

하이브리드 스러스트 마그네틱 베어링의 제어변수 도출 및 동특성 해석

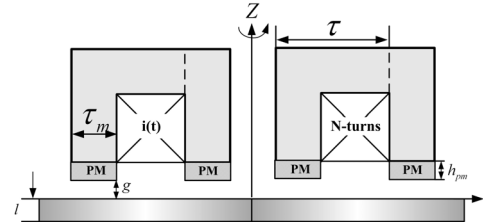
장석명*, **이운호***, 성소영*, 최장영**, 김순용***
 충남대*, 한라공조(주)**, 한국수력원자력(주)원자력발전기술원***

Dynamic analysis and control parameters deduction of Hybrid thrust magnetic bearing

Seok-Myeong Jang*, Un-Ho Lee*, So-Young Sung*, Jang-Young Choi**, Soon-Yong Kim**

Chungnam National University*, Halla Climate Control Corporation**, KHNP Unclear engineering & Technology Institute***

Abstract - This paper deals with control parameters deduction and dynamic analysis of hybrid thrust magnetic bearing(HTMB). The flux density at air-gap is obtained from system modeling which considers permanent magnet and electro magnet. The vertical force is derived from flux density using maxwell's stress tensor. An accurate linear model is obtained by using linear approximations of the attraction force around the nominal equilibrium point. The dynamic simulation of the HTMB using the PD controller is conducted and control parameters are deducted.



〈그림 1〉 HTMB의 해석 모델

1. 서 론

현재 산업계에서 많이 쓰이는 기존의 회전기계 시스템에서 사용하는 접촉식 베어링은 회전을 지지할 때 마찰, 마모, 소음 및 진동이 매우 클 뿐아니라 윤활 장치에 의한 환경오염등 여러 가지 문제를 발생시키고 있다.[1] 반면 자기 베어링은 전자석의 전자기력을 이용하여 기계적인 접촉과 윤활 작용없이 회전을 비접촉 지지하기 때문에 마찰, 마모가 없어 에너지 손실이 매우 적고 수명이 반영구적이다.[2]

자기 베어링은 크게 두 종류로 분류할 수 있다. 하나는 영구 자석에 의해 축이 지지되는 수동형 자기 베어링(Passive Magnetic Bearing, PMB)이고, 다른 하나는 전자석에 의해 지지되는 능동형 자기 베어링(Active Magnetic Bearing, AMB)이다. 본 논문에서는 영구자석과 전자석을 동시에 사용하는 하이브리드 마그네틱 베어링(Hybrid Thrust Magnetic Bearing, HTMB)의 시스템 모델링하고 선형화된 지배 방정식을 통해 전달함수를 도출하여 시스템의 응답 주파수 특성을 고찰하고, PD 제어를 이용하여 제어 파라미터 도출 및 동특성 해석에 관하여 다루기로 한다.

2. HTMB 시스템 모델링 및 제어변수 선정

2.1 영구자석과 전자석에 의한 수직력 도출

하이브리드 마그네틱 베어링에서 공극의 자속밀도는 전자석에 의한 자속밀도(B_{em})와 영구자석에 의한 자속밀도(B_{pm})의 합으로 나타낼 수 있다. 그림 1은 시스템 모델링을 위한 해석모델을 나타내고, Ampere의 주회적분 법칙에 따라 다음의 식(1)이 성립한다.

