

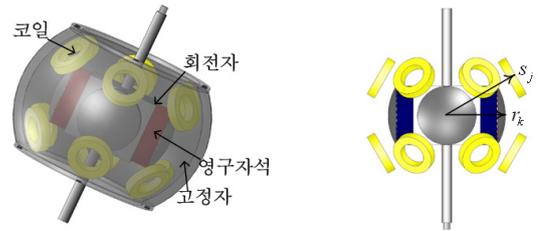
### 영구 자석형 구형 모터의 토크 계산 방법

조인해\*, 강동우\*, 고성철\*, 이재준\*, 원성훈\*\*, 김솔\*\*\*, 이주\*  
 한양대\*, 동양공업대학\*\*, 유한대학\*\*\*

### The torque calculation method of a permanent magnet spherical motor

In-Hae Cho\*, Dong-Woo Kang\*, Sung-Chul Go\*, Jae-Jun Lee\*, Sung-Hong Won\*\*, Sol Kim\*\*\* and Ju Lee\*  
 HanYang University\*, Dongyang Technical College\*\*, Yuhan College\*\*\*

**Abstract** - This paper presents the torque calculation method of a permanent magnet spherical motor. To calculate the torque of the spherical motor by using finite element method (FEM), 3-dimensional FEM must be used. However since it spends too much time and memory in using 3-D FEM, the easier torque calculation method was presented. In this method, it is very important to get the approximation function of the torque profile curve; the authors present the approximation method of the torque profile curve. This paper shows the torque calculation result coming closer to the torque by 3-D FEM.



(a) 영구 자석형 구형모터 (b) 코일과 자극의 위치벡터  
 <그림 1> 영구 자석형 구형 모터

#### 1. 서 론

과거 인간의 노동을 대체하는 수단으로만 여겨졌던 로봇이 이제는 의료, 게임, 교육 등 서비스용으로까지 응용범위가 확대되고 있다. 이에 따라 로봇공학의 중요성이 날이 갈수록 증대되고 있다 [1].

새롭게 응용되는 분야에서 로봇은 정교한 움직임이 필요할 뿐 아니라 가벼운 중량과 작은 부피가 요구된다. 그러나 정교한 움직임을 위해 일반적으로 사용되는 기어나 벨트 등을 결합한 다자유도 시스템은 전체 시스템이 복잡하고 커질 수밖에 없다. 이러한 난점을 해결하기 위해 1950년대 구형 모터의 개념이 제안되었고, 그 후 국내외적으로 활발한 연구가 진행되고 있다 [2].

구형 모터는 하나의 모터로 3자유도를 구현할 수 있는 모터로서, 모터의 특성을 해석하기 위해서는 3차원 유한요소법(3-Dimensional Finite Element Method - 3-D FEM)을 사용해야 한다. FEM 기술이 많이 발전되었다고는 하지만 3-D FEM의 사용에는 많은 시간과 메모리가 소요되는 것이 사실이다. 이러한 이유로 구형 모터의 토크를 좀 더 편리하고 빠르게 구할 수 있는 방법이 연구되어 왔다 [2]-[4]. 제안된 토크 계산 방법에서는 토크 프로파일 커브의 근사식을 구하는 것이 가장 중요하다. 본 논문에서는 근사식을 구하는 데 사용되었던[3] 지수 함수 대신 수치 해석적 근사가 용이한 시그모이드 함수를 사용하였다. 또한, 3-D FEM을 시행하여 토크를 구하고 각각의 근사식을 이용하여 계산한 토크값과 비교하였다.

