

## 변형률에 따른 탄성계수 변화를 고려한 말뚝의 주면지지력 산정

## Estimation of Pile Shaft Resistances with Elastic Modulus Depending on Strain

김석중<sup>1)</sup>, Seok-Jung Kim, 김성현<sup>1)</sup>, Sung-Heon Kim, 정성준<sup>2)</sup>, Sung-Jun Jung,  
권오성<sup>3)</sup>, Oh-Sung Kwon, 김명모<sup>4)</sup>, Myoung-Mo Kim

<sup>1)</sup> 서울대학교 공과대학 건설환경공학부 석사과정, Graduate Student, Dept. of Civil and Environmental Engineering, Seoul National University

<sup>2)</sup> 서울대학교 공과대학 건설환경공학부 박사과정, Graduate Student, Dept. of Civil and Environmental Engineering, Seoul National University

<sup>3)</sup> 대림산업(주) 기술연구소 과장, Ph. D., Technology Research Institute, Daelim Industrial Co. Ltd.,

<sup>4)</sup> 서울대학교 공과대학 건설환경공학부 교수, Professor, Dept. of Civil and Environmental Engineering, Seoul National University

**SYNOPSIS :** Axial loads and shaft resistances can be calculated by load transfer analysis using strain data with load level. In load transfer analysis, the elastic modulus of concrete is one of the most important parameters to consider. The elastic modulus,  $E_{50}$ , suggested by ACI (American Concrete Institute), has been commonly used. However, elastic modulus of concrete shows nonlinear stress-strain characteristic, so nonlinearity should be considered in load transfer analysis. In this paper, a load transfer analysis was performed by using data obtained from bi-directional pile load tests for four cases of drilled shafts. For consideration of nonlinearity, elastic modulus was calculated by both the Fellenius method and the nonlinear method, assuming the stress-strain relation of concrete to be a quadratic function, and then, the calculated elastic modulus was applied to the estimation of shaft resistance. The calculated shaft resistances were compared with the result obtained using the constant elastic modulus of ACI code. It was found that the f-w curves are similar to each method, and elastic modulus and shaft resistances decreased as strain increased. Moreover, shaft resistances estimated from elastic modulus considering nonlinearity were 5~15% different than those obtained using the constant elastic modulus.

**Keywords :** Elastic modulus, Nonlinear stress-strain, f-w curve

### 1. 서 론

하중전이 측정시험은 말뚝 깊이별로 변형률계를 설치하여 하중단계에 따른 말뚝의 변형률을 계측함으로써 말뚝의 축하중 분포, 충별 주면지지력 등의 산정이 가능하다. 이때 계측된 변형률로부터 말뚝의 축하중을 계산하기 위해서는 정확한 말뚝 강성의 산정이 매우 중요하다. 일반적으로 대부분의 연구들은 콘크리트 말뚝의 탄성계수를 해석의 편의를 위하여 ACI(American Concrete Institute, 미국콘크리트협회)에서 제안한 상수값 ( $E_{50}$ )을 적용한다. 그러나 응력과 변형률의 관계가 비선형성을 띠는 콘크리트 부재의 특성상 상수값을 적용할 경우 해석 결과의 오차가 발생할 것이다.

본 논문에서는 인천대교 현장에서 수행된 4본의 선단부 양방향재하시험 자료를 수집하여 연구를 수행

하였다. 이를 위해, 콘크리트 말뚝 부재의 비선형성을 고려하는 방법 중 Fellenius(1989)가 제안한 방법과 Hognestad 방법(1951)으로 재하시험 및 축하중전이 시험결과를 해석하여 그 결과를 탄성계수를 상수로 가정하였을 때의 결과와 비교 분석하였다.

## 2. 탄성계수 산정 방법

### 2.1 ACI 방법(1996)

콘크리트의 탄성계수를 결정할 수 있는 여러 경험식이나 실험식들이 여러 연구를 통해 제안되어왔다. 이중 미국콘크리트협회의 구조설계기준에서 규정하는 실험식은 콘크리트의 일축압축강도를 이용하여 탄성계수를 계산할 수 있으며, 이는 가장 널리 쓰이는 탄성계수 결정식으로 식 (1)과 같다.

$$E_c = 0.043w_c^{1.5} \sqrt{f_c} \text{ (MPa)} \quad (1)$$

여기서,  $E_c$ 는 콘크리트의 탄성계수이며,  $w_c$ 는 굳은 콘크리트의 단위질량( $kg/m^3$ ),  $f_c$ 는 콘크리트의 일축압축강도이다.

일반적으로 보통의 모래와 골재를 사용한 경우  $w_c$ 는  $2300 kg/m^3$ 정도이며, 이때 식 (1)은 식 (2)로 나타낼 수 있다.

$$E_c = 4700 \sqrt{f_c} \text{ (MPa)} \quad (2)$$

하지만 고강도 콘크리트의 경우 식 (2)는 적합하지 않으며, Cornell대학의 연구결과에 의하면  $f_c$ 가  $30 MPa$  이하라면 식 (2)를, 그 이상이면 다음 식 (3)를 사용하도록 규정하고 있다. 식 (4)는  $w_c$ 를 고려하여 결정한 탄성계수이다.

$$E_c = 0.030w_c^{1.5} \sqrt{f_c} + 7700 \text{ (MPa)} \quad (3)$$

$$E_c = 3300 \sqrt{f_c} + 7700 \text{ (MPa)} \quad (4)$$

### 2.2 Fellenius 방법(1989)

1989년 Fellenius는 콘크리트 말뚝의 경우 그림 1에서와 같이 하중재하시 응력-변형률 관계가 비선형으로 나타나는 것을 고려하여 재하하중이 커짐에 따라 콘크리트의 탄성계수가 감소한다고 제안하였다.

