

## Interval Type-2 퍼지 집합 기반 퍼지뉴럴네트워크 설계 및 최적화

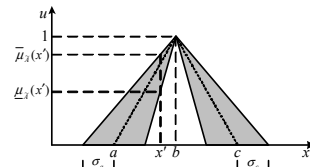
박건준, 오성권, 김현기  
수원대

### Design of Interval Type-2 Fuzzy Set-based Fuzzy Neural Network and Its Optimization

Keon-Jun Park, Sung-Kwun Oh, Hyun-Ki Kim  
The University of Suwon

**Abstract** - 본 논문에서는 Interval Type-2 퍼지 집합을 이용한 퍼지 집합 기반 퍼지뉴럴네트워크를 설계하고 최적화한다. Interval Type-2 퍼지뉴럴네트워크는 각 입력 변수에 따른 서로 분리된 입력 공간을 분할함으로써 네트워크 및 규칙을 구성한다. 규칙의 전반부는 퍼지 입력 공간을 개별적으로 분할하여 표현하고, 각 공간은 Interval Type-2 퍼지 집합으로 구성된다. 규칙의 후반부는 Interval 집합을 이용하여 다항식으로 표현되며, 오류역전과 알고리즘을 이용하여 연결가중치인 후반부 다항식을 학습한다. 또한, 각 입력에 대한 전반부 멤버십함수의 정점과 불확실성 계수 그리고 학습률 및 모멘텀 계수를 유전자 알고리즘을 이용하여 최적 동조한다. 제안된 네트워크는 표준 모델로서 널리 사용되는 수치적인 예를 통하여 평가한다.

범위 내에서 정점을 기준으로 멤버십함수의 값을 선형적으로 표현한다. 여기서,  $a, b, c$ 는 멤버십 파라미터이며  $\sigma_a$ 와  $\sigma_b$ 는  $a$ 와  $b$ 의 불확실성을 의미한다.



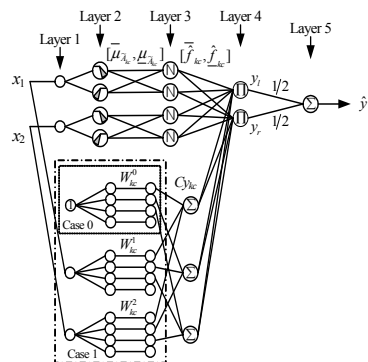
〈그림 1〉 Interval Type-2 퍼지 집합.

#### 1. 서 론

퍼지뉴럴네트워크(FNN; Fuzzy Neural Network)[1-4]는 비선형 공정에 대한 복잡성과 불확실성을 제어하기 위해 많은 연구가 이루어지고 있다. 퍼지이론은 1965년 Zadeh에 의해 제안된 퍼지 집합 이론을 이용하여 비선형적이고 복잡한 실 시스템의 특성을 해석하는데 적용함으로써 시스템의 성능 및 기능면에 있어서 기존의 수학적 모델보다 좋은 결과를 가져왔다. 인간의 두뇌가 이루고 있는 신경의 구조를 모방한 신경망은 학습을 통하여 모델이 지능적으로 행동할 수 있도록 하였고 계산 처리에 있어서 병렬 분산 처리를 함으로써 계산처리 능력을 향상시키는 장점을 가졌다. 인간의 언어 및 사고에 관련된 애매함을 다루는 퍼지이론과 학습능력을 가진 신경회로망을 상호 결합한 지능 모델인 퍼지뉴럴네트워크는 기존의 모델에 비해서 학습속도가 빠르고, 수렴특성이 우수한 장점을 가진다.

Type-2 퍼지 집합의 FOU에 대한 경계는 upper와 lower의 두 개의 Type-1 멤버십함수를 가진다. upper 멤버십함수  $\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x)$ 는  $FOU(\tilde{A})$ 의 상위경계를 나타내며 lower 멤버십함수  $\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)$ 는  $FOU(\tilde{A})$ 의 하위경계를 의미한다.

#### 2.2 퍼지뉴럴네트워크의 구조



〈그림 2〉 Interval Type-2 퍼지뉴럴네트워크 구조

본 논문에서는 전체 입력 공간을 서로 분리된 분할공간을 이용하여 입력 공간을 개별적으로 퍼지 규칙의 전반부를 형성하고 각 공간은 Interval Type-2 퍼지 집합으로 구성된다. 후반부 구조는 Interval 집합을 이용하여 다항식으로 표현되며 오류역전과 알고리즘을 이용하여 다항식 계수를 학습한다. 퍼지 규칙 기반 퍼지뉴럴네트워크는 각 입력 변수에 대한 전반부 멤버십함수의 정점과 불확실성 계수 그리고, 학습률 및 모멘텀 계수와 같은 파라미터들을 최적으로 동조하기 위하여 실수코딩 유전자 알고리즘[4-6]을 이용한다. 또한, 제안된 퍼지뉴럴네트워크는 표준 모델로서 널리 사용되는 수치적인 예를 통하여 평가한다.

