

스트랩다운 관성항법시스템의 Psi각 오차 모델 기반 정렬 알고리즘

박슬기*, 황동환**, 이상정**

충남대학교 전자공학과*, 충남대학교 전기정보통신공학부**

Psi Angle Error Model based Alignment Algorithm for Strapdown Inertial Navigation Systems

Sul Gee Park*, Dong-Hwan Hwang**, Sang Jeong Lee**

Department of Electronics Engineering, Chungnam National University*

School of Electrical and Computer Engineering, Chungnam National University**

Abstract - 관성항법시스템에서는 항법을 수행하기 전 항체의 자세를 구하는 정렬을 수행하여야 한다. 본 논문에서는 추정치 기반의 섭동모델인 Psi각 오차모델을 이용하여 정밀 정렬을 수행하는 알고리즘을 제시하고 모의실험을 통하여 정렬 오차가 예상 결과 범위 내로 추정됨을 확인하였다.

1. 서 론

관성항법시스템(INS, Inertial Navigation System)은 관성센서라 불리는 자이로스코프와 가속도계에 의해 항체의 회전 각속도와 선형 가속도를 측정하고 이들 출력을 이용하여 외부의 도움 없이 항법정보를 알아내는 시스템이다[1]. SDINS는 동체에 직접 관성센서를 장착하고 항법컴퓨터에서 수학적으로 정의한 해석적인 플랫폼에서 항법정보를 계산한다. 이것은 작고 가벼워 유지보수면에 유리하므로 점차 사용이 확대되고 있다[2].

관성항법시스템에서는 항법을 수행하기 전 항체의 초기자세를 구하는 정렬과정을 수행하여야 한다. 초기자세오차는 항법을 수행하는 동안 계속 누적되어 항법 오차의 주요 원인으로 작용하게 되므로 항법성능을 향상시키기 위해서는 보다 정밀한 초기정렬 과정이 필요하다[3]. 일반적으로 초기정렬은 중력가속도와 지구 자전각속도를 이용하여 항체의 대략적인 자세를 구하는 개략정렬과 개략 정렬의 오차를 추정, 보정하여 보다 정확한 자세를 계산하는 정밀정렬로 나누어 진다[1].

자이로컴파스 정렬 알고리즘은 먼저 수평축 정밀정렬에 해당하는 정밀 레벨링(Fine leveling)을 수행한 후 수직축의 자이로컴파싱(Gyrocompassing)을 수행한다[6][7]. 자이로컴파스 정렬 알고리즘은 정지시의 오차 모델을 이용한다. 오차모델은 Phi각과 Psi각이 있는데, 대부분의 알고리즘에서는 Phi각 오차모델(Phi angle error model)을 사용하였다[1][7]. Phi각 오차모델은 오차가 없는 이상적인 항법 좌표계와 센서가 장착된 좌표계간의 각을 이용하는 것으로 참 좌표계(True frame)를 알아야만 하므로, 실시간 구현시 사용하는 것으로 적절하지 않음을 알 수 있다.

본 논문에서는 Psi각 오차모델(Psi angle Error Model)을 이용하여 정밀 정렬을 수행하는 알고리즘을 제안한다. Psi각 오차모델은 SDINS인 경우 비정렬 오차에 의해 컴퓨터 좌표계(Computer frame)와 플랫폼 좌표계(Platform frame)간의 각을 이용하는 것으로, 실제 장치간의 관성항법 수행 시 주로 사용하는 것으로 알려져 있다[4].

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 개략정렬 알고리즘을 설명하고 3절에서 Psi각 오차모델을 이용한 정밀 정렬 알고리즘을 제시한다. 정밀 정렬의 오차식을 유도하고 모의 실험을 통해 제안한 알고리즘의 유효성을 검증하였다.

2. 개략정렬 알고리즘

개략정렬 알고리즘은 수평축 개략정렬과 방위각 개략정렬로 나뉜다. 수평축 개략정렬에서는 동체좌표계에서 측정한 중력가속도 성분을 이용하여 롤(Roll)각과 피치(Pitch)각을 계산한다[5][7]. 동체좌표계의 가속도계 출력 \mathbf{f}^b 와 항법 좌표계로 표현한 가속도계 출력 \mathbf{f}^n 는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\mathbf{f}^b = C_n^b \mathbf{f}^n \tag{1}$$