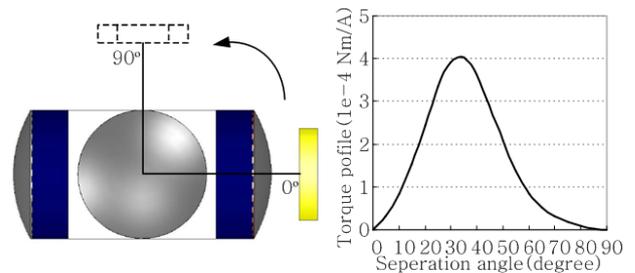
#### 2. 본 론

##### 2.1 토크 계산 방법

그림 1(a)는 본 논문에서 연구된 영구 자석형 구형 모터이다. 이러한 구형 모터에서 n개의 회전자 자극과 m개의 고정자 코일이 만들어 내는 토크는 다음과 같이 계산될 수 있다 [3].

$$\hat{T} = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^m \hat{f}(\phi_{jk}) \frac{s_j \times r_k}{\|s_j \times r_k\|} N_i \quad (1)$$

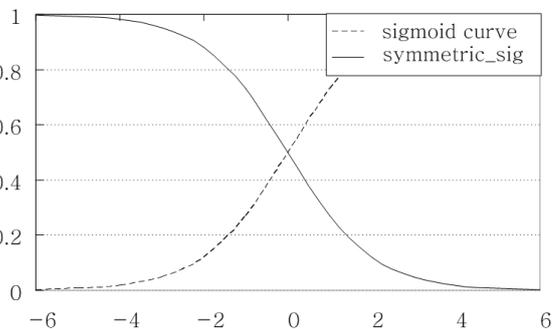
$s_j$ 와  $r_k$ 은 그림 1(b)에서 볼 수 있듯이 고정자의 코일과 회전자의 자극 각각의 위치벡터이다.  $N_i$ 는 코일의 턴수,  $i$ 는 코일에 흘려주는 전류이다.  $\hat{f}(\phi_{jk})$ 는 고정자 자극과 회전자 코일 사이 각에 따른 토크 프로파일 곡선의 근사함수식이다. 토크 프로파일은 그림 2(a)와 같이 구형모터의 회전자와 고정자 사이에 하나의 코일만 존재하는 간단한 모델을 이용해서 코일과 자극 사이에 발생하는 토크를 구한 다음, 인가전류 값으로 나누어서 구할 수 있다. 이렇게 얻은 토크 프로파일 곡선을 그림 2(b)에 나타내고 있고, 이 곡선에 근사하도록 만든 함수식이 바로  $\hat{f}(\phi_{jk})$ 이다. 이 토크 계산 방법은 토크 프로파일의 근사값을 이용한 식이므로, 토크 프로파일의 근사식이 토크 프로파일에 최대한 일치하도록 근사하는 것이 매우 중요하다.



(a) 토크 프로파일을 구하기 위한 모델 (b) 토크 프로파일  
 <그림 2> 토크 프로파일을 구하기 위한 모델과 그 결과

##### 2.2 토크 프로파일의 근사 방법

[3]에서는 토크 프로파일의 근사식을 만들기 위해 지수 함수가 사용되었다. 그러나 본 논문에서는 근사 정확도를 높이기 위해 시그모이드 함수를 사용하였다. 시그모이드 곡선의 형상에 착안하여 시그모이드 기본 식과 대칭 이동하여 얻은 식을 근사식으로 사용하였다. 그림 3은 시그모이드 기본 곡선과 대칭 이동한 곡선을 나타낸다.



<그림 3> 시그모이드 곡선

두 곡선에 해당하는 각각의 식을 이용하여 만든 임의의 근사식은 다음과 같다. 편의를 위해 고정자 자극과 회전자 코일 사이의 각  $\phi_{jk}$ 을  $x$ 로 대체하였다.

$$\hat{f}(x) = \frac{k_1}{1 + c_1 e^{-b_1 x}} + \frac{k_2}{1 + c_2 e^{-b_2(x - \pi/2)}} + k_3 \quad (2)$$

위 식에서 미지수들을 구하기 위해 수치해석적인 방법을 사용하였다 [5]. 토크 프로파일의 실제값을  $y$ 로 두면 근사값과 실제값의 차는 0에 가까워야 하며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g(x) = \hat{f}(x) - y = \frac{k_1}{1 + c_1 e^{-b_1 x}} + \frac{k_2}{1 + c_2 e^{-b_2(x - \pi/2)}} + k_3 - y = 0 \quad (3)$$