전체 입력 변수에 따른 공간 분할에 의한 IT2FNN의 구조는 그림 2에서 각 입력신호는 각 멤버십함수를 거쳐 적합도가 구해지고 적합도는 후반부 출력  $Cy_{kc}$ 와 곱해지며 규칙의 출력을 생성한다. 규칙은 다음과 같다.

#### 2. Interval Type-2 퍼지뉴럴네트워크

##### 2.1 Interval Type-2 퍼지 집합

Type-2 퍼지 집합은 다음과 같은 형태의 Type-2 멤버십함수로 특징지어진다.

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)/x = \int_{x \in X} \left[ \int_{u \in J_x} f_x(u)/u \right] / x, J_x \subseteq [0,1] \quad (1)$$

식 (1)에서, secondary 멤버십함수의 영역은  $x$ 에 대한 primary 멤버십함수이며,  $J_x$ 는  $x$ 에 대한 primary 멤버십함수이다.  $f_x(u)$ 는 secondary 멤버십함수의 크기이다.

$f_x(u)/u = 1, \forall u \in J_x \subseteq [0,1]$ 인 경우에는 secondary 멤버십함수는 Interval이며  $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 는 Interval Type-2 멤버십함수이다. 따라서,  $\tilde{A}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)/x = \int_{x \in X} \left[ \int_{u \in J_x} 1/u \right] / x, J_x \subseteq [0,1] \quad (2)$$

primary 멤버십 값에 대한 불확실성은 footprint of uncertainty (FOU)라 불리는 경계구간을 갖는 Type-2 퍼지 집합으로 표현된다.

$$FOU(\tilde{A}) = \cup_{x \in X} J_x \quad (3)$$

FOU에 대한 예는 그림 1에서 보여준다. FOU는 Type-2 퍼지 집합의 Interval 특성을 강조하기 위하여 균일되게 표현된다. 불확실성은 임의의

$$R^j: \text{If } x_k \text{ is } \tilde{A}_{kj} \text{ Then } Cy_j = g(x_1, \dots, x_k) \quad (4)$$

간략 추론(Case 0) :  $g = W_{kc}^0$

선형 추론(Case 1) :  $g = W_{kc}^0 + \sum_{l=1}^d W_{kc}^l \cdot x_l$

여기서,  $W_{kc}^l = [w_{kc}^l - s_{kc}^l, w_{kc}^l + s_{kc}^l]$ .

$R^j$ 는  $j$ 번째 퍼지규칙을 나타내며,  $\tilde{A}_{kj}$ 는 전반부 퍼지변수로 Interval Type-2 퍼지 집합으로 표현되며  $k, c$ 는 각각 입력 변수의 수와 멤버십함수의 수이다.  $W_{kc}^l$ 는 Interval 집합으로 후반부 계수를 의미하며,  $w_{kc}^l$ 는  $W_{kc}^l$ 의 중심을,  $s_{kc}^l$ 는  $W_{kc}^l$ 의 폭을 각각 의미한다.

전반부 멤버십함수는 이웃하는 멤버십함수와 보수적인 관계를 가진 삼각형 멤버십함수를 사용한다. 각 멤버십함수의  $\sigma_a$ 와  $\sigma_b$ 는 각 퍼지 부분 공간에 속한 데이터의 표준편차에 의해 구해지며, 불확실성 계수  $\rho$ 를 이용하여  $(1+\rho)\sigma$ 에 의해 불확실성을 조절한다.

제안된 퍼지뉴럴네트워크 구조에서 각 층의 연산 과정은 다음과 같다.

[1층] 입력층

$$[2\text{층}] \text{ 입력에 대한 적합도 계산 : } [\bar{\mu}_{\tilde{A}_k}(x), \underline{\mu}_{\tilde{A}_k}(x)] \quad (5)$$

$$[3\text{층}] \text{ 정규화된 적합도 계산 : } \hat{f}_{kc} = [\hat{f}_{kc}, \hat{L}_{kc}] \quad (6)$$

$$\bar{f}_{kc} = \bar{f}_{kc} / \sum_{c=1}^q \bar{f}_{kc}, \quad \hat{L}_{kc} = \hat{L}_{kc} / \sum_{c=1}^q \hat{L}_{kc} \quad (7)$$

