# Kalman-LMS 알고리즘과 Volterra filter를 이용한 비선형 시스템 식별

*강규한, 서재범, 남상원
한양대학교 공과대학 전자컴퓨터통신공학부
e-mail : swnam@hanyang.ac.kr

# System identification using a Volterra filter with Kalman-LMS algorithm

***Kyu-Han Kang, Jae-Bum Seo and Sang-Won Nam**
**Dept of Electronics and Computer Eng., Hanyang Univ.**
**swnam@hanyang.ac.kr**

## Abstract

In this paper, Kalman-LMS algorithm is further extended to nonlinear system identification, whereby Kalman-LMSalgorithm and third-order Volterra filer are utilized.

## I. 서론

Normalized least mean square (NLMS) 알고리즘은 입력을 normalization하여 LMS 알고리즘의 수렴 성능을 향상시켰으며 LMS 알고리즘 만큼의 적은 연산량을 보이는 장점이 있어 적응 필터 알고리즘으로 널리 사용되어 지고 있다[1]. 최근에 Kalman 알고리즘과 NLMS 알고리즘의 연관성을 이용하여 제안된 Kalman-LMS (KLMS)알고리즘은 Kalman 알고리즘의 stable한 성질을 갖고 있으며, 입력이 저전력이고 low-order filter일 경우, NLMS 알고리즘의 수렴 성능이 저하되는 단점을 보완하였다[4]. 그러나, 실제 시스템은 선형적인 특성 보다는 비선형적인 특성을 나타내어 가존의 선형적응 필터로 식별에 적용되기에는 한계가 있다[5]. 이를 해결하기 위해 선형 적응 필터 알고리즘과 볼테라 필터링을 이용한 방법이 제안되었다[5-6]. 본 논문에서는 볼테라 필터링과 KLMS 알고리즘을 이용한 비선형 시스템 식별 알고리즘을 제안한다. 2장에서는 제안한 볼테라 필터링 기반 KLMS 알고리즘에 대한 설명을 하고, 3장에서 모의실험 결과를 보이고, 끝으로 4장에서는 결론을 맺는다.

## II. 볼테라 필터링 기반 KLMS 알고리즘

볼테라 비선형 3차 모델 다음의 M개의 유한한 메모리를 갖는 컨볼루션 형태로 나타낼 수 있다[5-6].

$$y(n)=\sum_{i=0}^{M-1} w_1(i)x(n-i) + \sum_{i=0}^{M-1}\sum_{j=i}^{M-1} w_2(i,j)x(n-i)x(n-j) + \sum_{i=0}^{M-1}\sum_{j=i}^{M-1}\sum_{k=j}^{M-1} w_3(i,j,k)x(n-i)x(n-j)x(n-k) \quad (1)$$

(1)에서, $w_1(i)$, $w_2(i,j)$, $w_3(i,j,k)$는 1차, 2차, 3차 볼테라 커널을 나타내며, 입출력 관계는 다음의 벡터 형식으로 표현할 수 있다.

$$y(n)=W^T(n)X(n) \quad (2)$$

$$W(n)=[w_1(0)\ldots w_1(M-1), w_2(0,0)\ldots w_2(0,M-1), w_2(1,1)\ldots w_2(1,M-1), w_2(2,2)\ldots w_2(M-1,M-1), w_3(0,0,0)\ldots w_3(0,0,M-1)\ldots w_3(M-1,M-1,M-1)]^T \quad (3)$$

$$X(n)=[x(n)\ldots x(n-M+1), x^2(n)\ldots x(n)x(n-M+1), x^2(n-1), x(n-1)x(n-M+1), x^2(n-2)\ldots x^2(n-M+1), x^3(n)\ldots x^2(n-1)x(n-M+1)\ldots x^3(n-M+1)]^T \quad (4)$$

다음은 비선형 모델을 적용한 KLMS 알고리즘이다.

$$P=X(n)^T X(n)* \quad (5)$$

$$W(n+1) = W(n) + \frac{X(n)\alpha(n)}{P+q_v(n)/\sigma_w^2(n)} \quad (6)$$

$$\sigma_w^2(n+1) = \sigma_w^2(n)(1 - \frac{P/N}{P+q_v(n)/\sigma_w^2(n)}) + q_n(n) \quad (7)$$