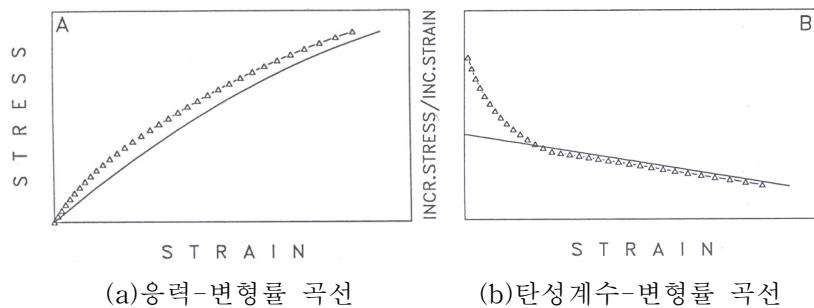


그림 1. 콘크리트 말뚝에서의 응력-변형률 곡선 및 탄성계수-변형률 곡선(Fellenius, 1989)

그림 1의 b)에서 변형률이 작은 하중하 초기에는 말뚝의 주면지지력에 의해서 탄성계수가 크게 감소한다. 그러나 일정 변형률 이상에서 탄성계수와 변형률의 관계가 1차 함수의 형태로 나타낼 수 있으며 Fellenius는 이 접선을 콘크리트 말뚝의 접선탄성계수로 정의하였으며 식 (5)로 나타내었다.

$$E_t = d\sigma/d\epsilon = A\epsilon + B \quad (5)$$

여기서  $E_t$ 는 접선탄성계수,  $\sigma$ 는 응력,  $\epsilon$ 은 변형률이다.

식 (5)를 적분과 Hooke의 법칙을 이용하여 할선탄성계수를 산정하면 다음과 같다.

$$\sigma = \left(\frac{A}{2}\right)\epsilon^2 + B\epsilon \quad (6)$$

$$\sigma = E_s\epsilon \quad (7)$$

$$E_s = 0.5A\epsilon + B \quad (8)$$

여기서  $E_s$ 는 할선탄성계수이다.

본 논문에서는 하중이 작용하는 선단부에서 가장 가까운 심도에 설치된 변형률계에서 측정된 변형률값을 사용하였다. 이는 하중셀과 변형률계가 설치된 심도까지의 구간에서 주면마찰력의 영향을 최소화하기 위함이다. 또한 하중셀과 가장 가까운 변형률계 사이에서 발생하는 주면마찰력의 영향도 고려하기 위하여 다음 그림 2와 같이 각 심도별로 계측된 변형률 값을 이용하여, 변형률 분포를 그린 후 하중셀에서 가장 가까운 2개의 변형률 측정값을 바탕으로 하중셀에서의 변형률을 계산하였다. 계산된 하중셀에서의 변형률과 가장 가까운 심도에서의 변형률의 비를 계측된 변형률에 나누어 변형률을 보정하였으며, 보정된 변형률을 이용하여 각 말뚝의 할선탄성계수를 결정한다.

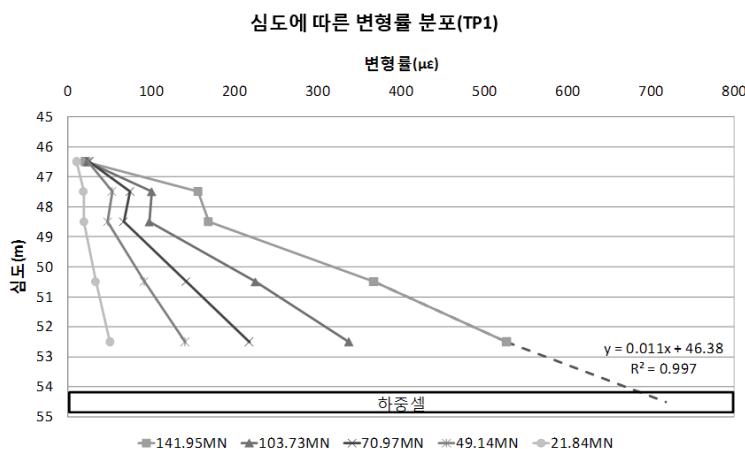


그림 2. 변형률 보정을 위한 심도별 변형률 분포 예시(TP1)

### 2.3 Hognestad 방법(1951)

1951년 E. Hognestad는 콘크리트 일축압축시의 응력-변형률 관계를 그림 3과 같은 2차곡선 형태로 제안하였다.

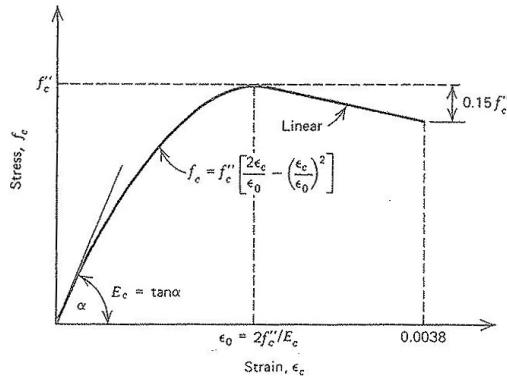


그림 3. 콘크리트 일축압축시의 응력-변형률 곡선(Hognestad, 1951)

이 곡선을 정의하는 2차식을 이용하여 콘크리트의 탄성계수 변화를 고려하였다. 시험말뚝에 사용된 콘크리트의 일축압축강도가 30MPa이상이기 때문에 식(9)를 이용하여 콘크리트 극한강도의 45%지점을 지나는 할선탄성계수를 결정하였다. 식(9)에서 구한  $E_{45}$ 를 이용하여 식(10)과 식(11)로부터 콘크리트의 일축압축강도에 따른  $\epsilon_0$ 를 산정하였다.

$$E_{45} = 3300 \sqrt{f_c''} + 7700 \text{ (MPa)} \quad (9)$$

여기서,  $f_c''$ 는 콘크리트의 일축압축강도이다.

