

소형 변압기 권선의 누설인덕턴스 계산

정현구*, 우성현, 장형택, 김영배, 신판석
홍익대학교 전기공학과

Calculation of Leakage Inductance in a small size Transformer Winding

Hyun koo Chung, Sung Hyun Woo, Young Bae Kim, Hyeong Taek Tang, Pan Seok Shin
Department of Electrical Engineering, Hongik University

Abstract - 변압기의 설계에서 누설인덕턴스는 설계파라미터의 중요한 요소 중에 하나이다. 변압기 권선의 누설자속은 전압강하, 자속의 손실 및 변압기의 효율적 설계 면에서 중요하다. 본 논문은 동심원 권선의 누설임피던스의 계산을 1)수치적인 계산과 2)저장에너지를 이용한 계산 및 3)FEM해석(FLUX2D)을 통하여 누설인덕턴스를 계산하여 각각의 결과를 비교하였다.
누설인덕턴스의 계산 예로 단상 2kVA/220V의 변압기를 모델로 계산 및 해석을 수행하였다.[1][2]

〈표 1〉 각각의 파라미터

T1	LV권선의 직경	T2	HV권선의 직경
Tg	권선간 갭	Hw	권선의 높이

권선의 지름 및 권선 간의 거리의 변화(x)에 따른 자속밀도의 변화는 <그림 2(b)>의 기차력의 기울기를 이용하여 식(2)로 표현되어진다.

$$B_x = \frac{\mu_0(NI)_x}{H_{eq}} = \frac{\mu_0}{H_{eq}} \left[\left(a + \frac{b-a}{R}x \right) NI \right] \quad (2)$$

자속이 통과하는 단면적은 식(3)으로 나타내어질 수 있다.

$$A = \pi(ID+2x)dx \quad (3)$$

$$d\psi = N_x \phi_x = N_x B_x A \quad (4)$$

$$d\psi = \left(a + \frac{b-a}{R}x \right) N \frac{\mu_0}{H_{eq}} \left[\left(a + \frac{b-a}{R}x \right) NI \right] \left[\pi(ID+2x)dx \right] \quad (5)$$

식(4)는 자속이 통과하는 튜브 거리, x의 증가에 따른 쇄교자속을 나타내며 식(2),(3)을 대입하여 정리하면 식(5)로 정리할 수 있다. 전체 쇄교 자속을 구하기 위하여 자속의 통과하는 튜브의 지름 R 만큼 적분하고 정리하면 식(6),(7)을 얻을 수 있다.

$$\psi = \int_0^R d\psi = \frac{\mu_0 \pi N^2 I}{H_{eq}} \int_0^R \left(a + \frac{b-a}{R}x \right)^2 (ID+2x) dx \quad (6)$$

$$= \frac{\mu_0 \pi N^2 I R}{H_{eq}} \left(a^2 + ab + b^2 \right) \left[ID + \frac{3R}{2} \right] \quad (7)$$

위 식에서 $\left[ID + \frac{3R}{2} \right] = D_m$: 권선의 평균 직경을 나타내고

$$ATD = \frac{R}{3} (a^2 + ab + b^2) D_m \text{ 로 치환하여 누설 인덕턴스를 구하면}$$

식(9)로 정리할 수 있다. ATD는 권선의 직경(D_x)과 권선의 두께(T_x)를 이용하여 식(8)과 같이 나타낼 수 있으며 총 쇄교자속과 권선에 흐르는 전류를 이용하여 누설 인덕턴스를 식(9)와 같이 구할 수 있다.

$$\sum ATD = \frac{1}{3} (T_1 * D_1) + (T_g * D_g) + \frac{1}{3} (T_2 * D_2) \quad (8)$$

$$L = \frac{\sum \psi}{I} = \frac{\mu_0 \pi N^2}{H_{eq}} \sum_{k=1}^n ATD \quad (9)$$

$$X = 2\pi f \frac{\mu_0 \pi N^2}{H_{eq}} \sum_{k=1}^n ATD \quad (10)$$

누설인덕턴스 값을 계산하면 쉽게 리액턴스 및 임피던스 값을 계산할 수 있게 된다.

1. 서 론

변압기의 전반적인 설계에 있어서 누설인덕턴스는 중요한 요소 중에 하나이다. 변압기의 저항은 일반적으로 리액턴스와 비교할 때 매우 작기에 변압기의 누설 임피던스는 거의 리액턴스와 동일한 값으로 나타내어진다. 리액턴스를 계산 한다면 변압기의 누설 임피던스를 구할 수 있다. 만약 임피던스가 매우 작다면 단락전류 및 힘이 크게 증가하게 되고 제질 면적의 증가로 인하여 전류밀도가 감소가 되는 결과를 보인다. 반면에 임피던스가 매우 크다면 와전류 손실과 표유 손의 증가로 인한 부하 손실이 크게 증가하여 권선의 온도 및 오일의 온도가 상승 할 것이다.[3][4]
임피던스의 최적 값 계산을 통하여 변압기 최소 비용의 설계가 가능하며 안전하고 효율적인 설계에 많은 도움이 될 것이다.

