

상태궤환 기법을 적용한 회전식 역진자 시스템의 리셋 제어에 관한 연구

한현태\*, 조현철\*\*, 신동기, 이영진, 이권순  
 부산시 사하구 하단2동 840번지 동아대학교 전기공학과

A Study on Control of Rotary Inverted Pendulum systems  
 using State Feedback and Reset Control Approaches

Hyun Tae Han\*, Hyun Cheol Cho\*\*, Dong Gi Shin, Young Jin Lee, Kwon Soon Lee  
 Dong-A University\*, Ulsan University\*\*

**Abstract** - 본 논문은 리셋(reset) 제어이론과 상태궤환 안정성 기법을 이용하여 회전식 역진자 시스템의 강인제어시스템을 제안한다. 우선 복잡한 비선형 역진자 시스템을 평형점에서 선형화한 후 상태궤환기법을 이용하여 안정한 모델을 구성한다. 이 선형시스템 모델에서 발생할 수 있는 시스템 섭동으로 인한 실시간 제어오차를 보상하기 위한 리셋 제어알고리즘을 보조제어시스템으로 추가한다. 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제안한 제어알고리즘의 타당성 및 성능의 개선정도를 분석한다.

1. 서 론

회전식 역진자 시스템은 매우 복잡한 비선형 동특성을 갖기 때문에 기존의 선형시스템 이론으로는 제어시스템을 구성하기가 매우 어렵다. 따라서 최근에 비선형 시스템이론이나 고급 제어방식 등을 이용하여 이러한 역진자 제어시스템을 구성하고 있다.

Astrom과 Furuta는 swing-up 제어방식을 이용하여 안정한 회전식 역진자의 제어시스템을 제안하였으며[1], Juan 등은 시스템 축소기법을 이용하여 회전식 역진자 시스템의 선형제어시스템을 구현하였다[2]. 최근에는 Melba와 Marimuthu가 퍼지제어이론을 이용하여 회전식 역진자 시스템의 balancing 제어시스템을 구성하였다[3].

회전식 역진자 시스템의 제어는 대부분 비선형모델을 선형으로 변환한 후 기존의 제어방식을 적용하는 것이 대부분이다. 이러한 경우 해석적 방법이나 시뮬레이션 등을 통해 만족스러운 제어성능을 검증하였다 할지라도 실시간 시스템실험에서 모델링 오차나 시스템 섭동 등으로 인해 예상치 못한 제어오차가 발생할 수 있다. 따라서 역진자 시스템과 같은 비선형성이 매우 강한 시스템의 경우 이러한 동특성을 보상해야 실시간 제어에서 만족스러운 제어성능을 기대할 수 있다.

본 논문은 상태궤환방식과 리셋제어기법을 이용하여 실시간에서 발생할 수 있는 모델링 오차와 불확실성에 대한 강인한 제어시스템을 제안한다. 우선 평형점에서 선형화모델을 산출한 후 상태궤환 기법을 적용하여 안정한 선형모델을 구성한다. 이러한 선형모델에 대하여 시스템 섭동 및 모델링 오차를 보상하기 위하여 리셋 제어규칙을 추가하여 적용한다. 제안한 제어알고리즘의 타당성을 검증하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 실시하였으며 성능의 우수성을 입증한다.

2. 본 론

2.1 회전식 역진자 시스템의 선형화 모델링

역진자 시스템의 제어응용은 수년간 이어져 오고 있으며 최근에는 보다 복잡한 회전식 역진자 시스템에 대한 연구가 활발히 진행되고 있으며, 본 논문에서 다루는 역진자 시스템의 기구학적 모델은 참고문헌 [2]를 이용하였고, 그림 1과 같으며, 운동방정식은 다음과 같은 Lagrange 방정식으로 표현되어진다.

$$M(\theta_i) \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + C(\theta_i, \dot{\theta}_i) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + N(\theta_i, \dot{\theta}_i) = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 각 행렬은 다음과 같다.