$f_c = E_c \epsilon_c$  이므로  $E_c = E_{45}$ 를 대입하면 식(10)와 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$f_c'' \left[ \frac{2\epsilon_c}{\epsilon_0} - \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right] = (3300 \sqrt{f_c''} + 7700) \epsilon_c \text{ (MPa)} \quad (10)$$

여기서  $\epsilon_c$ 는 콘크리트의 변형률,  $\epsilon_0$ 는 콘크리트가 최대로 응력을 받을 때의 변형률이다.

식(9)에서의  $E_{45}$ 는  $f_c/f_c'' = 0.45$  일 때의 할선탄성계수이므로 식(11)이 성립한다.

$$\frac{f_c}{f_c''} = 0.45 = \left[ \frac{2\epsilon_c}{\epsilon_0} - \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right] \quad (11)$$

식(11)에서 구해진  $\epsilon_0$ 에 따라 응력-변형률 곡선을  $\epsilon_c$ 만의 함수로 정의하고, 변형률계로부터 읽은  $\epsilon_c$  값을 이 식에 대입하여 변형률에 따라 변화되는 탄성계수를 결정한다.

### 3. 말뚝재하시험

#### 3.1 말뚝 제원 및 현장 조건

재하시험을 위한 시험말뚝은 직경 2.25m~2.85m, 길이 51.2m~56.6m 내외로, 대부분 풍화암 층을 통과하고 연암에 근접하여 시공하였으며, 재하시험을 위해 O-Cell을 이용하였다. 말뚝에 설치된 변형률계의 위치와 시추공들의 지반조사 결과 및 실내 암석시험 결과를 그림 4에 도시하였다.

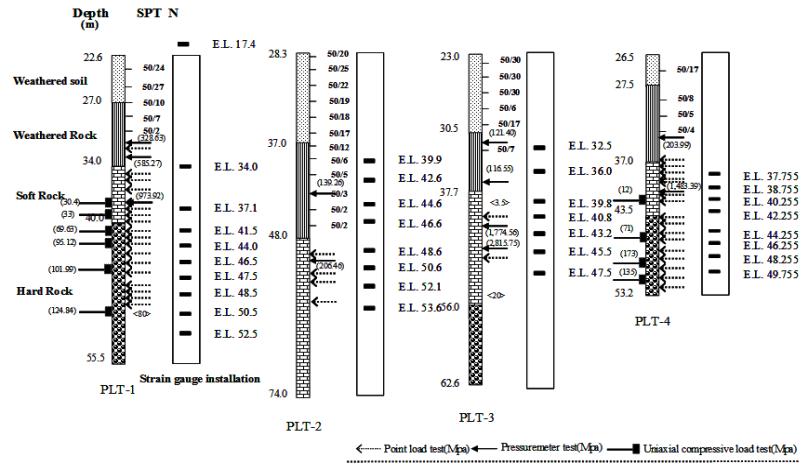


그림 4. 시험 말뚝위치의 평면도 및 지반조사 결과

TP1은 직경 2.85m, 길이 55.4m로, 풍화토, 풍화암 층을 통과하여 연암까지 도달하였고, 선단은 경암까지 근입되었으며 하중은 142MN까지 가하였다. TP2는 직경 2.25m, 길이 56.6m로, 풍화토, 풍화암 층을 통과하여 연암에 근입되었으며 하중은 69MN까지 가하였다. TP3은 직경 2.25m, 길이 52.3m로, 역시 풍화토, 풍화암 층을 통과하여 연암에 근입되었다. 하중은 85MN까지 가하였다. TP4는 직경 2.25m, 길이 51.2m로, 풍화토, 풍화암 층을 통과하여 연암에 근입되었다. 하중은 120MN까지 가하였다.

### 3.2 재하시험 결과

재하시험 결과 설치된 변형률계와 LVDT에서 측정된 변형률과 하중셀에서의 변위를 이용하여 하중주면전이곡선을 결정할 수 있다. 그림 5는 TP1에서의 하중-변위곡선을 도시한 것이며, 그림 6은 재하시험 중 말뚝에 설치된 변형률계의 결과를 이용하여 구한 하중단계별 깊이에 따른 말뚝의 축하중 분포곡선이다. 축하중 분포곡선을 도시할 때에는 ACI 방법으로 구한 콘크리트의 탄성계수를 이용하여 축하중을 계산하였다.