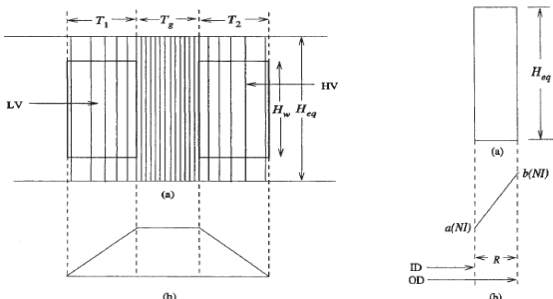
2. 본 론

2.1 동심원 배치의 고압 및 저압 권선의 누설인덕턴스 계산

누설자속은 축 방향으로 주로 계를 생성한다. 누설자속이란 각 권선을 통해 쇄교되지 않고 공기를 통해 관통하는 자속이다. [5] 권선 단부의 프링징 효과를 제외하면 누설자속의 패턴은 여러 개의 직선의 병렬 라인으로 나타내어진다. 누설자속의 직선부의 계산을 일반화시키기 위하여 H_{eq} (equivalent height)를 사용하였다. <그림 1>에서 H_{eq}는 권선면적 밖으로 통과하는 선속의 직선부분을 나타낸다.[3]

$$H_{eq} = \frac{H_w}{K_R} \quad (1)$$

H_w: 권선의 높이, K_R: Rogowski factor (<1.0)



〈그림 1〉 동심원 권선 간의 누설자속 및 자속밀도 그래프

〈그림 2〉 자속 튜브 및 기차력 그래프

<그림 1>에서 각 파라미터 값은 <표 1>에 나타내었다.

권선의 직경과 권선 간의 갭의 거리를 이용하여 누설 자속의 직선분의 정확한 길이를 계산할 수 있다. 보다 정확한 길이 계산을 위해 Rogowski factor K_R 를 식(11)로 근사화 할 수 있다.[5]

$$K_R = 1 - \frac{1 - \exp[-\pi H_w / (T_1 + T_g + T_3)]}{\pi H_w / (T_1 + T_g + T_3)} \quad (11)$$

2.2 에너지 관점에서 누설인덕턴스 계산

전자기의 에너지는 권선들과 그 권선들 사이의 갭에 저장되어진다. 저장된 에너지를 통하여 권선사이의 인덕턴스와 누설 인덕턴스를 계산할 수 있다. [2][3]

$$L = \frac{2W_m}{I^2} \quad (12)$$

I : 폐곡로를 통과하는 전류, W_m : I 에 의한 자계에너지

공기 중 자계는 $H = B/\mu_0$ 으로 선형성을 갖고 자속밀도의 점진적 증가로 인하여 식(13)과 같이 나타내어질 수 있다.

$$w = \int_0^B HdB = \int_0^B \frac{B}{\mu_0} dB = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (13)$$

H_{eq} 의 길이를 갖는 동심원에서의 에너지 증가량 dW_x 는

$$dW_x = \frac{B_x^2}{2\mu_0} * A = \frac{B_x^2}{2\mu_0} \pi(ID + 2x)H_{eq} dx \quad (14)$$

식(14)에 거리 변화량에 따른 자속밀도 식을 대입하여 아래의 식(15)를 구할 수 있다.

$$dW_x = \frac{\mu_0 \pi (NI)^2 x^2 (ID + 2x) dx}{2R^2 H_{eq}} \quad (15)$$

식(15)에서 T_1 길이의 LV 권선의 전체 에너지를 구하면

$$W_1 = \frac{\mu_0 \pi (NI)^2}{2T_1^2 H_{eq}} \int_0^{T_1} x^2 (ID + 2x) dx = \frac{\mu_0 \pi (NI)^2}{2H_{eq}} \frac{1}{3} [ID + \frac{3T_1}{2}] T_1 \quad (16)$$

팔호안의 항은 평균직경 D_1 으로 나타내어질 수 있다. 최종으로 LV 권선의 에너지는 식(17)로 표현 가능하다. HV측 권선의 에너지도 LV 권선의 에너지유도식과 유사한 방법으로 식(18)을 구할 수 있다.

$$W_1 = \frac{\mu_0 \pi (NI)^2}{2H_{eq}} \frac{1}{3} D_1 T_1 \quad (17) \quad W_2 = \frac{\mu_0 \pi (NI)^2}{2H_{eq}} \frac{1}{3} D_2 T_2 \quad (18)$$

위와 유사한 방법으로 권선사이의 에어 갭에서 자속밀도로부터 에너지를 구하면 식(19)와 같이 나타난다.

