

## DC-DC 컨버터에 대한 강인한 PI 제어기 설계

이현석\*, 고창민\*, 박성훈\*, 박승규\*, 안호균\*  
창원대\*

### Design of Robust PI Controller for DC-DC Converter

Hyun-Seok Lee\*, Chang-Min Ko\*, Seong-Hun Park\*, Seung-Kyu Park\*, Ho-Kyun Ahn  
ChangWon National University\*

**Abstract** - Nowadays DC-DC converter has been used widely in electronic production. It has a high requirement in wide input voltage, load variations, stability, providing a fast transient response and the most important thing is that it can be applied easily and efficiently. However, it is not easy to be controlled because of nonlinear system. This study introduces a fuzzy linear control design method for nonlinear systems with optimal  $H^\infty$  robustness performance. First, the Takagi and Sugeno fuzzy linear model is employed to approximate a nonlinear system. Next, based on the fuzzy linear model, a fuzzy controller is developed to stabilize the nonlinear system, and at the same time the effect of external disturbance on control performance is attenuated to a minimum level. Thus based on the fuzzy linear model,  $H^\infty$  performance design can be achieved in nonlinear control systems. Linear matrix inequality (LMI) techniques are employed to solve this robust fuzzy control problem. PI control structure is used and the control gains are determined based on  $H^\infty$  control.

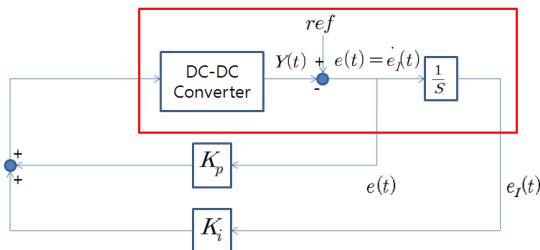
#### 1. 서 론

비선형 시스템에서의 제어기 설계는 어려운 과제이다. 실제적으로 본 논문의 DC-DC Converter를 포함한 대부분의 플랜트는 비선형 시스템이다. 최근의  $H^\infty$  제어 기법은 비선형 시스템에서의 강인한 제어에 대한 방안을 제시하고 있다. 이번 연구에서는 Linear Matrix Inequality (LMI) 를 기반으로한 Takagi and Sugeno Fuzzy (T-S Fuzzy)의 적용으로 비선형 시스템은 선형 모델로 근사화 되어 안정성을 나타내게 되고 동시에 외란의 영향을 규정된  $\rho$ 이하로 제거함으로써  $H^\infty$  제어특성은 보장되어진다. 결과적으로 강인한 최적의 퍼지제어기의 설계는 감쇠레벨  $\rho$ 의 최소화에 의한 최적의  $H^\infty$  제어가 우선 되어야 한다.[2][3]

본 논문은 외란에 강인한 특성을 보이는 DC-DC Converter 제어기 설계를 위해 PI제어기를 설계하는데 있어서 LMI를 기반으로 한 T-S Fuzzy 제어 기법과  $H^\infty$  제어 기법의 적용에 대해 기술한다.

#### 2. 본 론

##### 2.1 LMI Fuzzy 제어기



〈그림 1〉 DC-DC Converter에 대한 PI 제어 시스템의 재구성

〈그림 1〉은 원래의 플랜트인 컨버터에 PI제어부를 포함한 새로운 시스템으로 생각할 수 있으며 정적 출력피드백 형태의 제어문제로 구성될 수 있다. PI를 포함한 전체 비선형 시스템을 나타내면

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) + w(t) \quad (1)$$

여기서,  $x(t)$ 는 상태벡터이고,  $u(t)$ 는 제어입력,  $w(t)$ 는 미지의 외란이다. (1)의 비선형 시스템을 T-S Fuzzy를 이용하여 선형화하면,

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + w(t)$$

이때의  $i = 1, 2, \dots, L$  이다.

전체의 퍼지 시스템을 나타내면

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \frac{\sum_{i=1}^L \mu_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t))}{\sum_{i=1}^L \mu_i(z(t))} + w(t) \\ &= \sum_{i=1}^L h_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) + w(t) \end{aligned} \quad (2)$$

시스템의 입력  $u(t)$ 는

$$u(t) = -K_j x(t) \quad (3)$$

$j = 1, 2, \dots, L$  에 대해 전체 퍼지 제어기를 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{\sum_{j=1}^L \mu_j(z(t))(-K_j x(t))}{\sum_{j=1}^L \mu_j(z(t))} \\ &= \sum_{j=1}^L h_j(z(t))(-K_j x(t)) \end{aligned} \quad (4)$$

(2)식에 (4)식을 대입하여 비선형의 제어 시스템을 나타낸다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t)) + g(x(t))u(t) + w(t) \\ &= \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L h_i(z(t))h_j(z(t)) (A_i - B_i K_j)x(t) + w(t) \end{aligned} \quad (5)$$