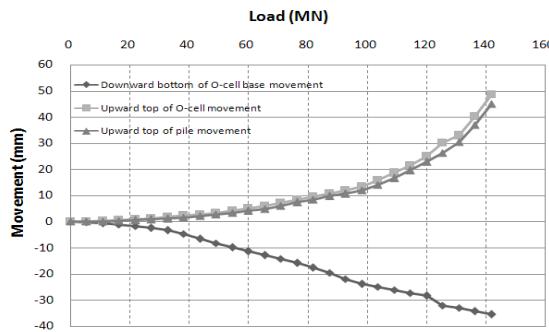


그림 5. 하중-변위 곡선 예시(TP1)

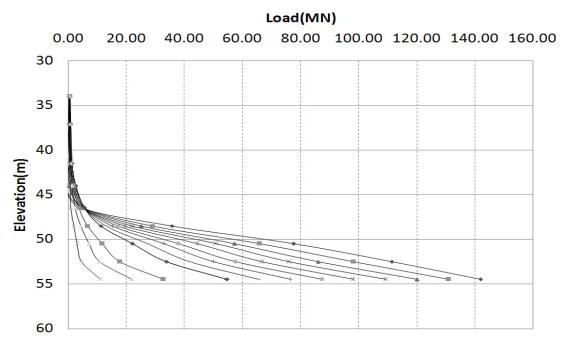


그림 6. 축하중 분포곡선 예시(TP1)

## 4. 결과분석

### 4.1 할선탄성계수

본 논문에서는 인천대교 현장에서 수행된 총 4본의 선단부 양방향 재하시험과 하중전이 측정시험결과를 이용하였다. 각 심도별 변형률 값을 측정하였으며, 이를 이용하여 응력-변형률의 비선형성을 고려한 탄성계수를 결정하여 비교하였다. 그림 7은 각 말뚝별 할선탄성계수-변형률 관계이다.

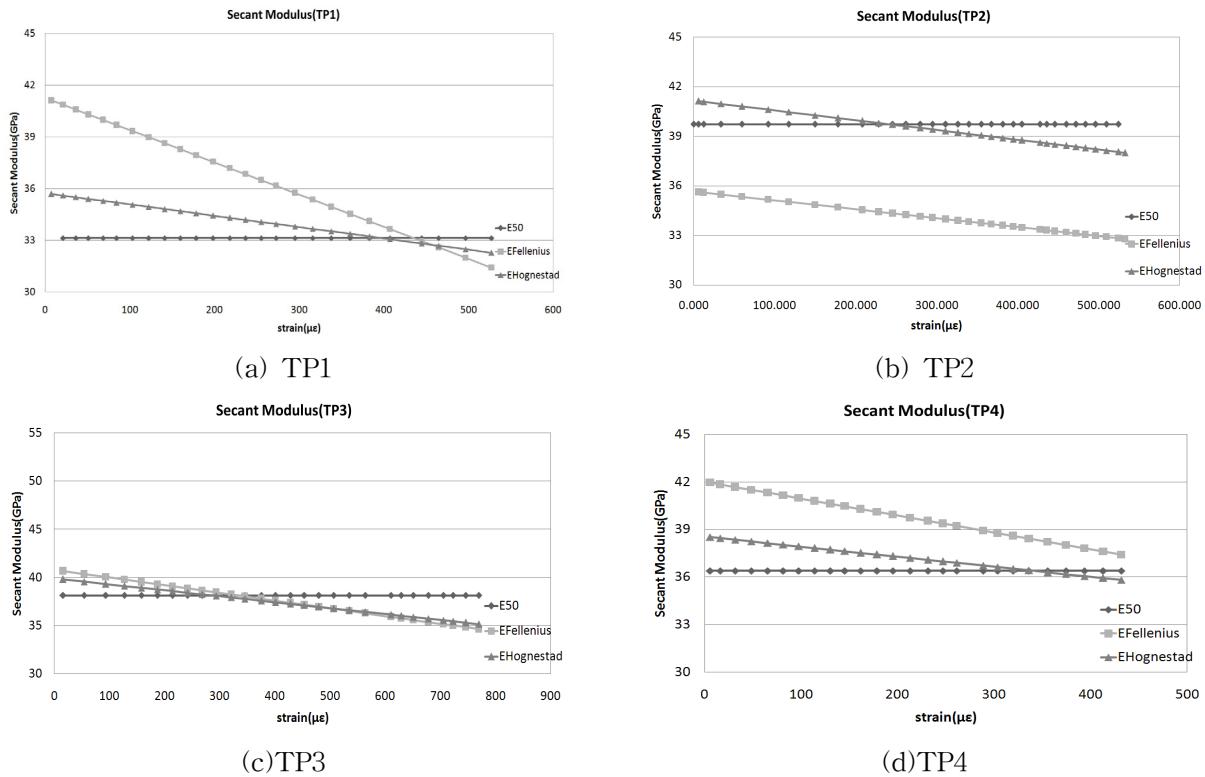


그림 7. 각 현장별 할선탄성계수-변형률 관계

TP2 말뚝을 제외한 나머지 말뚝에서는 응력-변형률의 비선형성을 고려한 탄성계수,  $E_{Fellenius}$ 와  $E_{Hognestad}$ 이 변형률이 작을 때  $E_{50}$ 보다 큰 값을 가지지만 변형률이 증가함에 따라 탄성계수가 감소하여  $E_{50}$ 보다 작아진다. 이때  $E_{Fellenius}$ 의 기울기가  $E_{Hognestad}$ 보다 크며, y절편 역시 큰 것을 관찰할 수 있다. 이는 Hognestad 방법의 경우 변형률 외에도 콘크리트의 일축압축강도,  $f_c$  등 다른 변수를 고려하여 비선형성을 고려한 반면 Fellenius 방법은 계측된 변형률만을 이용하여 탄성계수를 계산하였기 때문에 변형률의 영향이 크기 때문이다. 이때 변형률을 현장조건이나 재하시험상의 문제 등이 모두 포함된 실측 값이며, 변형률 보정을 통해 이런 오차요인의 영향이 더욱 커지기 때문이다.