[4층] KM 알고리즘

가장 왼쪽 지점  $y_l$  과 가장 오른쪽 지점  $y_r$  은  $\hat{f}_j, j=kc$  에 의존한다.

$$y_l = y_l(\bar{f}_1, \dots, \bar{f}_L, \hat{L}_{L+1}, \dots, \hat{L}_n, C_{y_1}, \dots, C_{y_n}) \quad (8)$$

$$y_r = y_r(\hat{L}_1, \dots, \hat{L}_R, \bar{f}_{R+1}, \dots, \bar{f}_n, C_{y_1}, \dots, C_{y_n}) \quad (9)$$

[5층] 최종 출력

IT2FNN에서 최종 출력은 Interval 집합이다. 따라서, 최종 출력은  $y_l$  과  $y_r$  의 평균에 의해 비퍼지화한다.

$$y^* = \frac{y_l + y_r}{2} \quad (10)$$

### 2.3 퍼지뉴럴네트워크의 학습

네트워크의 학습은 퍼지규칙내의 후반부 다항식 계수인 연결가중치를 가장 적절한 값으로 조정해 나가면서 이루어진다. 학습방법은 오류역전파 알고리즘을 이용하며, 이는 원 출력과 모델 출력간의 차, 즉 오차를 바탕으로 이루어진다.

$$E_p = \frac{1}{2} (y_p - \hat{y}_p)^2 \quad (11)$$

간략 추론의 경우 연결가중치의 조절은 다음과 같이 기존의 값에 오차로부터 구해진 조절량 만큼의 변화를 더해 준다.

$$w_{kc}^0(t+1) = w_{kc}^0(t) + \Delta w_{kc}^0 \quad (12)$$

$$\Delta w_{kc}^0 = \eta \left( -\frac{\partial E}{\partial w_{kc}^0} \right) \quad (13)$$

$$-\frac{\partial E}{\partial w_{kc}^0} = -\frac{1}{2} \frac{\partial E}{\partial \hat{y}} \left( \frac{\partial \hat{y}}{\partial y_l} \frac{\partial y_l}{\partial w_{kc}^0} + \frac{\partial \hat{y}}{\partial y_r} \frac{\partial y_r}{\partial w_{kc}^0} \right) \quad (14)$$

$$s_{kc}^0(t+1) = s_{kc}^0(t) + \Delta s_{kc}^0 \quad (15)$$

$$\Delta s_{kc}^0 = \eta \left( -\frac{\partial E}{\partial s_{kc}^0} \right) \quad (16)$$

$$-\frac{\partial E}{\partial s_{kc}^0} = -\frac{1}{2} \frac{\partial E}{\partial \hat{y}} \left( \frac{\partial \hat{y}}{\partial y_l} \frac{\partial y_l}{\partial s_{kc}^0} + \theta \frac{\partial \hat{y}}{\partial y_r} \frac{\partial y_r}{\partial s_{kc}^0} \right) \quad (17)$$

### 3. 최적화 알고리즘

유전자 알고리즘[4-6]은 자연 선택과 유전학에 기반으로 하는 확률적인 탐색방법으로써 탐색과 해의 가능영역들을 균형 있게 이용하기 위하여 생산, 교배, 돌연변이의 과정을 수행하는 일반성 있는 탐색법으로 비선형 최적화 이론에 탁월한 성능을 발휘하고 있다. 기존의 다른 탐색방법들과 달리 유전자 알고리즘은 해가 될 가능성이 있는 개체집단을 유지하면서 그들 모두가 동시에 최적값을 찾아나가기 때문에 지역 극소에 빠질 위험을 어느 정도 해결할 수 있다는 점과 더불어 모델의 성능지수가 최소가 되는 전역 극소 영역을 찾는 능력을 갖고 있으며, 또한 기존의 방법들과는 달리 선형, 연속, 미분가능 등의 제한이 없기 때문에 다양한 분야에 별다른 제한 없이 적용할 수 있다는 장점을 가진다는 것이 중요한 특징이다.

본 논문에서는 제안된 네트워크에 대한 전반부 멤버쉽함수의 점정, 불확실성 계수 그리고 학습률 및 모멘텀 계수를 최적으로 설정해 주기 위하여 유전자 알고리즘을 이용하여 네트워크의 최적화 과정을 수행하게 된다. 그림 3은 최적 동조를 위한 각 입력에 대한 3개의 멤버쉽함수와 학습률 및 모멘텀 계수의 일련의 염색체 구조를 보여준다.