##### 2.2 $H^\infty$ 제어기

외란  $w(t)$ 는 알 수는 없지만 범위가 있고 퍼지제어기의 제어 성능을 악화시키는 영향이 있다. 그러므로 어떻게  $w(t)$ 의 영향을 제거하느냐가 제어기 성능에서 중요한 점이된다. 그 결과  $H_\infty$  제어기는  $w(t)$ 의 영향을 제거하는 정도로 강인제어 성능의 정도가 된다.  $H_\infty$  제어기의 성능을 고려하면

$$\frac{\int_0^{t_f} x^T(t) Q x(t) dt}{\int_0^{t_f} w^T(t) w(t) dt} < \rho^2 \quad (6)$$

$$\int_0^{t_f} x^T(t) Q x(t) dt < \rho^2 \int_0^{t_f} w^T(t) w(t) dt \quad (7)$$

$t_f$ 는 제어기의 최종시간이며,  $\rho$ 는  $x(t)$ 에서의 외란의 최대치로 규정된 값이다.  $Q$ 는 양한정행렬이다. 식 (7)의 물리적 의미는  $x(t)$ 에서의  $w(t)$ 의 영향을 에너지 관점에서 요구 레벨  $\rho$  이하로 감쇠시켜야 한다는 것이다. 일반적으로  $\rho$ 는  $w(t)$ 에서 1보다 작은 양의 값으로 선택된다. 만약 초기조건을 고려하여, 부등식 (7)을 수정하면,

$$\int_0^{t_f} x^T(t) Q x(t) dt < x^T(0) P x(0) + \rho^2 \int_0^{t_f} w^T(t) w(t) dt \quad (8)$$

$P$ 는 어떤 양한정행렬이다.

위 결과에서, 퍼지제어 시스템을 적용한 설계 목적은 퍼지 선형제어 시스템에서의 안정도와 규정 감쇠레벨  $\rho$ 를 보장하는 (8)에서의  $H^\infty$  제어 성능을 선형 퍼지 제어(4)에 특화하기 위함이다. 강인제어의 최적화는  $w(t)$ 의 영향을 최대한 제거하기 위해 식(8)의  $\rho^2$ 를 최소화한다.

비선형 시스템 (1)에서 설계의 관건은 식(8)의 제한으로  $\rho^2$ 를 최소화 함으로써 (4)식의 퍼지제어를 어떻게 안정하게 하느냐이다.

### 2.3 Fuzzy 선형제어를 통한 $H^\infty$ 제어기 설계

식 (5)에서 Lyapunov 함수를 적용한다.

$$V(t) = x^T(t)Px(t) \quad (9)$$

$$\dot{V}(t) = x^T(t)P\dot{x}(t) + \dot{x}^T(t)Px(t) \quad (10)$$

양한정행렬  $P = P^T > 0$ ,

식 (5)에 식 (10)을 대입하면,

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^L h_i(z(t)) \sum_{j=1}^L h_j(z(t)) \\ &\quad \cdot \{x^T(t)(P(A_i - B_i K_j) + (A_i - B_i K_j)^T P)x(t) \\ &\quad + x^T(t)Pw(t) + w^T(t)Px(t)\} \\ &\leq \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L h_i(z(t))h_j(z(t)) \\ &\quad \cdot \{x^T(t)(A_i^T P + PA_i - PB_j K_j - K_j^T B_j^T P + 2PP)x(t) \\ &\quad + x^T(t)Pw(t) + w^T(t)Px(t)\} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 다음의 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} &A_i^T P + PA_i - PB_j K_j - K_j^T B_j^T P \\ &+ \left(2 + \frac{1}{\rho^2}\right)PP + Q < 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$i, j = 1, 2, \dots, L$ 를 만족할 때 식 (8)의  $H^\infty$  제어기 성능은 규정된  $\rho^2$ 를 만족한다.

일반적으로 식 (12)에서  $P = P^T > 0$ 의 일반적인 해를 구하기는 쉽지 않다. 또한 해가 유일하지도 않다. 새로운 방법으로 식 (12)는 LMI 기법을 통해서 다시 공식화할 수 있다. LMI는 내부의 각각의 점마다 계산을 요하는 형태에서 효과적인 방식이다. 우선 식 (12)를 LMI를 통해 변환해 본다.

