가 고정된 설계제약 상황에서 최적화 문제를 다음과 같이 고려하였다.

Table 1 Commercially available design parameters

Design parameters	Value of parameters
N	9
R	40.725 (mm)
R_r	10.85 (mm)
E	2.85 (mm)
H	9.25 (mm)
R_c	35.8 (mm)

【Problem statement】

Find $\mathbf{X} = \{R, R_r, E = 2.85, H = 9.25, N = 7 \sim 11\}$
 Minimize $f(\mathbf{X}) = p_H V_s / \omega_3$
 Subject to $\begin{cases} \mu > 1 \\ R_r < (R_r)_{\max} \\ V_{th} = 9.76(cc/rev) \\ R_h - R_c \geq T_w \end{cases}$

먼저 제로터 펌프의 설계과정에서 발생할 수 있는 기본 설계조건을 기준으로 다음과 같은 벌칙함수를 제시하였다.

$$P = \sum_{i=1} B_i g_i = B_i (g_1 + g_2 + g_3 + g_4) \tag{7}$$

여기서 B_i 는 벌칙 가중치이며, g_1 과 g_2 는 내부로터의 non-undercut 구속조건, g_3 는 펌프의 토출량에 대한 구속조건, g_4 는 하우징의 크기와 외부로터 벽 두께에 관한 구속조건이다.

망소(smaller-the-better) 특성을 갖는 최적화 결과를 판단하는 적합도(fitness)는 목적함수(f')와 벌칙함수(P)로 구성되며, 이의 평가 식을 본 연구에서는 다음과 같이 설정하였다.

$$Fit = \frac{K}{f' + \gamma P} = \frac{1000}{(WRPF/100) + P} \tag{8}$$

여기서 K 는 적합도 계수이며 본 연구에서는 1000, f' 은 목적함수로서 마멸률 비례계수 (WRPF/100)으로 설정하였고, 벌칙계수(γ)는 +1로 설정하여 벌칙함수 P 가 부여되면 적합도가 감소되도록 하였다.

5. 결과검토

설계변수의 가변성을 확보하기 위해 $N=9$ 를 기준으로 5개의 N 에 대해서 결과를 검토하였다. 각각의 N 에 대해서 5회의 반복 시뮬레이션을 수행하여 도출된 설계변수들의 평균치를 Table 2에 정리 하였다.

Table 2 Optimized design parameters

N	R	R_r	E	H
7	41.98	11.61	2.85	9.25
8	40.46	10.34	2.85	9.25
9	38.06	8.12	2.85	9.25
10	36.43	6.69	2.85	9.25
11	36.06	5.84	2.85	9.25

Table 2의 결과를 고찰해볼 때 최적화후 ($R - R_r$)이 거의 일정하게 유지되고 있음을 알 수 있다. 이는 E, H 가 일정하게 유지되었을 때 이론 토출량 V_{th} 가 어느 일정한 목표 값을 갖기 위해서는, 이론 토출량 산출을 위한 아래 식에서 ($R - R_r$)는 일정한 값으로 유지되

어야 함을 알 수 있다.

$$V_{th} = \frac{4\pi E(R - R_r)H}{1 + 0.01\Delta V_p} \tag{9}$$

여기서 분모항의 ΔV_p 는 잇수 N 에 종속적이며, 이의 결과는 Kim⁽²⁾에 제시된다.

각 N 에 대한 설계변수의 해석 결과를 Table 3에 정리하였다. 최적화의 기준이 되는 상용 제로터 펌프와 같은 $N=9$ 인 경우에는 918.59에서 879.07로 마멸률이 약 8% 감소하였으나 N 이 9보다 작은 경우에는 비록 최적화 과정을 통한 결과라 할지라도 마멸에 취약함을 알 수 있다. 따라서 Fig 3에서와 같이 ($R - R_r$)이 일정하면서 N 이 증가함에 따라 R 과 R_r 이 감소하는 방향으로의 설계가 제로터 펌프의 내구성 향상에 기여하리라 판단된다.

Table 3 Relative wear endurance with the variation of N

N	WRPF	Relative wear endurance	State
7	1171.02	72.52	Optimized
8	993.09	91.89	Optimized
9	918.59	100	Non-optimized
9	879.07	104.30	Optimized
10	818.78	110.86	Optimized
11	764.37	116.79	Optimized

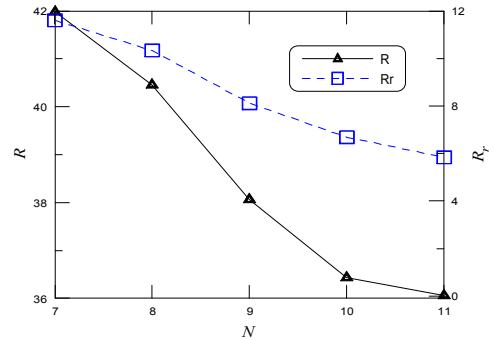


Fig. 3 Trend of R and R_r with the variation of N

6. 결론

본 논문에서는 일반적인 설계과정에서의 설계관점을 고려하여 마멸에 영향을 미치는 주요인자들을 이용한 마멸률 비례계수를 통해서 제로터 펌프의 내구성을 검토하였다. 결과적으로 $N=11$ 인 경우에는 설계기준($N=9$)에 대비하여 내마멸성이 약 17% 향상되었다. 따라서 일정한 토출량을 보장하면서 내마멸성이 우수한 제로터 펌프의 설계변수는 ($R - R_r$)이 일정하게 유지되면서 R 과 R_r 은 감소하면서 N 은 증가하는 방향으로 설계가 이루어져야 한다.

참고문헌

- Shin, J.-H., Kwon, S.-M., 2006, "On the lobe profile design in a cycloid reducer using instant velocity center," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 41, No. 5, pp. 596-616.
- Kim, J.C., 2007, "A study on tooth-profile design in a trochoid-gear pump." Master thesis, Changwon University, Republic of Korea.
- Kwon, S.-M., Kim M.S., Shin, J.-H., 2008. "Analytical wear model of a gerotor pump without hydrodynamic effect" *JSME, Journal of Advanced mechanical Design, System, and Manufacturing*, Vol. 2, No. 2, pp. 230-237.
- Palmgren, A., 1967, *Les Roulements. Description, Theorie, Applications* (SKF Compagnie d'Applications Mecaniques).
- Shigley J.E., Uicker Jr. J.J., *Theory of Machines and Mechanisms*, McGraw-Hill, 1980.