$$M(\theta_i) = \begin{bmatrix} l_1^2(m_1 + m_2) + l_2^2 m_2 \sin^2 \theta_2 & l_1 l_2 \cos \theta_2 \\ l_1 l_2 m_2 \cos \theta_2 & l_2^2 m_2 \end{bmatrix}$$

$$C(\theta_i, \dot{\theta}_i) = \begin{bmatrix} l_2^2 m_2 \theta_2 \cos \theta_2 \sin \theta_2 & l_2^2 m_2 (l_2 \dot{\theta}_1 \cos \theta_2 - l_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2) \sin \theta_2 \\ -l_2^2 m_2 \dot{\theta}_1 \cos \theta_2 \sin \theta_2 & 0 \end{bmatrix}$$

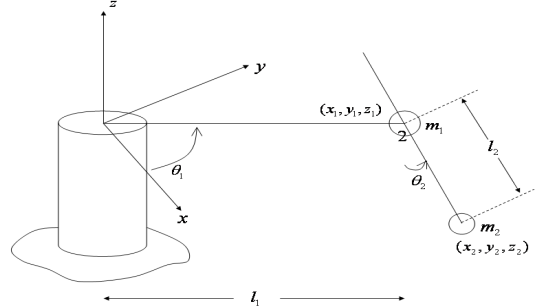
$$N(\theta_i, \dot{\theta}_i) = \begin{bmatrix} b_1 \dot{\theta}_1 \\ b_2 \dot{\theta}_2 + g l_2 m_2 \sin \theta_2 \end{bmatrix}$$

여기서 각각의 파라미터  $l_1$ 과  $l_2$ 는 역진자 시스템의 arm과 pole의 길이,  $b_1$ 과  $b_2$ 는 joint의 감쇄계수,  $m_1$ 과  $m_2$ 는 역진자 시스템과 pole의 질량, 그리고  $g$ 는 중력가속도를 각각 나타낸다. 우선, 평형점  $\theta_2 = \pi$  상태일 때 이 시스템의 선형화 모델은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1^2(m_1 + m_2) - l_1 l_2 m_2 & 0 \\ -l_1 l_2 m_2 & l_2^2 m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \theta_1 \\ b_2 \theta_2 - g l_2 m_2 \theta_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

또한 이를 상태공간 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{g m_2}{l_1 m_1} & -\frac{b_1}{l_1^2 m_1} & -\frac{b_2}{l_1 l_2 m_1} \\ 0 & \frac{g(m_1 + m_2)}{l_2 m_1} & -\frac{b_1}{l_1 l_2 m_1} & -\frac{b_2(m_1 + m_2)}{l_2^2 m_1 m_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{l_1^2 m_1} \\ \frac{1}{l_1 l_2 m_1} \end{bmatrix} u \quad (3)$$



<그림 1> 회전식 역진자 시스템의 기구학적 모델

2.2 상태궤환 기반 시스템의 안정화

2절에서 구현한 선형화 모델은 정의한 평형점에서 불안정한 시스템 동특성을 갖는 것을 알 수 있다. 이러한 경우 선형제어기의 적용이 매우 어려워지며 비선형 구조를 갖는 다소 복잡한 제어기를 이용하여야 한다.

따라서 본 논문은 선형제어기를 적용하기 위한 목적으로 우선 식 (3)의 시스템 모델을 상태궤환기법을 이용하여 안정화한다. 우선, 식 (3)에서 제어입력변수를 다음과 같이 정의한다.

$$u = -Kx + r \quad (4)$$

여기서  $r$ 은 설정치이며,  $K \in R^{1 \times 4}$ 는 파라미터 행렬이다. 식 (4)를 식 (3)에 적용하여 다시 표현하면, 다음과 같으며

$$\dot{x}(t) = \tilde{A}x(t) + B\tilde{r} \quad (5)$$

위의 식에서  $\tilde{A} = A - BKx$ 이며 선형시스템 이론을 이용하여 파라미터 행렬  $K$ 의 값을 적절하게 설정함으로써 식 (5)의 시스템을 안정하게 구성할 수 있다.