$X = P^{-1}$ ,  $M_j = K_j W$ 를 대입하고 식 (12)를 행렬 부등식으로 나타내면,

$$XA_i^T + A_i X - B_i M_j - M_j^T B_i^T + \left(2 + \frac{1}{\rho^2}\right)I + WQW < 0 \quad (13)$$

식(13)을 LMI의 형태로 변환 시킨다.

$$\begin{bmatrix} XA_i^T + A_i X - B_i M_j - M_j^T B_i^T + \left(2 + \frac{1}{\rho^2}\right)I & 0 & W \\ 0 & -I & 0 \\ W & 0 & -Q^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

### 2.3 DC-DC Converter의 LMI Fuzzy 제어

DC-DC Converter의 모델링 식

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{L}r(u) - (1-u)\frac{R}{L(R+r_c)}x_2 + \frac{E+\eta}{L} - (1-u)\frac{V_F}{L} \quad (15)$$

$$\dot{x}_2 = (1-u)\frac{R}{(R+r_c)C}x_1 - \frac{1}{(R+r_c)C}x_2 \quad (16)$$

전류 관계식인 식 (15)에서 정상상태  $x_2 = 37.5V$  일 때의  $\dot{x}_1 = 0$  이므로  $U_r$ 을 구할 수 있고 전압 관계식인 식 (16)에서  $\dot{x}_2 = 0$ ,  $x_2 = 37.5V$ ,  $U_r$  값을 대입해  $x_{1r}$  값을 구한다.

모델링 식에  $u = u_0 + r$ ,  $x_1 = e_1 + x_{1r}$ ,  $x_2 = e_2 + x_{2r}$ 을 대입한다. PI제어기 부분까지 포함한 경우의 컨버터시스템은 다음과 같다.

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -(1-r)\frac{R}{L(R+r_c)}e_2 - \frac{1}{L}(D_S - (R_F + r_c \parallel R) \\ \quad - \frac{R}{(R+r_c)}(e_2 + x_{2r}) + V_F)u_0 \\ \dot{e}_2 = (1-r)\frac{R}{(R+r_c)C}e_1 - \frac{1}{(R+r_c)C}e_2 - \frac{R}{(R+r_c)C}(e_1 + x_{1r})u_0 \\ \dot{e}_r = e(t) \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} z_1(e_2) = -\frac{1}{L}(D_S - (R_F + r_c \parallel R) - \frac{R}{(R+r_c)}(e_2 + x_{2r}) + V_F) \\ z_2(e_1) = -\frac{R}{(R+r_c)C}(e_1 + x_{1r}) \end{cases} \quad (18)$$

식 (17)을 식 (18)을 다시 재구성하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -(1-r)\frac{R}{L(R+r_c)}e_2 + z_1(e_2)u_0 \\ \dot{e}_2 = (1-r)\frac{R}{(R+r_c)C}e_1 - \frac{1}{(R+r_c)C}e_2 + z_2(e_1)u_0 \\ \dot{e}_r = e(t) \end{cases} \quad (19)$$

특징동작점에서 선형화된 시스템의 A행렬은 다음과 같다.

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -(1-r)\frac{R}{L(R+r_c)} & 0 \\ (1-r)\frac{R}{(R+r_c)C} & -\frac{1}{(R+r_c)C} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

B행렬은 다음과 같다.

$$\begin{cases} B_1 = [z_{1\max} \ z_{2\max}] \\ B_2 = [z_{1\max} \ z_{2\min}] \\ B_3 = [z_{1\min} \ z_{2\max}] \\ B_4 = [z_{1\min} \ z_{2\min}] \end{cases} \quad (21)$$

멤버쉽 함수는 다음과 같이 결정하였다.

$$\begin{cases} M_1 = \frac{z_1 - z_{1\min}}{z_{1\max} - z_{1\min}} \\ M_2 = \frac{z_{1\max} - z_1}{z_{1\max} - z_{1\min}} \\ M_3 = \frac{z_2 - z_{2\min}}{z_{2\max} - z_{2\min}} \\ M_4 = \frac{z_{2\max} - z_2}{z_{1\max} - z_{2\min}} \end{cases} \quad (22)$$

## 3. 결 론

비선형인 시스템을 제어가 용이하도록 LMI기법을 기반으로 한 T-S Fuzzy를 이용하여 선형인 시스템으로 변형하고, 변형된 선형 시스템에 대한 PI제어기를 구성한다. 여기에  $H^\infty$  제어를 접목하여 외란에 강한 PI 제어기를 설계하였다.

### [참 고 문 헌]

- [1] Hassan Bevrani, Takashi Hiyama, "Multiobjective PI/PID Control Design Using an Iterative Linear Matrix Inequalities Algorithm", International Journal of Control, Automation, and Systems, vol. 5, no. 2, pp. 117-127, April 2007
- [2] Bor-sen Chen, Chung-shi Tseng, and Huey-Jian Uang, "Robust Design of Nonlinear Dynamic Systems via Fuzzy Linear Control", IEEE Transactions On Fuzzy System, vol. 7, no. 5, October 1999
- [3] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control", IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol. 15, pp. 116-132, Jan./Feb. 1985.