

다중영점광빔의 장거리계측을 실현하기 위한 영점 배치와 전반 변형에 관한 기초 이론

Fundamental Theory on the Zeros Distribution and Propagation Transformation of Multizeros Optical Beams for Long-range Displacement Measurement Applications

후지모토 이쿠마츠¹, 사토 세이치², 쿠리하라 토루², 안도 시게루², 편 영식³
Ikumatsu Fujimoto¹, Seichi Sato², Toru Kurihara², Shigeru Ando² and Young-Sik Pyoun³
¹오구와 기술 연구소, ²동경 대학교 계수공학과, ³선문 대학교 기계공학과

Key words : 6-axis Displacement, Laguerre-Gaussian Beam, Multizeros Optical Beam, Multizeros Points, Superposition, Propagation

1. 서론

LG 빔(Laguerre-Gaussian) 중에서 가장 응용에 적절한 특징적 구조를 가지고 있는 MO 빔(Multizeros Optical Beam; 다중 영점 광 빔)을 이용한 새로운 변위 계측 기술을 개발하기 위해 필요한 기본적인 연구 결과를 보고하고자 한다.

최근 주목되어있는 LG 빔은, 광 축을 중심으로 회전 분포상의 특수한 위상 구조를 가지고 있고 광파는 그 광 축에서 서로 상쇄되므로, 광 강도 분포는 그 축상에 어두운 구멍이 있는 것처럼 보이는 특징을 가지고 있다. LG 빔 중에서 가장 단순한 구조를 가지고 있는 MO 빔은, 다음과 같은 특징을 가지고 있기 때문에, 장거리 변위 계측에의 응용이 기대된다.

(1) 1 중 영점의 경우에는, 이 영점을 정점으로 하는 경사가 급한 원추형의 진폭 분포를 가지고 있기 때문에, 그 중심점은, 3 D 위치 변위 계측에 있어서의 병진 3 축의 변위 계측의 목표 타겟의 정확한 표적이 된다. 또, 회전성의 위상 분포도 가지고 있으며, n 중 제로 점의 경우에는, 그 점을 중심으로 2nπ의 위상 구조를 가지므로, 회전 3 축의 변위 계측에서도 높은 정밀도를 가질 수 있다.

(2) Fourier 변환에 대해서 불변이며, 즉, 회절의 영향을 많이 받지 않고, 스케일이 제외된 진폭·위상 분포가 장거리 전반에 대해서 보편이다.

그러므로 원적 6 축 변위 계측에 적합하다고 생각할 수 있다.

본 연구에서는 MO 빔을 이용한 계측기술을 개발하기 위해서 필요한 기초적 성질을 밝혀보려한다.¹ 특히, 복수의 MO 빔의 중첩에 의한 다중 영점의 분리와 차수(영점의 수, topological charge)의 변형을 중심으로 기본적 전반에 관해서도 함께 검토한다. 그리고 이 빔의 실현 가능성에 관한 기초 실험도 소개한다.

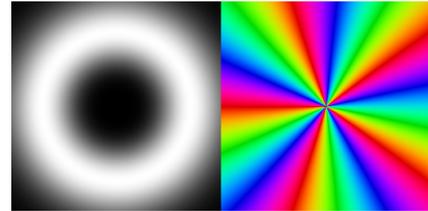
2. MO 빔의 개요

LG 빔 $LG_p^n(r, \theta, z)$ 는, Maxwell의 파동 방정식의 z 축 방향을 광 축으로 하는 원통 좌표계 (r, θ, z) 에 있어서의 해이고 그 빔 중에서 가장 응용에 적절한 구조를 가지고 있는 LG 빔인

$$E(r, \theta) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right] r^n \exp[in\theta] \quad (1)$$

을 이 논문에서는 MO 빔으로 정의한다.

이를 가시화한 Fig. 1에서 알 수 있는 듯이, 위상은 원점에서 불연속이며 그 주위에서는 2nπ의 위상 구조를 가진다. 특히 진폭 분포는 Fig. 2에서 보이는 것과 같이, 원점에서 제로이다.



(a) Amplitude (b) Phase

Fig. 1 Beam profiles of the MO beam with topological charge n=5.