여기서, $\mathbf{f}^b = [f_x^b \ f_y^b \ f_z^b]^T$ 이고, $\mathbf{f}^n = [0 \ 0 \ -g]^T$ 이다. 그리고 C_n^b 는 항법좌표계에서 동체 좌표계로의 방향코사인 행렬이며 g 는 중력을 나타낸다. 식 (1)에서 C_n^b 를 롤각(ϕ) 및 피치각(θ)과 요각(ψ)의 오일러 순서각을 사용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \cos\theta\sin\psi & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta\sin\psi\cos\psi - \cos\theta\sin\psi & \sin\theta\sin\psi\sin\psi + \cos\theta\cos\psi & \cos\theta\sin\theta & 0 \\ \sin\theta\cos\psi\cos\psi + \sin\theta\sin\psi & \cos\theta\sin\theta\sin\psi - \sin\theta\cos\psi & \cos\theta\cos\theta & -g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g\sin\theta \\ -g\sin\theta\cos\theta \\ -g\cos\theta\cos\theta \end{bmatrix} \tag{2}$$

식 (2)로부터 다음과 같이 롤각과 피치각을 구할 수 있다.

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{f_y^b}{f_x^b}\right), \theta = \tan^{-1}\left(\frac{f_z^b}{\sqrt{f_x^{b2} + f_y^{b2}}}\right) \tag{3}$$

방위각 개략정렬에서는 동체좌표계에서 측정한 지구 자전각속도 성분을 이용하여 요(Yaw)각(또는 방위각)을 계산한다. 동체좌표계에서 측정한 지구 자전각속도 ω_e^b 와 항법 좌표계로 표현한 지구 자전각속도 ω_e^n 는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\omega_e^b = C_n^b \omega_e^n = C_n^b [\Omega \cos L \ 0 \ -\Omega \sin L]^T \tag{4}$$

여기서, $\omega_e^b = [\omega_x^b \ \omega_y^b \ \omega_z^b]^T$ 이고, Ω 와 L 은 각각 지구 자전각속도와 위도를 나타낸다. 방향코사인 행렬은 식(3)에서 계산한 롤각과 피치각을 이용하여 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$C_n^b = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ \sin\theta\sin\phi & \cos\phi & \cos\theta\sin\phi \\ \sin\theta\cos\phi & -\sin\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = C_1 C_2 \tag{5}$$

식(4)은 식(5)을 이용하여 다음과 같이 나타낸다.

$$C_1^T \omega_e^b = C_1^T \omega_e^n = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T = [\Omega \cos\psi \cos L \ -\Omega \sin\psi \cos L \ -\Omega \sin L]^T \tag{6}$$

식 (6)로부터 요각을 구할 수 있다.

$$\psi = \tan^{-1}\left[-\frac{\omega_2}{\omega_1}\right] \tag{7}$$

3. 정밀정렬 알고리즘

오차모델은 참 좌표계와 플랫폼 좌표계간의 Phi각 오차모델과 컴퓨터 좌표계와 플랫폼 좌표계간의 Psi각 오차모델로 나뉜다. 참 좌표계는 오차가 없는 이상적인 항법 좌표계이고, 플랫폼 좌표계는 센서가 장착된 좌표계이다. 컴퓨터 좌표계는 INS의 항법 컴퓨터상에 존재하는 것으로 계산상의 좌표계이다. 실제 항법시 정밀 정렬에 사용되는 식은 Psi각 오차모델 식으로부터 유도할 수 있다.

SDINS Psi각 속도 오차 방정식은 다음과 같다[8].

$$\delta \mathbf{V}_e^{b*} = -\psi' \times \mathbf{f}^b + C_{b^*}^b \delta \mathbf{f}^b - (\Omega + \rho) \times \delta \mathbf{V}_e^{b*} + \delta \mathbf{g}^{b*} \tag{8}$$

여기서, ρ 는 항법 좌표계에서의 각속도 변화율이고, 위 첨자 b^* 는 동체 좌표계에서 해석한 컴퓨터 좌표계를 나타낸다. 각속도 변화율 오차는 다음과 같다.

$$\delta \rho_x = \frac{\delta V_{e_x}^{b*}}{R_x}, \delta \rho_y = -\frac{\delta V_{e_y}^{b*}}{R_y} \tag{10}$$

여기서, $R_x = (R_e + h) \cos L$, $R_y = R_e + h$ 이다.