### 2.3 리셋 제어시스템

3절에서 설계한 상태궤환 시스템은 실시간 구현에서 시스템의 정확한 상태값을 센서로부터 관측하여야 만족스러운 성능을 기대할 수 있다. 한편, 실시간 구현에서는 센서의 노이즈나 불확실성으로 인하여 해석적인 모델로부터 예상한 시스템의 성능이 저하될 수 있다. 이러한 경우 시스템 섭동이나 외란에 보다 강인하고 적응성을 갖는 제어를 추가하여 제어성능을 보상할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 식 (4)의 공칭제어기에 보조제어기를 추가하는 하이브리드 형태의 제어시스템을 구성하고, 보조제어규칙은 리셋 제어이론을 적용한다. 리셋 제어기법은 Clegg의 적분제어방식[4]을 개선한 형태로서, 시스템의 제어오차  $e(t)$ 가 0이 되면 제어입력  $x_c(t)$ 를 0을 리셋시키며, 그렇지 않은 경우엔 적분기의 형태로서 작동하는 형태이다. 본 논문에서 구성한 리셋 제어시스템의 동특성은 다음과 같다.

$$\begin{cases} \dot{\zeta}(t) = -\alpha\zeta(t) + e(t); & e(t) \neq 0 \\ \zeta(t^+) = 0; & e(t) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

여기서  $t^+ \in t$ 이며  $b > 0$ 이다.

### 2.4 하이브리드 리셋 제어시스템 설계

본 논문에서 제안한 하이브리드 리셋 제어시스템을 식 (4)와 식 (6)의 제어를 선형조합으로 구성한 것이며 제어규칙은 다음과 같다.

$$u = \zeta - Kx \quad (7)$$

식 (6)를 식 (3)의 시스템방정식에 적용하여 augment 형태의 상태공간방정식으로 나타내면 다음과 같다.

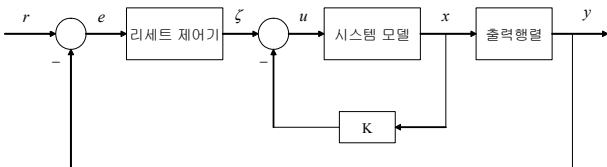
$$\dot{x}(t) = \Gamma x(t) + \tilde{B}w(t) \quad (8)$$

여기서

$$x = \begin{bmatrix} x_p & x_c \end{bmatrix}^T, \quad w(t) = r - n(t) - d(t)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} A & B \\ -C & -b \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

이며  $n$ 과  $d$ 는 시스템 노이즈 및 외란을 각각 나타낸다. 식 (5)에서 안정하기 위한 시스템을 구현하기 위하여 행렬  $\Gamma$ 의 고유치의 실수부가 모두 음수값을 갖도록 제어기 파라미터  $\alpha$ 를 선택하여야 한다. 그림 2는 제안한 하이브리드 리셋 제어시스템의 블록선도를 보여준다.



〈그림 2〉 하이브리드 리셋 제어시스템 구성도

### 3. 컴퓨터 시뮬레이션

본 논문에서 제안한 제어시스템의 성능을 분석하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 실시하였다. 시뮬레이션에 사용된 식 (3)의 시스템 파라미터는 다음과 같다.

$$l_1 = 16.0\text{cm}, \quad l_2 = 20.0\text{cm}, \quad b_1 = 0.00207\text{N} \cdot \text{m}/(\text{rad}/\text{s}),$$

$$b_2 = 0.00157\text{N} \cdot \text{m}/(\text{rad}/\text{s}), \quad m_1 = 128.57\text{g}, m_2 = 190.0\text{g}$$

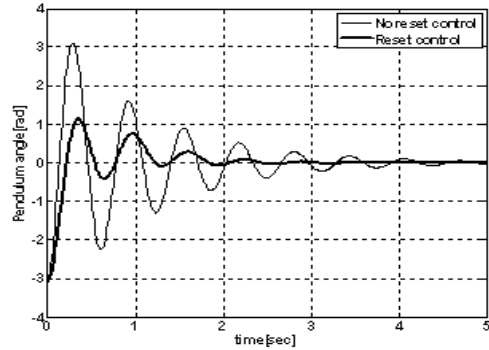
우선, Matlab 프로그램을 이용하여 식 (4)의 상태궤환 제어시스템을 구성하였으며 제어기 파라미터는 다음과 같다.