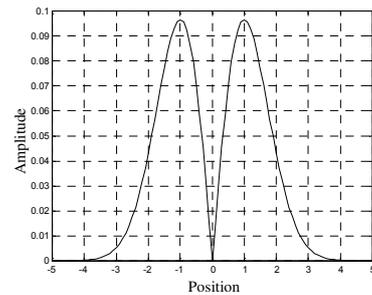


Fig. 2 Cross-section diagram of the amplitude distribution of the MO beam with topological charge n=1.

3. MO 빔의 중첩에 의한 영점 분리

MO 빔의 중첩에 의한 영점 분리에 관한 기본 성질은 다음과 같다.

Gauss 형 진폭 분포가 같고, 차수가 제로이상 이고 최고 차수가 n인 MO 빔의 중첩

$$g(r)(Z^n + \alpha_{n-1}Z^{n-1} + \dots + \alpha_1Z^1 + \alpha_0Z^0) = g(r)f(Z) \quad (2)$$

은 n 개의 영점을 가진다. 여기서,

$$g(r) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right] \quad (3)$$

은 Gauss 형 진폭 분포이고

$$z^k = r^k \exp[ik\theta] \quad (k > 1) \quad (4)$$

은 k 차 다중 영점 형 복소 진폭 분포이고, Z⁰은 평면 파의 진폭 분포이다.

반대로 n 개의 다중 영점을 가지는 MO 빔은 같은 Gauss 형 진폭 분포 g(r)을 가지는 최고 차수가 n인 복수의 MO 빔의 중첩에 의해 얻을 수 있다.

다음, 같은 Gauss 형 진폭 분포를 가지는 2 개의 MO 빔의 중첩으로서 발생하는 복수의 다중 영점을 가지는 MO 빔에 대한 예를 든다. 2 개의 빔을 n 차와 m 차의 2 빔의 중첩

$$g(r)Z^n + g(r)Z^m = g(r)(Z^n + Z^m) \quad (m < n) \quad (5)$$

을 실시하면, 그 영점위치는

$$Z=0, e^{\frac{(2k-1)\pi}{n-m}} \quad (k=1,2,\dots,n-m) \quad (6)$$

로 나타내진다 (단, $m=0$ 의 경우에는 원점은 영점이 아니다). 따라서 영점은 식(6)로부터 알 수 있듯이, 원점과 반경 1의 원주상에 $n-m$ 개의 등 간격으로 배치된다. Fig.3에 $n=5, m=1$ 인 경우의 결과를 예시하고 있다.

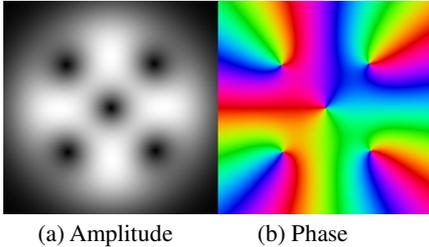


Fig. 3 Composite MO beam produced by superposing the two MO beams whose topological charges are $n=5$ and $m=1$.

여기서, 원점의 차수는 m 이며, 반경 1의 원주상에 배치되는 영점의 차수는 1이다. 또 위상은 반경 r 이 충분히 크면 일회전할 때 $2n\pi$ 가 되고 있다. 따라서 $m=1$ 의 경우에는 모든 영점의 차수는 1이며, 반경 1의 원주상에 등 간격으로 존재하고 있으므로, 병진 변위 의 측정에 있어서 외란의 영향을 억제하면서 고정밀도를 실현할 수 있는 MO 빔의 중첩의 일례이다. 또한, 반경이 충분히 큰 원주상에서도 위상이 $2n\pi$ 이므로 차수 n 가 크면, 회전 변위 계측을 고정밀도로 얻는 것도 가능하게 된다.

4. MO 빔의 전반에 대한 기본 성질

전장과 같게, MO 빔을 계측에 응용 전개할 때, 중요한 자유 공간전반에 있어서의 보존, 회절에 있어서의 보존과 변형에 관한 기본 구조는 다음과 같다.

- (1) 단일의 n 차 MO 빔이 공중전반 하는 경우, 전반거리 L 에 따라서, 그 beam width는 확대하고, 진폭은 저하하므로, 빔의 형상은 변형한다. 그러나, 영점 분리는 행해지지 않고, n 차 MO 빔의 기본 구조는 보존된다.
- (2) 전반전에 같은 Gauss 형 분포를 가지는 MO 빔의 파면은, 자유 공간전반 후에도 같은 Gauss 형 분포를 가진다.
- (3) 구속된 좁은 공간의 전반에서도, 구속되는 공간의 크기가 Gauss 형 분포보다 충분히 크다면, 전반 후에도 거의 같은 Gauss 형 분포를 가진다.
- (4) 전반전의 MO 빔이, 복수의 위치에 영점을 가지고 있을 때, 그 차수는, 자유 공간의 전반의 경우나 Gauss 형 분포보다 aperture 반경이 충분히 큰 경우는, 그 전반 후에도 불변이다.