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_s \vec{J} \cdot d\vec{s} \quad (1)$$

만약, 전자석에 흐르는 전류가 0이고, 누설자속이 없다고 가정하면 Gauss법칙에 따라 영구자석에 의한 공극의 자속밀도 B_{pm} 을 구할 수 있다.

$$B_{pm} = \mu_0 H_{pm} = -\mu_0 H_{pm} h_{pm} (1/g) \quad (2)$$

여기서, H_{pm} 은 영구자석의 자계, h_{pm} 은 영구자석의 높이, H_y 는 공극에서의 자계, μ_0 는 자유공간의 투자율 그리고 g 는 공극이다. 따라서 영구 자석에 의한 힘을 Maxwell's Stress Tensor를 이용하여 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_{pm} = \frac{2B_{pm}^2 A}{2\mu_0} = \frac{A(\mu_0 H_{pm} h_{pm})^2}{\mu_0 g^2} \quad (3)$$

전자석에 의한 힘을 구하기 위하여 코일에 인가되는 전류 i 와 턴수 N ,

공극 g 에 따른 인덕턴스를 L 이라 하면 이는 식 (4)와 같이 정리된다.

$$L(g) = \frac{1}{2} N^2 \frac{\mu_0 S}{g} [H] \quad (4)$$

종속변수 i, x 를 갖은 co-energy의 변화량은 시스템의 한 일과 같기 때문에 힘은 식 (5)로 계산된다.

$$F_{em}(i, x) = \frac{\partial W'_m}{\partial x} = \frac{\partial L}{\partial x} \frac{i^2}{2} = \frac{N^2 i^2 \mu_0 S}{4g^2} [N] \quad (5)$$

따라서 HTMB에서 힘은 식 (6)으로 정의된다.

$$F = F_{pm} + F_{em} = \frac{A(\mu_0 H_{pm} h_{pm})^2}{\mu_0 g^2} + \frac{\mu_0 N^2 A}{4} \left(\frac{i}{g + h_{pm}} \right)^2 \quad (6)$$

2.2 선형근사화

HTMB의 평형 동작점(i_0, z_0)에서 작용하는 수직력에 대한 선형 근사화를 통해 선형화 모델을 얻을 수 있다. 공칭점 i_0, z_0 에서 영구자석에 의한 힘과 전자석에 의한 힘은 식 (7)로 표현된다.

$$F_{pm} = \frac{A(\mu_0 H_{pm} h_{pm})^2}{\mu_0} \left(\frac{1}{(z_0 + x)^2} \right) \approx \frac{A(\mu_0 H_{pm} h_{pm})^2}{\mu_0} \left(\frac{1}{z_0^2} - \frac{2}{z_0^3} x \right)$$

$$F_{em} = \frac{\mu_0 N^2 A}{4} \left(\frac{i_0 + i_x}{z_0 + h_{pm} + x} \right)^2 \approx \left[\frac{i_0}{z_0 + h_{pm}} \right]^2 \left[1 + 2 \frac{i_x}{i_0} - 2 \frac{x}{z_0 + h_{pm}} \right] \quad (7)$$

따라서 HTMB의 선형화 된 힘의 방정식은 식 (8)과 같이 정리된다.

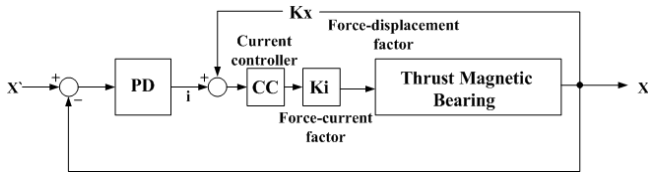
$$F = \left(\frac{\mu_0 N^2 A i_0^2}{4(z_0 + h_{pm})^2} + \frac{\mu_0 A (H_{pm} h_{pm})^2}{z_0^2} \right) + \left(\frac{\mu_0 N^2 A i_0}{2(z_0 + h_{pm})^2} \right) i_x \quad (8)$$

$$- \left(\frac{\mu_0 N^2 A i^2}{2(z_0 + h_{pm})^3} + \frac{\mu_0 A (H_{pm} h_{pm})^2}{z_0^3} \right) x$$

$$= k_0 + k_i i_x - k_x x$$

식 (8)로부터 변수 k_0, k_i, k_x 는 정의된다. 그림 1과 같은 HTMB에서 힘의 평형 방정식은 뉴턴의 운동법칙에 따라 식(9)로 나타 낼 수 있고 식 (8)과의 관계로부터 식(10)으로 정의된다.