$$K = [-0.3291 \quad 3.0081 \quad -0.2853 \quad 0.1026] \quad (9)$$

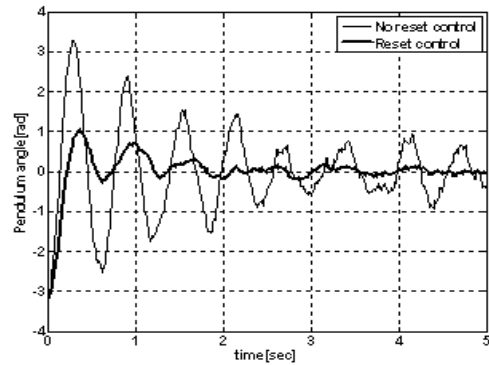
또한 식 (6)의 리셋 제어파라미터는  $\alpha = -0.15$ 로 설정하였다. 그림 3은 리셋 제어시스템이 적용한 경우와 그렇지 않은 경우의 시스템 응답을 보여준다. 리셋 제어가 적용되지 않은 경우 약 4초에서 정상상태구간으로 도달하지만 리셋 제어의 경우 약 2초가량에서 도달하는 것을 볼 수 있다. 또한 초기 오버

슈트의 경우 현저히 줄어든 것을 알 수 있다.

이는 리셋 제어시스템이 과도응답에서 우수한 제어성능을 갖는 것을 알 수 있다. 다음으로, 외란에 대한 강인적응성을 검증하기 위하여 시스템에 Gaussian 확률외란을 인가하였다. 그림 4의 각각의 제어기에 대한 시스템 응답을 보여준다. 리셋 제어가 없는 경우 시간이 갈수록 제어오차가 줄어들지만 정상상태로 도달하지 못하는 것을 볼 수 있다. 반면 리셋 제어의 경우 그림 3의 경우와 마찬가지로 약 2.5초에서 정상상태로 도달하는 것을 알 수 있다. 이 두 시뮬레이션 결과로부터 제안한 리셋 제어시스템에 대한 타당성을 검증하였으며 성능의 우수성을 입증하였다.



〈그림 3〉 시스템 응답 파형



〈그림 4〉 시스템 응답 파형(외란인가)

### 4. 결 론

본 논문은 상태궤환 및 리셋 제어기법을 이용한 비선형 회전식 역진자 시스템의 강인제어시스템을 제안하였다. 우선 비선형 시스템을 선형화하여 상태궤환 기법을 이용하여 안정한 모델로 구성한 후 리셋 제어규칙을 산출하였다. 제안한 제어알고리즘의 타당성을 검증하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 실시하였으며 리셋 제어의 성능을 검증하였다. 향후 연구로는 비선형 시스템 모델에 대하여 리셋 제어알고리즘을 개발할 것이며 해석적 방법을 통해 리셋 제어시스템의 안정성 해석을 실시하고자 한다.

#### 감사의 글

“본 연구는 지식경제부 및 정보통신연구진흥원의 대학IT연구센터 지원사업의 연구결과로 수행되었음”  
(IITA-2008-C1090-0801-0004)

#### [참고 문헌]

- [1] K. J. Astrom, K. Furuta, "Swing up a pendulum by energy control," *Automatica*, vol. 36, pp. 287-295, 2000.
- [2] Z. Juan, C. Jie, D. Lingxum, "Research on control of rotary inverted pendulum via polytope techniques," *IEEE Int. Conf. on Control & Automation*, China, pp. 2885-2889, 2007.
- [3] P. Melba, N. S. Marimuthu, "Design of intelligent hybrid controller for swing-up and stabilization of rotary inverted pendulum," *J. of Engineering & Applied Science*, vol. 3, no. 4, pp. 60-70, 2008.
- [4] J. C. Clegg, "A nonlinear integrator for servo-mechanisms," *Transaction A.I.E.E.*, vol. Part II, no. 77, pp. 41-42, 1958.