5. 기초 실험과 그 결과

Fig.4에서 표시하는 것처럼, 기초 실험 시스템은 광원(He-Ne laser)을 2광로에 분할한 2개의 빔의 주파수를 약간 변화시킨 후, 한편은 홀로그램에 통과해서 MO 빔을 발생시키고, 다른 한편은 참조 평면 파를 발생시킨 후 두 빔을 합성함으로써 간섭 빔을 생성한다. 이 간섭 빔으로부터 Heterodyne 계측 방식의 CIS(Correlation Image Sensor²)를 이용하여 MO 빔의 각 위치에 있어서의 진폭과 위상을 구한다. 즉 n 차 MO 빔을

$$E_1(r, \theta) = A_1(r) \exp[i(k_1 z - \omega_1 t - \phi_1(r, \theta))] \quad (7)$$

$$A_1(r) = g(r), \quad \phi_1(r, \theta) = n\theta + \varphi. \quad (8)$$

로 가정하고, 평면 참조 광을

$$E_2(r, \theta) = A_2 \exp[i(k_2 z - \omega_2 t - \varphi)] \quad (9)$$

로 가정한다. 이 때, $Z=0$ 에 있어서의 상기 2개의 빔의 간섭파의 광 강도 $I(r, \theta, t)$ 은,

$$I(r, \theta, t) = |E_1(r, \theta) + E_2(r, \theta)|^2 = [A_1(r)^2 + A_2^2] + [2A_1(r)A_2] \cos((\omega_2 - \omega_1)t + n\theta) \quad (10)$$

로 나타내진다. 여기서, 주파수 $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ 을 참조 주파수로서, 각 위치(r, t)에서, 상기 광 강도와 위상의 상관을 CIS 이미지 센서가 출력함으로써, 진폭 $2A_1(r)A_2$ 과 위상 $n\theta$ 을 구할 수 있다.

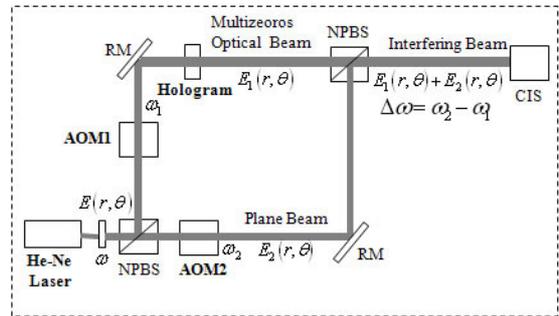


Fig. 4 Heterodyne interference optical system to realize the displacement measurement using a MO beam.

1 차 MO 빔을 상기 광학 시스템에서 발생시키고, 실험실에서 반사경을 이용하여 7.5 m를 왕복시킨 후 (총 15m 정도)의 MO 빔을 Fig. 5에서 표시한다.

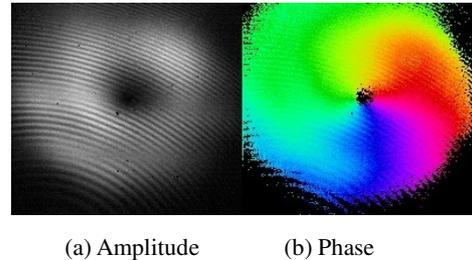


Fig. 5 Beam profiles of the MO beam with topological charge $n=1$ after propagating a distance of about 15 m in the room.

6. 결론

본 논문에서는 MO 빔을 계측에 응용 하기 위하여 기초적 성질을 검토했다. 그 결과, 장거리 변위계측에 가능성이 높다는 것을 확인했다.

참고문헌

1. Fujimoto, I., Sato, S., Kurihara, T. and Ando, S., "Fundamental Theory on the Zeros Distribution and Propagation Transformation of Multizeros Optical Beam," Proc. of Optics&Photonics Japan, pp.604-605, 2007.
2. Ando, S. and Kimachi, A., "Correlation image sensor: Two-dimensional matched detection of amplitude-modulation light," IEEE Trans. Electron Devices, Vol. 50, pp.2059-2066, 2003.