# 얼굴인식에서의 고유값 조정을 통한 비선형 판별 분석의 향상

*김상기, 이효빈, 김성완, 이상윤
연세대학교 전기전자공학과
e-mail : neobox@yonsei.ac.kr, leehb00@yonsei.ac.kr, knauer@yonsei.ac.kr, syleee@yonsei.ac.kr

# Eigenvalue Regularization for Improving Nonlinear LDA in Face Recognition

*Sang-Ki Kim, Hyobin Lee, Seong-wan Kim, Sangyoun Lee
School of Electrical and Electronic Engineering
Yonsei University

## Abstract

In this paper, we introduce a novel variant of LDA for face renition. The proposed method is derived by regularizing the eigenvalue of nonlinear LDA. We evaluated the proposed method using AR face database, and it showed outstanding and stable performance over the preceding LDA variants.

## I. 서론

최근 PCA, LDA, ICA 등과 같은 부분 공간 사영은 얼굴 인식 분야에 있어 성공적인 특징 추출 방법론으로서 많은 연구가 되어 왔다. 그중에서도 LDA는 그 성능 측면에서 주목할 만한 향상을 가져왔다.

하지만 얼굴 인식에의 적용에 있어 LDA는 중대한 문제점을 안고 있다. LDA는 between-class scatter와 within-class scatter 두 매트릭스의 비율로 그 목적 함수가 정의되기 때문에, 이를 통한 부분 공간 계산을 위해서는 분모에 위치한 행렬의 역행렬 계산이 요구된다. 그러나 얼굴 인식 어플리케이션에서는 샘플 영상의 수가 충분치 않아 많은 경우 분산 행렬의 역행렬이 존재하지 않게 된다. SSS (small sample size) 문제라 불리는 이것의 해결을 위해 Belhumeur 등은 [1] LDA의 적용 이전에 PCA를 통한 차원 축소를 이용하여 분산행렬의 크기를 그 랭크 이하로 줄이는 방법을 사용하였다. 그러나 차원 축소 과정에서 중요한 정보의 손실이 발생하는 문제가 발생하여, 이를 보완하기 위한 null space 방법들이 제안되었다 [2]. 최근 발표된 ERE는 작은 eigenvalue에서의 노이즈를 모델링을 통해 제거함으로써 보다 효율적인 역행렬을 계산해 내었다.

또한 LDA의 성능을 보다 향상시키기 위해 비선형 basis를 찾는 방법들이 연구되었다 [3,4]. 이들은 kernel trick을 이용하여 고차원의 특징 공간에서 보다 효율적인 특징 추출이 가능하게 하였다. 본 논문에서는 eigenvalue regularization을 비선형 LDA에 접목시킨 Nonlinear-ERE를 구현한다.

## II. 본론: Nonlinear ERE

비선형 특징 공간으로의 매핑 $x \rightarrow \phi(x)$을 통한 비선형 판별 분석의 목적 함수는 다음과 같다.

$$v = \arg\max_{v} \left( \left| \frac{v^T T v}{v^T W v} \right| \right)$$

여기서 T와 W는 각각 total scatter matrix와 within-class scatter matrix이다. 이때 $v$ 는 목적 함수의 eigenvector가 되며, Φ의 선형 결합에 의해 표현된다: $v = \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \phi_i = \Phi\alpha$, $\Phi = [\phi_1 \cdots \phi_M]$, M은 총 학습 샘플 개수. 이를 이용하여 우리는 목적 함수를 아래와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\lambda = \frac{\alpha^T \Phi^T T \Phi \alpha}{\alpha^T \Phi^T W \Phi \alpha} = \frac{\alpha^T K(I - 2A + AA)K\alpha}{\alpha^T K(I - 2A_c + A_c A_c)K\alpha} = \frac{\alpha^T T' \alpha}{\alpha^T W' \alpha}$$

여기서 λ 는 목적 함수의 eigenvalue가 되며, K는 kernel 행렬, A는 모든 원소가 1/M인 (MxM) 크기의 행렬, Ac는 $diag(A_{c_l})_{l=1,\ldots,n_l}$인 (MxM) 크기의 행렬, $n_l$은 클래스 l의 샘플 수이다.