TP2말뚝의 경우 다른 말뚝과 달리 Fellenius방법으로 구한 탄성계수가 가장 작다. 이는 하중재하시험의 정밀도에서 기인한 문제이다. Fellenius는 그림 1의 b)의 접선탄성계수-변형률 관계를 접선탄성계수를 구하는 목적 이외에도 하중재하시험의 정밀도를 판단하는데 이용하였다. TP2의 경우 그림 8에서 보는 바와 같이 TP1에 비해 변형률이 증가함에 따라 접선탄성계수가 감소하는 경향성이 확실히 관찰되지 않는다. 즉 TP2의 경우 재하시험결과가 다른 말뚝에 비해 좋지 못함을 나타낸다.

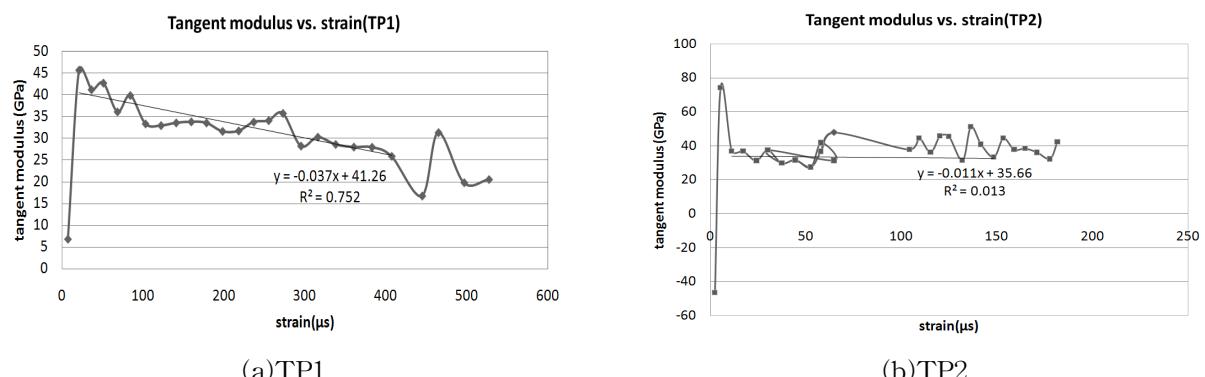


그림 8. 접선탄성계수-변형률 관계

## 4.2 주면하중전이곡선(f-w 곡선)

4.1절에서 구한 탄성계수들을 이용하여 각 분절의 주면하중전이곡선을 도시하고 그 결과를 비교하였다. 그림 9부터 그림 12 은 각 시험말뚝에서 심도별로 산정된 주면하중전이곡선을 나타낸다.