코일과 자석 간 각도를 0부터 90도까지, 5도 간격으로 토크 프로파일 값을 얻은 후, 각각의 값들( $x$ : 코일과 자석 사이각,  $y$ : 사이각에 해당하는 토크 프로파일 값)을 식 (3)에 적용하면 7개의 미지수가 들어간 19개의 식이 얻어진다.  $\delta$ 값은 미정의 보정치로, 초기에 설정한 미지수의 값에 더해질 값이다.

$$g_n(k_1 + \delta k_1, k_2 + \delta k_2, k_3 + \delta k_3, c_1 + \delta c_1, c_2 + \delta c_2, b_1 + \delta b_1, b_2 + \delta b_2) = 0 \quad (4)$$

$n = 1 \sim 19$

보정치가 아주 작다고 가정하면, Taylor 전개를 이용한 1차 근사는 다음과 같다.

$$\frac{\delta g_n}{\delta k_1} \delta k_1 + \frac{\delta g_n}{\delta k_2} \delta k_2 + \frac{\delta g_n}{\delta k_3} \delta k_3 + \frac{\delta g_n}{\delta c_1} \delta c_1 + \frac{\delta g_n}{\delta c_2} \delta c_2 + \frac{\delta g_n}{\delta b_1} \delta b_1 + \frac{\delta g_n}{\delta b_2} \delta b_2 = -f(k_1, k_2, k_3, c_1, c_2, b_1, b_2), \quad n = 1 \sim 19 \quad (5)$$

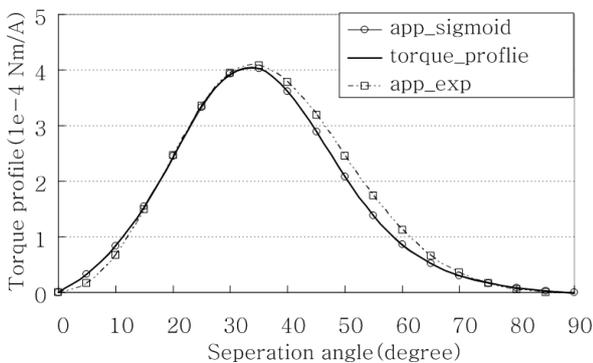
이 식들을 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\delta g_1}{\delta k_1} & \frac{\delta g_1}{\delta k_2} & \frac{\delta g_1}{\delta k_3} & \frac{\delta g_1}{\delta c_1} & \frac{\delta g_1}{\delta c_2} & \frac{\delta g_1}{\delta b_1} & \frac{\delta g_1}{\delta b_2} \\ \frac{\delta g_2}{\delta k_1} & \frac{\delta g_2}{\delta k_2} & \frac{\delta g_2}{\delta k_3} & \frac{\delta g_2}{\delta c_1} & \frac{\delta g_2}{\delta c_2} & \frac{\delta g_2}{\delta b_1} & \frac{\delta g_2}{\delta b_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\delta g_{19}}{\delta k_1} & \frac{\delta g_{19}}{\delta k_2} & \frac{\delta g_{19}}{\delta k_3} & \frac{\delta g_{19}}{\delta c_1} & \frac{\delta g_{19}}{\delta c_2} & \frac{\delta g_{19}}{\delta b_1} & \frac{\delta g_{19}}{\delta b_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta k_1 \\ \delta k_2 \\ \delta k_3 \\ \delta c_1 \\ \delta c_2 \\ \delta b_1 \\ \delta b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f(x_1) \\ -f(x_2) \\ \vdots \\ -f(x_{19}) \end{bmatrix} \quad (6)$$

보정치의 변화율이 0.01% 이내로 줄어들도록 계산을 반복한 후 7개의 미지수 값을 구하였다. 최종적으로 구한 근사식은 다음과 같다.

$$\hat{f}(x) = \frac{0.001}{1 + 16.86e^{-6.65x}} + \frac{0.00096}{1 + 219.36e^{6.3(x - \pi/2)}} - 0.001 \quad (7)$$

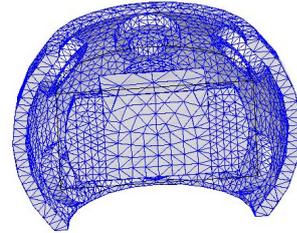
그림 4는 토크 프로파일의 실제값과 시그모이드 함수를 이용하여 근사한 값, 지수 함수를 이용하여 근사한 값을 나타내고 있다. 토크 프로파일 곡선과 시그모이드 함수를 이용하여 만든 근사식 곡선은 거의 일치하는 결과를 보였다.