Chroms for MF apexes of input variable $x_1$	...	Chroms for MF apexes of input variable $x_n$	Chroms for Uncertainty rate	Chroms for Learning rate	Chroms for momentum coefficient
Small, Middle, Big		Small, Middle, Big	$\rho$	$\eta$	$\alpha$

<그림 3> 염색체 구조

### 4. 시뮬레이션 및 결과 고찰

Predicting Chaotic(Mackey-Glass time series) 시계열 공정은 예측 알고리즘의 성능 평가를 위한 대표적인 예로서 사용되는 시계열이다[7]. 다음 식과 같은 비선형 동역학 방정식에 의해 생성된다.

$$\dot{x}(t) = \frac{0.2x(t-\tau)}{1+x^{10}(t-\tau)} - 0.1x(t) \quad (18)$$

기존의 방법들과 비교를 위해 미래값  $x(t+6)$ 의 예측 성능을 알아본다. 제안된 모델의 학습을 위해  $x(118)$ 부터  $x(617)$ 까지 500개의 시계열 데이터를 사용하였고, 예측 성능의 평가를 위해  $x(618)$ 부터  $x(1117)$ 까지 500개의 시계열 데이터를 예측치와 비교하였다. 또한, 테스트 데이터에 15dB 가우시안 잡음을 첨가하여 비교하였다. 제안된 네트워크를 설계하는데 있어서 시스템의 입출력을 4입력 1출력 [ $x(t+30)$ ,  $x(t+18)$ ,  $x(t+12)$ ,  $x(t)$ ;  $x(t+6)$ ]으로 선정하였다. 성능 지수는 RMSE (Root Mean Square Error)를 이용하였다.

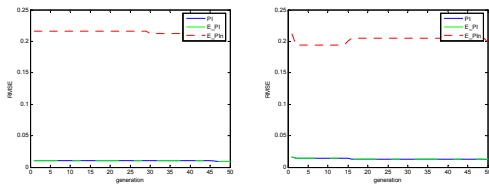
표 1과 표2는 Interval Type-1 FNN (IT1FNN)과 IT2FNN에 대한 시뮬레이션 결과를 보여주며, 그림 4는 유전자 알고리즘에 의한 최적화 과정을 보여준다.

<표 1> 최적화 전의 성능 평가

Model	추론	PI	E_PI	E_PIn
IT1FNN	간략	0.122	0.121	0.161
	선형	0.052	0.050	0.245
IT2FNN	간략	0.116	0.115	0.159
	선형	0.030	0.029	0.202

<표 2> 최적화 후의 성능 평가

Model	추론	PI	E_PI	E_PIn
IT1FNN	간략	0.044	0.044	0.201
	선형	0.009	0.009	0.209
IT2FNN	간략	0.039	0.038	0.203
	선형	0.012	0.012	0.198



<그림 4> 최적화 과정

### 5. 결 론

본 논문에서는 IT2FNN을 설계하였다. 퍼지 규칙의 전반부는 전체 입력공간을 독립적으로 분할하여 형성하였으며, 각 퍼지 부분 공간은 Interval Type-2 퍼지 집합을 이용하여 구성하였다. 규칙의 후반부는 Interval 집합을 이용하여 다항식을 표현하였다. 오류역전파 알고리즘을 이용하여 각 다항식의 계수를 학습하였으며, 실수코딩 유전자 알고리즘을 이용하여 파라미터들을 최적화하였다. 실험에서 알 수 있듯이 제안된 네트워크는 선형추론인 경우 잡음이 첨가된 테스트 데이터에 대해 좋은 결과를 가져왔다.

#### 감사의 글

이 논문은 2007년 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (KRF-2007-511-D00103), 그리고 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2009-0074928).

#### [참 고 문 헌]

- [1] Takeshi Yamakawa, "A Neo Fuzzy Neuron and Its Application to System Identification and Prediction of the System Behavior", Proceeding of the 2nd International Conference on Fuzzy logic & Neural Networks, pp. 447-483, 1992.
- [2] J. J. Buckley and Y. Hayashi, "Fuzzy neural networks: A survey", Fuzzy Sets and Systems, vol. 66, pp. 1-13, 1994.
- [3] J.-S. R. Jang, C.-T. Sun, E. Mizutani, Neuro-Fuzzy And Soft Computing, Prentice-Hall, 1997.
- [4] 오성권, 프로그래밍에 의한 컴퓨터지능, 내하출판사, 2003.
- [5] D. E. Goldberg, Genetic Algorithm in search, Optimization & Machine Learning, Addison wesley, 1989.
- [6] 진강규, 유전알고리즘과 그 응용, 교우사, 2004.
- [7] M.C. Mackey and L. Glass, "Oscillation and chaos in physiological control systems", Science, 197, pp 287-289, July 1977.