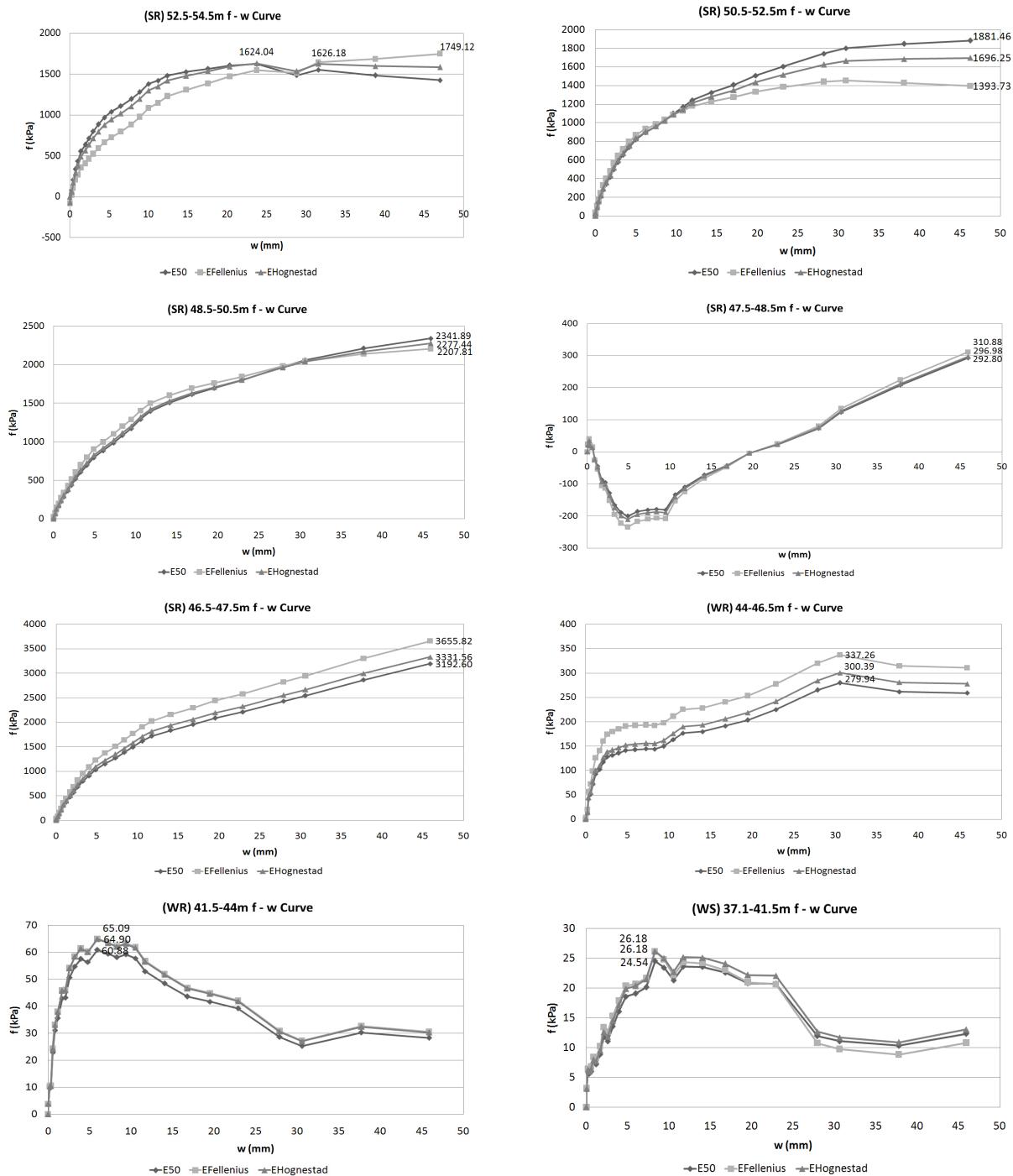


그림 9. TP1 심도별 주면하중전이곡선

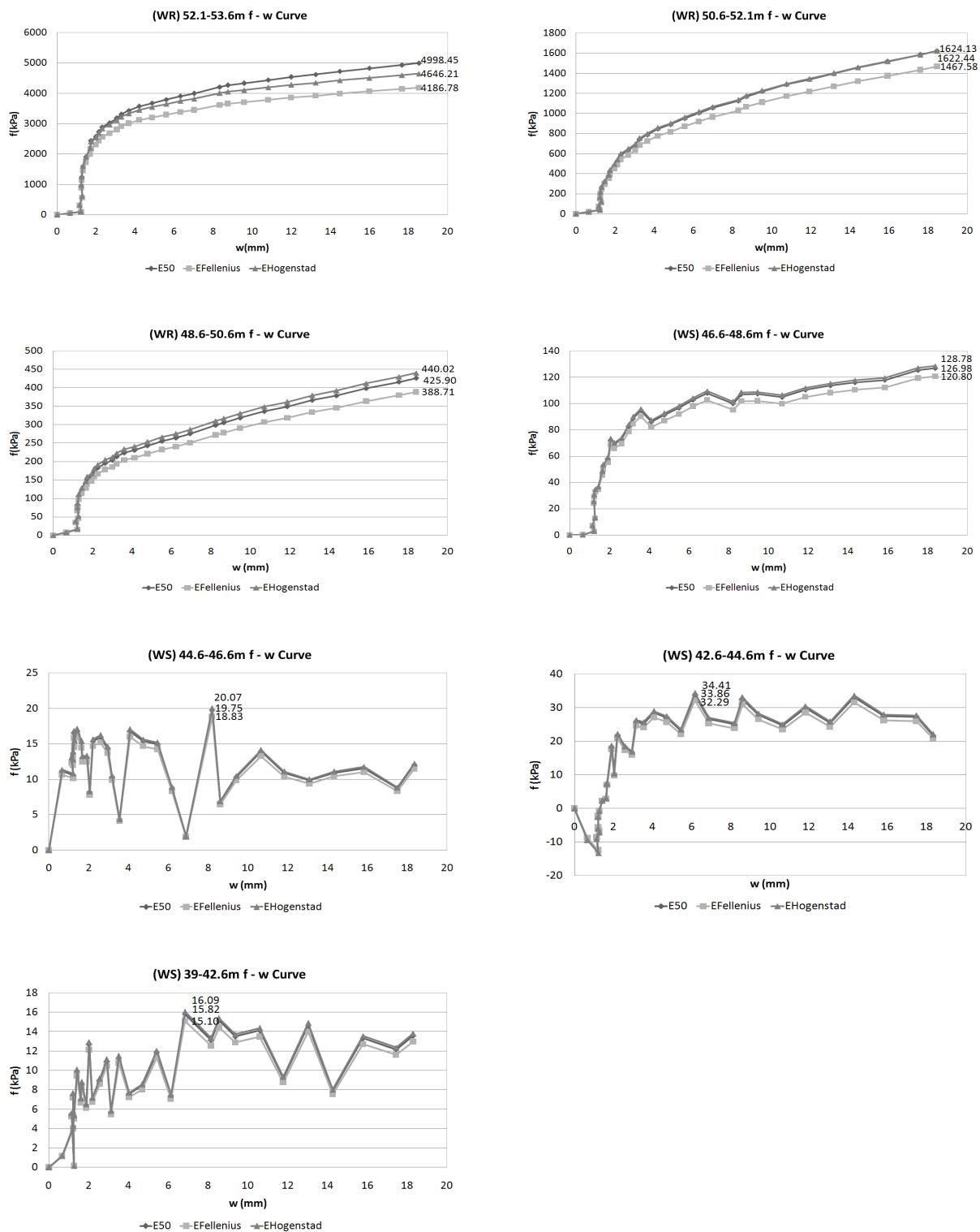


그림 10. TP2 심도별 주면하중전이 곡선

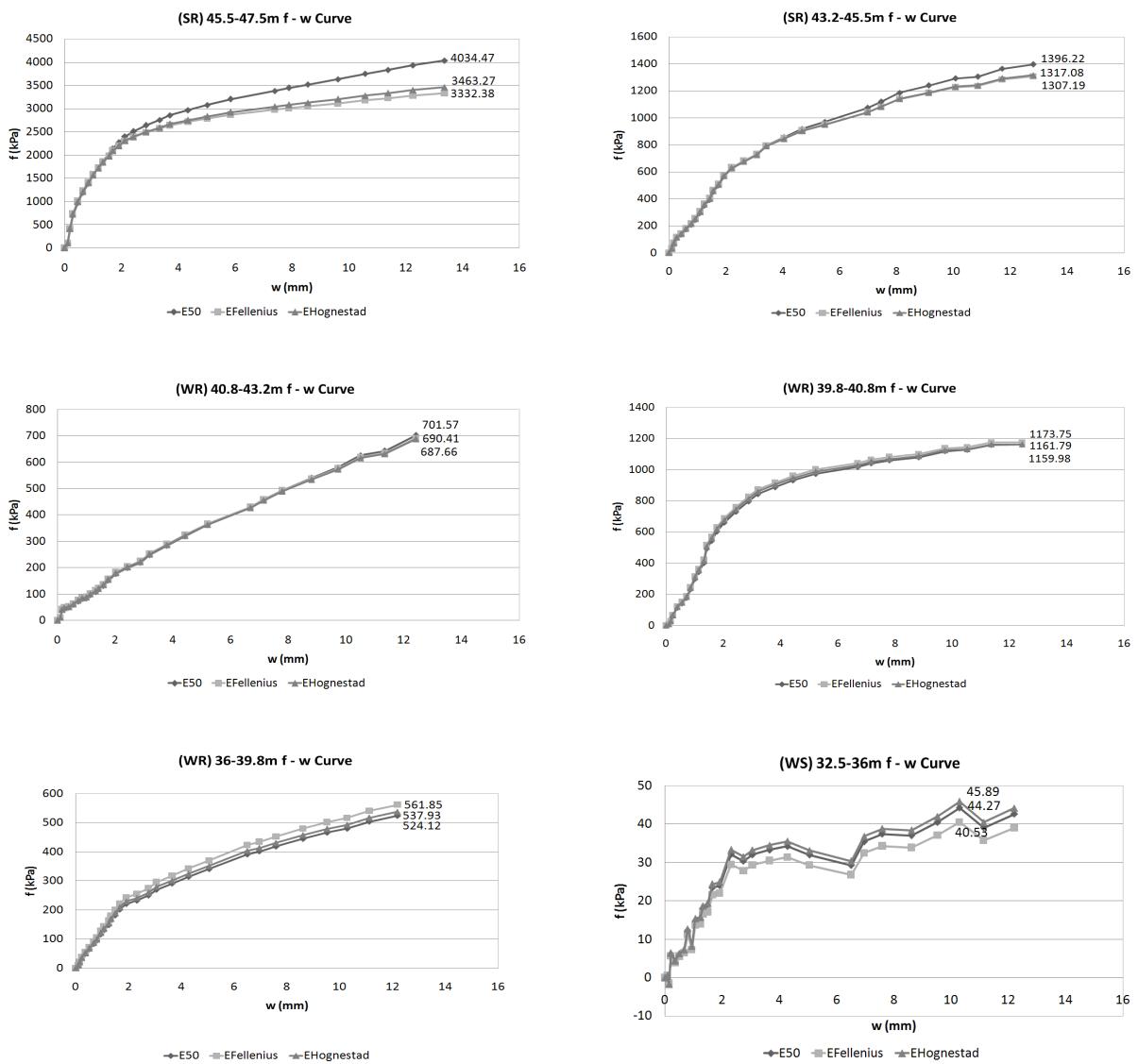


그림 11. TP3 심도별 주면하중전이곡선

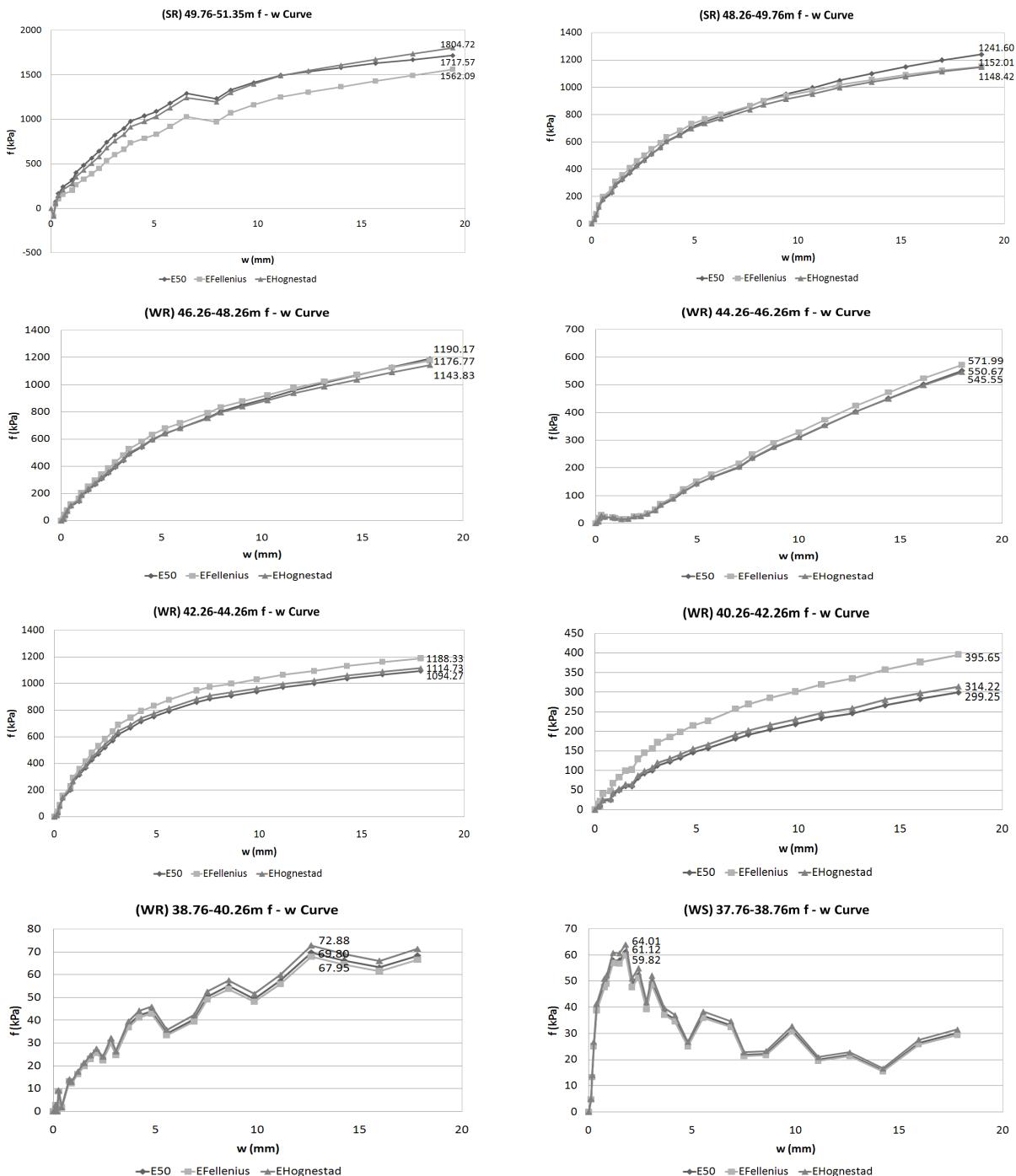


그림 12. TP4 심도별 주면하중전이곡선

위의 결과를 관찰하면 많은 분절에서 변위가 작을 때  $E_{Fellenius}$ 와  $E_{Hognestad}$ 을 사용한 주면하중전이곡선이  $E_{50}$ 으로 산정한 주면하중전이곡선보다 큰 주면마찰력을 가지지만 변위가 커질수록, 즉 변형률이 커질수록 그 차이가 감소하며 일정 변위 이상에서는  $E_{50}$ 보다 작은 주면마찰력을 가지게 되어 그래프가 교차하는 양상을 보인다. 이러한 양상은 변형률이 큰 하중셀에서 가까운 심도에서 더욱 뚜렷이 발견된다. 즉, 항복이 일어날 수 있는 큰 변형률 조건 하에서 Fellenius방법과 Hognestad 방법을 이용하여 분석한 주면하중전이곡선에서의 주면마찰력이 작게 결정된다.

변형률이 작을 때는 비선형성을 고려한 탄성계수가 상수값인  $E_{50}$ 보다 큰 값을 가지지만 변형률이 증가함에 따라 탄성계수가 감소하여  $E_{50}$ 보다 작아진다. 각각의 탄성계수를 사용하여 그려진 주면하중전이