〈그림 4〉 토크 프로파일과 근사식 비교

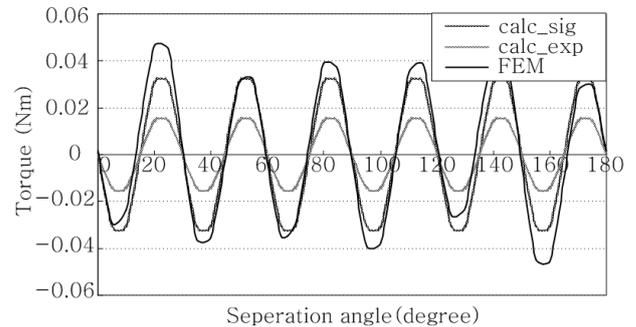
### 2.3 3D FEM 해석 결과와 토크 계산 방법의 비교

그림 5는 본 논문에서 연구된 모터의 3-D FEM 해석 모델이다. 1/2 모델을 이용하였고 약 114,000개의 요소 분할을 하여 동특성 해석을 시행하였다. 이 때 회전자가 회전하면서 발생하는 토크를 얻었다.



〈그림 5〉 FEM 해석 모델

그림 6은 3-D FEM으로 얻은 토크값과 토크 프로파일을 근사하여 토크를 계산하는 방법으로 얻은 토크값을 비교한 그래프이다. 지수 함수 근사식을 이용해 얻은 토크값도 함께 비교되었다. 오차가 존재하지만 비교적 근접한 값의 토크값을 얻을 수 있음을 확인할 수 있었다. 그리고 본 논문에 제안된 시그모이드 함수로 근사하여 계산한 토크값이 지수 함수로 근사하여 계산한 토크값보다 FEM 해석 결과에 좀 더 가깝게 일치함을 확인하였다.



〈그림 6〉 FEM 해석 결과와 계산적으로 구한 토크의 비교

## 3. 결 론

구형 모터의 토크를 유한요소 방법으로 구하려면 3-D FEM을 이용해야 한다. 그러나 3D FEM을 이용하여 모터의 특성을 해석하는 방법에는 많은 어려움이 있다. 좀 더 쉽고 빠르게 토크를 구하기 위해 토크 계산 방법이 제안되었고, 이 계산 방법에서는 토크 프로파일 곡선의 근사식을 구하는 것이 가장 중요하다. 근사식을 구하기 위해 시그모이드 함수를 사용하였고, 토크 프로파일 값에 아주 근접한 근사식을 얻을 수 있었다. 이 근사식을 이용하여 토크값을 계산하고 3-D FEM으로 구한 토크값과 비교하여 제안된 토크 계산 방법이 3-D FEM을 대체하여 토크를 구할 수 있음을 보였다.

### 감사의 글

본 논문은 교육 과학 기술부의 국가 지정 연구실 사업(과제번호 ROA-2008-000-20048-0)으로 수행된 논문입니다.

### 참고 문헌

- [1] 김기중, "국내 지능형 로봇 산업의 동향과 전망", 산은조사월보, 626호, pp. 108-133, 2008.
- [2] Sung-hong Won, "A study on the analysis and the control characteristics of a 3 D.O.F. spherical motor for robotic joints," Ph.D. thesis, Hanyang University, Seoul, Korea, February 2007.
- [3] R. A. Sosseh and K. M. Lee, "Finite element torque modeling for the design of a spherical motor," 7th International Conference on Control Automation Robotics and Vision, Singapore, pp 390-395, December 2002.
- [4] Lee, K.-M. R. A. Sosseh & Z. Wei, "Effects of the Torque Model on the Control of a VR Spherical Motor," IFAC J. of Contr. Eng. Practice, Vol 12/11 pp 1437-1449, 2004.
- [5] Nakamura, Shoichiro, "Numerical analysis and graphic visualization with MATLAB", Upper Saddle River, N.J. : Prentice Hall PTR, c1996