SVD를 이용하여 분모 $W'$을 먼저 분리해내어 구해진 eigenvector와 eigenvalue를 각각 $V_w$와 $\Lambda_w$라 한다. 이를 이용하여 분모의 pseudo-inverse를 구할 때, 작은 eigenvalue값에서의 노이즈 성분을 줄이기 위해 아래의 식과 같은 함수를 이용하여 근사해 줌으로써 eigenvalue 값을 regularize 해준다.

$$\Lambda' = \frac{a}{k+b},\ 1 \leqq k \leqq M$$

새로이 구해진 eigenvalue $\Lambda'$을 이용하여 $P = V\Lambda'^{-1/2}$를 정의한다. 이를 목적 함수 양변에 곱해주면 다음과 같다.

$$\frac{P^T T' P}{P^T W' P} = \frac{P^T T' P}{I} = P^T K(I - 2A + AA)KP$$

이 식의 eigenvalue problem을 풂으로써 구해지는 eigenvector, $\alpha'$을 이용하여 최종적으로 원하는 판별 벡터를 구할 수 있다, $v = \Phi\alpha = \Phi\alpha' P$.

## Ⅲ. 실험

제안된 NL-ERE의 성능 평가를 위해, AR 데이터베이스를 이용하여 GDA, KDDA, ERE들과 비교 실험하였다.

먼저 비선형 알고리즘들과의 비교에서는 polynomial kernel의 변수 a의 변화에 따른 성능을 그림 1에 보였다. GDA와 KDDA는 a값에 따라 서로 상반된 성능을 보이는 반면, 제안된 NL-ERE는 모든 값에서 앞선 성능을 보였다. 다음으로 그림 2 에서는 사용된 기저 벡터의 개수에 따른 성능을 비교하였다. 비선형 알고리즘들은 각각 최적의 kernel 변수에서의 성능을 표시하였다. 제안된 NL-ERE는 다른 알고리즘에 비해 빠른 에러 감소를 보이며, 많은 basis를 사용할 때에도 안정적인 성능을 보이는 것을 확인할 수 있다.

## Ⅳ. 결론 및 향후 연구 방향

제안된 NL-ERE알고리즘은 그 높은 랭크의 Total scatter와, eigenvalue의 regularization, 그리고 비선형성을 통해 기존 LDA의 성능을 한층 끌어올릴 수 있었다. 얼굴 인식 어플리케이션에서의 인식 성능을 보다 향상시키기 위해서는 여타 패턴 인식 분야와는 차별되는 얼굴 인식만의 특성에 대한 이해와 분석이 필요하

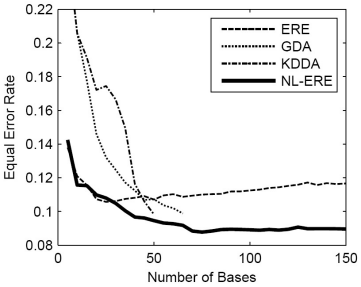


그림 1 사용한 기저 수에 따른 알고리즘 성능 비교

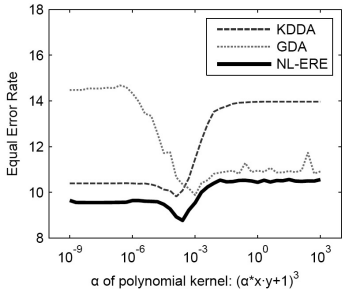


그림 2 커널 변수에 따른 비선형 알고리즘 성능 비교

다. 이러한 맥락에서 LDA의 Gaussian한 데이터 분포라는 가정의 수정이 필요하다. 그러므로 이른바 Heteroscedasticity라 하는 복합적인 분포를 갖는 데이터에 적용 가능한 판별 분석 알고리즘 개발이 우리의 다음 연구 주제가 될 것이다.

## Acknowledgement

본 연구 결과는 한국과학재단 지정 생체인식연구센터의 지원을 받아 이루어 졌습니다.

## 참고문헌

[1] P. N. Belhumeur, J. P. Hespanha, and D. J. Kriegman, “"Eigenfaces vs. Fisherfaces: Recognition using class specific linear projection," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. 19, pp. 711-720, May 1997.

[2] X. Jiang, B. Mandal, and A. Kot, “"Eigenfeature Regularization and Extraction in Face Recognition," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. 30, no. 3, Mar. 2008

[3] G. Baudat and F. Anouar, "Generalized Discriminant Analysis Using a Kernel Approach," *Neural Computation*, vol. 12, no. 10, pp. 2385-2404, 2000.

[4] J. Lu, K. N. Plataniotis, and A. Venetsanopoulos, “"Face Recognition Using Kernel Direct Discriminant Analysis Algorithms,"" *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 14, no. 1, pp. 117- 126, Jan 2003.