자세 오차 방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$\psi' = -\omega_{b^*}^{b^*} \times \psi' - C_{b^*}^b \epsilon^b \tag{11}$$

개략정렬 결과 수평면에서 방위각 오차가 제일 크므로 식 (11)에서 $\psi'_x, \psi'_y, \psi'_z$ 이므로 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\psi'_x = -\omega_{b^*}^{b^*} \psi'_z - C_{b^*}^b \epsilon_x^b \tag{12}$$

$$\psi'_y = \omega_{b^*}^{b^*} \psi'_z - C_{b^*}^b \epsilon_y^b \tag{13}$$

$$\psi'_z = -C_{b^*}^b \epsilon_z^b \tag{14}$$

항체가 정지하고 있으므로 다음과 같은 조건을 만족하며, 항법 좌표계의 각속도 변화율과 가속도는 0이다.

$$\mathbf{f}^b = [0 \ 0 \ g]^T \tag{15}$$

$$\omega_{e^*}^{b^*} \times \delta \mathbf{V}_e^{b*} \equiv 0 \tag{16}$$

식 (15),(16)를 이용하면 자세 및 속도 오차 방정식 과 항법좌표계의 각속도 오차(Craft rate error) 방정식은 다음과 같다.

$$\delta \dot{V}_{ex}^{b*} = C_b^{b*} \delta \dot{V}_x^{b*} - g \psi'_y + \delta g_{x'}^{b*} \quad (17)$$

$$\delta \dot{V}_{ey}^{b*} = C_b^{b*} \delta \dot{V}_y^{b*} + g \psi'_x + \delta g_{y'}^{b*} \quad (18)$$

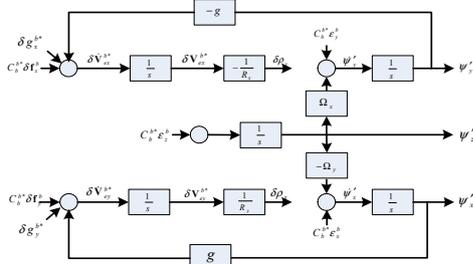
$$\delta \rho_x = \frac{\delta V_{ex}^{b*}}{R_y}, \delta \rho_y = -\frac{\delta V_{ey}^{b*}}{R_x} \quad (19)$$

$$\dot{\psi}'_x = -\omega_{ib^*,y} \psi'_z - C_b^{b*} \epsilon_x^b \quad (20)$$

$$\dot{\psi}'_y = \omega_{ib^*,x} \psi'_z - C_b^{b*} \epsilon_y^b \quad (21)$$

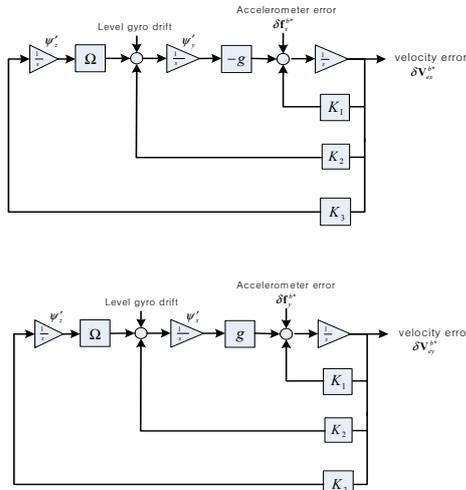
$$\dot{\psi}'_z = -C_b^{b*} \epsilon_z^b \quad (22)$$

식 (17)~(22)을 이용하여 그림 1과 같이 블록 선도로 나타낼 수 있다.



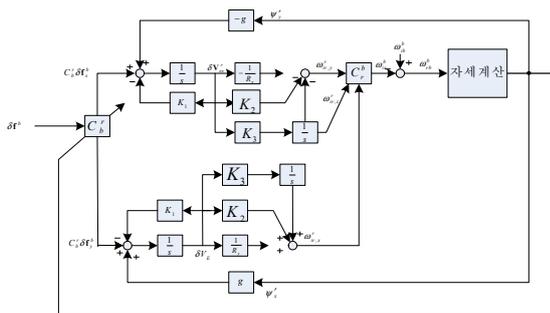
<그림 1> Psi각 오차모델을 이용한 정지상태의 SDINS 오차 블록 선도

정밀 정렬은 개략정렬과 마찬가지로 x, y 축의 가속도계에 중력이 측정되지 않도록 유지하고, 방위각을 일치시키기 위해서 y 축의 자이로에 지구 자전 각속도가 측정되지 않도록 유지하면 된다. 이 과정에서 SDINS에서는 계산상의 좌표 변환 행렬을 변화시켜 항법 좌표계와 일치시킨다. 먼저 수평축 정렬인 정밀 레벨링을 먼저 수행하는데, 그림 1과 같이 자세 오차는 속도에 영향을 미치므로, 속도가 0이 되도록 피드백 루프의 제한 이득값을 설정해야 한다. 그 다음으로 수행하는 수직축 정렬인 자이로컴파싱 또한 속도를 입력으로 피드백 루프를 이용하여 방위각을 일치시킨다. 그림 2는 이러한 피드백 루프를 나타낸 것이다.



<그림 2> 정밀 정렬 피드백 루프 구조

위의 피드백 루프 구조를 SDINS 정밀정렬에 적용한 블록 선도는 그림 3과 같다.