$$m \frac{d^2 g}{dt^2} = -F + mg + f_d \quad (9)$$



〈그림 2〉 HTMB의 블록 다이어그램

$$m\ddot{x} = -F + mg + f_d \quad (10)$$

$$\approx -k_i i_x + k_x x_0 - k_0 + mg + f_d$$

이를 상대 방정식으로 나타내기 위해서는 상태변수 $\dot{i}(t)$ 에 대한 지배방정식이 필요하다. 공칭점의 전압, 전류를 v_0, i_0 라 하고, 전압 방정식을 구하면 식 (11)과 같이 표현되며 선형화 과정을 통해 식 (12)로 정의된다. 이때 전압방정식은 공극에 따라 변하는 인덕턴스 값을 고려하여 가동자의 변위 x 를 변수로 가진다.

$$v_0 + v(t) = R(i_0 + i_x(t)) + \frac{\mu_0 N^2 A}{2} \frac{d}{dt} \left[\frac{i_0 + i_x(t)}{(z_0 + h_{pm}) + x} \right] \quad (11)$$

$$\approx v_0 + R\dot{i}_x(t) + L_0 \dot{i}_x - L_0 \frac{i_0}{(z_0 + h_{pm})} \dot{x}$$

식 (10)과 식 (11)로부터 상태변수를 $\dot{x}, \ddot{x}, \dot{i}$ 로 놓고 상대방정식을 표현하면 식 (12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \\ \dot{i}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ k_x/m & 0 & -k_i/m \\ 0 & i_0/(z_0 + h_{pm}) - R/L_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ i_x(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/m \\ 1/L_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ f_d(t) \end{bmatrix} \quad (12)$$

식 (12)에 근거하여 시스템 전달함수를 도출할 수 있다.

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad (13)$$

$$= - \frac{k_i/(mL_0)}{s^3 + \left(\frac{R}{L_0}\right)s^2 + \frac{(k_x i_0 - k_x z_0)}{m(z_0 + h_{pm})}s - \frac{k_x R h_{pm}}{mL_0(z_0 + h_{pm})}}$$

하이브리드 시스템은 전기시스템과 기계시스템의 결합으로 표현할 수 있는데, 전기계는 저항과 인덕턴스의 1차 시스템으로 나타난다. 따라서, 시스템의 등가 전달함수를 식 (14)의 좌변과 같이 나타낼 수 있고, 식 (13)과 같아야 한다.

$$(1 + \frac{L_0}{R}s)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) \quad (14)$$

$$= s^3 + \frac{R + L_0\zeta\omega_n}{L_0}s^2 + \frac{2\zeta\omega_n R + L_0\omega_n}{L_0}s + \frac{R\omega_n^2}{L_0}$$

식 (14)의 전달함수 분모항과 식 (14)는 등가 방정식으로 계수 비교로부터 $\zeta=0$ 임을 알 수 있고, 자연주파수는 식 (15)로 나타낼 수 있다.

$$\omega_n^2 = \frac{k_x h_{pm}}{m(z_0 + h_{pm})} \quad (15)$$

자연주파수(ω_n)가 클수록 외력에 대해 시스템은 빠른 응답성을 갖는다. 만약 감쇄비(ζ)가 1보다 크다면, 단위 계단함수 입력에 대한 시스템의 과도응답은 거의 존재하지 않으며, $\zeta=0.2$ 일때 50%의 과도응답이 존재한다.