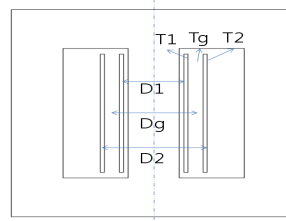
$$W_g = \frac{B_g^2}{2\mu_0} * A = \frac{1}{2\mu_0} \left[\frac{\mu_0 (NI)}{H_{eq}} \right]^2 \pi D_g T_g H_{eq} = \frac{\mu_0 \pi (NI)^2}{2H_{eq}} D_g T_g \quad (19)$$

권선과 권선 간의 에너지를 이용하여 누설인덕턴스를 계산할 수 있게 된다.

$$L = \frac{2W_m}{I^2} = \frac{2(W_1 + W_2 + W_g)}{I^2} = \frac{\mu_0 \pi N^2}{H_{eq}} \left[\frac{1}{3} (T_1 D_1 + T_2 D_2) + T_g D_g \right] \quad (20)$$

2.3 2kVA 변압기 계산 예

수치적 계산방법과 에너지방법 및 FEM해석을 통한 결과를 비교하기 위하여 2kVA 단상 변압기를 모델을 선정 하여 계산 및 해석을 하였다. 변압기의 사양은 <표 1>과 <그림 3>과 같다.



<그림 3> 변압기 단면도

<표 2> 단상변압기 사양 [mm]

Power	2kVA		
Voltage	110V		
N	118 turn		
Hw	198		
T1	5	D1	75
Tg	17	Dg	119
T2	5	D2	97

1) 수치적 계산방법은 식(11)을 이용하여 Rogowski factor $K_R = 0.9566$. 식(1)을 이용하여 $H_{eq} = 206.98[\text{mm}]$. 식(8)을 이용하여 $ATD = 1972.334[\text{mm}^2]$ 를 구할 수 있다. 계산 결과를 누설 인덕턴스 계산 식(9)을 이용하여 계산한 결과 $0.5238[\text{mH}]$ 로 구해졌다. 2) 식(20)을 이용한 에너지방법으로 누설인덕턴스를 계산한 결과 $0.61[\text{mH}]$, 3) 마지막으로 FEM해석을 이용하여 각각 영역의 전체 에너지를 구하면 $W_m = 445[\text{mJ}]$ 계산되어지며, 해석되어진 전체 저장 에너지를 식(12)의 계산으로 $0.47[\text{mH}]$ 의 결과를 얻을 수 있다.

위의 3방법을 이용하여 각각의 인덕턴스 결과를 <표 2>에 나타내었다.

<표 3> 각각의 방법을 사용한 계산 결과

Method	Inductance(mH)
Data sheet	0.54 [2]
Calculation	0.52
Energy method	0.61
FEM(FLUX2D)	0.47

3. 결 론

변압기의 설계 파라미터 중 가장 중요한 요소 중에 하나인 누설인덕턴스를 3가지 방법으로 계산을 하였다. 1) 변화하는 자속밀도와 누설자속선이 통과하는 면적의 변화를 고려한 수치적인 계산과 2) 저장 에너지를 사용한 에너지법 및 3) FEM 해석을 통하여 권선과 권선 간의 갭의 에너지를 해석하여 누설 인덕턴스를 각각 계산하였다. 계산 결과 약 $0.1[\text{mH}]$ 오차를 보였지만 1), 2)방법의 계산 방법은 결과 식만으로 빠르고 근사한 결과를 도출해낼 수 있기에 변압기 설계자를 위한 누설인덕턴스 및 리액턴스 계산 시 많은 도움이 될 것이다.

본 연구는 지식경제부의 지원에 의하여 기초전력연구원(08524) 주관으로 수행된 과제임

[참 고 문 헌]

- [1] Francisco de Leon, Adam Semlyen "Efficient calculation of elementary parameters of transformer", Transaction on Power Delivery, Vol.7, No.1, 1992
- [2] A.Naderian-Jahromi 외 2 "Calculation of distribution transformer leakage reactance using energy technique", ITEE. auper02, 2002
- [3] S.V.Kulkarni, S.A.Khpararde, "Transformer Engineering", Marcel Dekker, Inc, Chap 3, 2004
- [4] A.M.Kashtiban, A.R.Milani, M.T.Haque, "Investigation of winding type effect on leakage flux of single phase shell type transformer using FEM", Electrical Machines and Systems, 2005. ICEMS 2005. Proceedings of the Eighth International Conference on
- [5] Blume, L.F., Boyajian, A., Camilli, G., Lennox, T.C., Minnici, S., and Montsinger, V.M. Transformer engineering, John Wiley and Sons, New York, and Chapman and Hall London, 1951.
- [6] 안진우, 신판석, 우경일 "전기기기" 4판, Mcgraw-hill