<그림 3> Psi각 오차모델을 이용한 SDINS 정밀 정렬 블록 선도

정밀 정렬의 루프 이득을 결정하기 위하여 먼저 루프의 특성방정식을 구하면 다음과 같다.

$$s^3 + K_1 s^2 + K_2 \sqrt{\frac{g}{R}} s + K_3 \sqrt{\frac{g}{R}} = (s + \alpha)(s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2) \quad (23)$$

식 (23)에서 이득은 오버슈트 5%, 정착시간 11초의 조건을 만족하는 값으로 설정한다.

정밀 정렬에서 유발되는 정렬오차는 가속도계와 자이로의 센서오차를 랜덤상수로 두고 최종치 정리를 적용하여 정상상태에서의 해를 구하면 다음과 같다.

$$\psi_{N,ss} = \frac{\delta f_E}{g}, \psi_{E,ss} = -\frac{\delta f_N}{g}, \psi_{D,ss} = \frac{\delta \omega_E}{\Omega \cos L} \quad (24)$$

5. 성능 검증

본 논문에서 제시한 정렬 알고리즘의 유효성을 확인하기 위하여 모의 실험을 수행하였다. 모의 실험은 중저급 관성센서에 속하는 미국 허니웰사의 HG1700AE IMU를 대상으로 수행하였는데 이에 대한 사양은 표 2와 같다. 몬테카를로(Monte-carlo)방식으로 50회의 모의실험을 수행하였으며 개략정렬 60초, 정밀정렬 500초 수행하였다.

시뮬레이션 결과는 표 3과 같으며 동체좌표계와 항법좌표계가 일치된 경우를 기준으로 오차를 나타낸다. 표 3의 결과로부터 예상오차 범위 내에서 동체의 초기자세를 비교적 정확하게 추정함을 알 수 있다.

<표 2> HG1700AE IMU의 사양

오차요소	크기(1σ)
자이로 랜덤바이어스	1 °/hr
자이로 백색잡음	80 μrad
자이로 랜덤워크	0.125 °/√h
가속도계 랜덤바이어스	1 mg
가속도계 백색잡음	0.008 ft/sec
가속도계 랜덤워크	0.065 ft/sec/√h

<표 3> 초기정렬 모의실험 결과

	개략정렬	정밀정렬	예상 오차
롤 각 (도)	-0.05719	-0.05575	0.0573
피치각 (도)	0.05714	0.05644	0.0573
요 각 (도)	-3.71702	-3.59626	5.4576

5. 결론 및 추후 연구과제

본 논문에서는 Psi각 오차모델을 이용하여 스트랩다운 관성항법시스템의 초기정렬 알고리즘을 제시하였다. 항체가 정지 상태에서 수행하는 초기정렬 알고리즘은 개략정렬과 정밀정렬로 구성되는데 정밀정렬을 Psi각 오차모델을 이용하였다. 정밀 정렬에 대한 오차해석을 수행하였으며 초기 정렬 알고리즘에 대한 모의실험을 통하여 정렬 오차가 예상 결과 범위 내로 추정됨을 확인하였다.

추후에는 SDINS센서를 대상으로 실시간 실험을 수행할 것이며, 본 논문에서 제시한 정렬 알고리즘은 관성항법시스템이나 GPS/INS 통합항법시스템의 구현시 유용하게 사용될 수 있을 것이다.

[참 고 문 헌]

- [1] K.R.Britting, *Inertial Navigation Systems Analysis*, John Wiley & Sons Inc., 1971.
- [2] A. Lawrence, *Modern Inertial Technology*, Springer Verlag Inc., New York, 1993.
- [3] D.H. Titterton, J. L. Weston, *Strapdown Inertial Navigation Technology*, Peter Peregrinus, United Kingdom, 1997.
- [4] SAM C. BOSE, *Lecture Notes on GPS/INS INTEGRATED NAVIGATION SYSTEMS*, Technalytics, Inc., 1997
- [5] 김영선, "자세 측정 GPS 수신기를 이용한 SDINS 초기정렬", 충남대학교 석사학위 논문
- [6] G. R.Pitman, *Inertial Guidance*, Jogn Wiley & Sons, 1962.
- [7] 김종혁, 문승욱, 이시호, 김세환, 황동환, 이상정, 나성웅, "스트랩다운 관성항법시스템의 초기정렬 알고리즘 구현", 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제 6권 제 2호, 2002. pp.138~145
- [8] H.K.Lee, J.G.Lee, Y.K.Roh, C.G.Park, "Mdoeling Quaternion Errors in SDINS: Computer Frame Approach", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol.34, No.1, 1998. pp.289~299