2.3 PD 제어기 설계

제어전류를 $i_x = K_p x + K_D \dot{x}$ 라 하면, 식 (10)에 대입을 통한 PD 제어기의 모델링은 식 (16)과 같다.

$$x + \frac{k_i k_D}{m} \dot{x} + \frac{(k_i k_p + k_x)}{m} x = \frac{-k_0 + mg + f_d}{m} \quad (16)$$

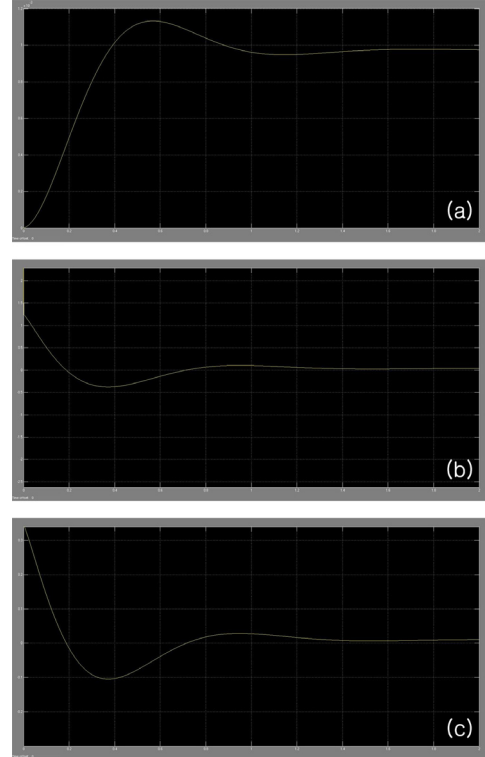
식 (16)을 2차 시스템의 전달함수($s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega^2$)와 비교하여 PD 제어기의 제어이득을 도출할 수 있다.

$$k_D = \frac{2\zeta\omega_n m}{k_i}, \quad k_p = \frac{m\omega_n^2 - k_x}{k_i} \quad (17)$$

비례이득 k_p 가 클수록 static stiffness가 크기 때문에 정상상태에서의 변위는 작다.

2.4 HTMB의 동특성 시뮬레이션

PD 제어기를 이용한 HTMB의 시스템 블록 다이어그램은 그림 2와 같다. force-displacement factor는 시스템을 불안정에 영향을 미치는 요소이기 때문에, 안정화된 시스템의 구현을 위해 k_x 는 negative 피드백에 의해 상쇄되어야 한다.



〈그림 3〉 HTMB의 동특성 시뮬레이션 결과: HTMB의 (a) 위치, (b) 전류 (c) 가동자에 작용하는 힘

그림 3은 앞서 제시된 해석을 바탕으로 한 동특성 시뮬레이션 특성을 보여준다. 가동자의 위치는 지령에 따라 1[mm]에 잘 수렴하고 이때의 전류는 0.04[A]로 공칭점에서의 가동자 위치는 영구자석에 의한 흡인력이 대부분을 차지하고 있음을 알 수 있다.

3. 결 론

본 논문은 하이브리드 스러스트 마그네틱 베어링의 제어변수 도출 및 동특성 해석에 대해 다루고 있다. 맥스웰 방정식으로부터 영구자석과 전자석에 의한 수직력을 도출하고 제어를 위한 선형화 과정을 제시하였다. 힘의 평형 방정식과 해석모델에 대한 전압 방정식으로부터 상대 방정식을 도출하여 시스템의 전달함수와 제어 변수를 도출하였다. 도출된 제어변수는 PD제어기의 모델링을 통해 동특성 시뮬레이션이 행해졌다. 시뮬레이션으로부터 제어 목표 공극을 유지하기 위한 전류와 힘에 대한 검토가 이루어졌다. 향후, 래디얼 베어링에 대한 추가 설계와 모델링을 통해 하이브리드 마그네틱 베어링 시스템의 제작과 구동 실험을 통해 시뮬레이션의 적합성에 관한 검증은 진행 할 예정이다

[참 고 문 헌]

- [1] 김종문, 최영규 “능동형 자기 베어링 시스템의 설계 및 제어”, 전기학회 논문지, v.53 no.2, pp.82-89, 2004
- [2] 장규홍, “50,000rpm급 초고속 소형 정밀모터용 능동 자기베어링시스템 제어 및 설계” 전기학회 논문지, v.55 no.8, pp.408-415, 2006