곡선의 경향성이 거의 동일하며 각 분절의  $f_{\max}$  값은 비선형성을 고려한 탄성계수를 이용하여 계산한 값이 상수값을 이용하여 산정한  $f_{\max}$  와 비교하였을 때 약 5~15% 차이를 나타내었다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 콘크리트 말뚝 부재의 탄성계수를 응력-변형률의 비선형성을 고려한 Fellenius방법과 Hognestad 방법으로 결정하여 그 결과를 탄성계수를 상수로 가정하였을 때의 결과와 비교 분석하고자 하였다. 이를 위하여 인천대교 현장에서 수행된 4본의 선단부 양방향재하시험 결과를 이용하여 주면하중전이특성을 평가하였으며 그 결과는 다음과 같다.

1. 응력-변형률의 비선형성을 고려한 탄성계수,  $E_{Fellenius}$  와  $E_{Hognestad}$ 는 변형률에 따라 1차 함수의 형태로 나타낼 수 있다. 분절의 변위가 작을 때  $E_{Fellenius}$  와  $E_{Hognestad}$ 를 사용한 주면하중전이곡선이  $E_{50}$  보다 큰 주면마찰력을 가지지만 변위가 커질수록, 즉 변형률이 커질수록 그 차이가 감소하며 일정 변형률 이상에서는  $E_{50}$ 보다 작은 주면마찰력을 가진다.
2. 변형률이 작을 때는 비선형성을 고려한 탄성계수가 상수값인  $E_{50}$ 보다 큰 값을 가지지만 변형률이 증가함에 따라 탄성계수가 감소하여  $E_{50}$ 보다 작아진다. 서로 다른 탄성계수를 사용함에도 불구하고 주면하중전이곡선의 경향성은 거의 동일하며  $f_{\max}$  값의 오차는 약 5~15% 내외이다.

## 감사의 글

본 연구는 서울대학교 SIR BK21 (안전하고 지속가능한 사회기반건설)사업단과 대림산업의 연구비 지원으로 수행되었으며, 이에 감사의 뜻을 표합니다.

## 참고문헌

1. American Concrete Institute(ACI)(1996), *Building code requirements for structural concrete. ACI Manual of Concrete Practice Part 3: Use of concrete in Buildings - Design, Specifications, and Related Topics.* ACI 318-95
2. Bengt H. Fellenius(1989), "Tangent modulus of piles determined from strain data", *Foundation Engineering : Current Principles and Practices* (GSP 22), pp.500~510.
3. Bengt H. Fellenius(2001), "From strain measurements to load in an instrumented pile", *Geotechnical News Magazine*, Vol. 19, No. 1, pp.35~38.
4. E. Hognestad, N.W. Hanson and D. McHenry(1955), "Concrete stress distribution in ultimate strength design", *ACI Journal*, Proceedings 52 12 , pp. 455 - 479.