(6)에서 $\alpha(n)$는 d(n)과 y(n)간의 오차신호, $q_v(n)$과 $q_n(n)$는 측정 오차 파워와 상태 오차 파워의 값이고, N은 필터의 차수이고, P는 입력파워, $\sigma_w^2(n)$은 오차의 공분산 값이다. 기존의 NLMS 알고리즘은 각 커널의 P로 커널을 업데이트시키지만, KLMS 알고리즘은 P뿐만 아니라 P값에 의존한 $\sigma_w^2(n)$의 값을 업데이트한 후 커널을 업데이트시킨다. 입력파워가 1인 경우 $\sigma_w^2(n)$의 값은 1정도 값을 가지며, 입력파워가 1보다 낮은 경우 $\sigma_w^2(n)$의 값은 커지며 정규화된 파워값에 영향을 주지 않는 작은 값으로 결정된다.

## Ⅲ. 모의실험

본 모의실험에서는 Multi carrier 입력을 갖는 3차 비선형성 모델을 아래와 같이 가정하였다[7].

$$d(n) = x(n) - 0.3 * x^3(n) \quad (8)$$

x(n)=cos[2*pi*11t]+0.707cos[2*pi*14t] (9)

x(n)은 입력신호 이며 d(n)은 비선형성을 갖는 통신 시스템을 가정하였다. 그림 1과 2는 감소된 오차신호 $\alpha(n)$ normalized mean square error (NMSE)를 나타낸다. 다음은 비선형 모델 d(n)을 각각의 알고리즘에 적용한 경우로 (a)는 선형 NLMS알고리즘, (b)는 선형 KLMS알고리즘, (c)는 볼테라 NLMS 알고리즘, (d)는 볼테라 KLMS 알고리즘이다. 입력신호 x(n)에 대한 입력 파워에 상관없이 선형 NLMS와 KLMS 알고리즘은 비선형 모델이 주어졌을 때, 수행 능력이 현저히 떨어진다.

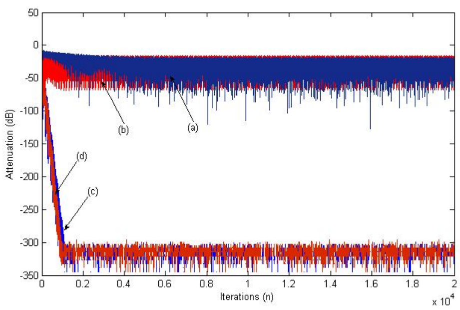


그림 1. 일반적인 입력신호 x(n)을 사용했을때 오차신호의 NMSE curve

그림 1에서 x(n) 입력파워가 1일 때 KLMS 알고리즘과 NLMS 알고리즘의 수렴성능은 비슷하다. 그러나, 그림 2에서와 같이, 입력 파워가 감소하여 0.3일 때는 KLMS 알고리즘은 NLMS 알고리즘보다 더 좋은 수렴성능을 보인다.

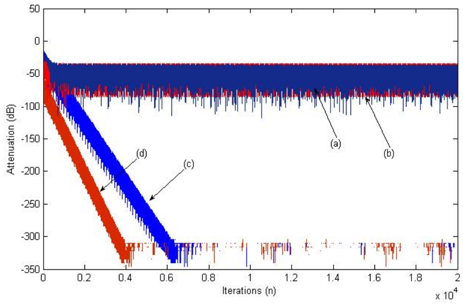


그림 2. 입력값 x(n)의 파워를 0.3배 감소 시켰을때의 오차신호의 NMSE curve

## Ⅳ. 결론

본 논문에서는 선형 시스템에서의 적용되어온 KLMS 알고리즘을 볼테라 시스템에 적용하여 비선형 시스템을 인식하는 방법을 제안하였다. 선형 KLMS 알고리즘이 선형 NLMS 알고리즘에서의 문제점인 낮은 차수 필터와 낮은 입력 파워일 때 수행능력이 떨어지는 점과 수렴 속도가 늦어지는 단점을 보상한 것과 같이, 제안한 비선형 KLMS 알고리즘은 비선형 시스템 인식에서도 빠른 수렴 성능을 보인다.

**Acknowledgments**

This study was supported by a grant of the Korea Health 21 R & D Project, Ministry of Health & Welfare, Republic of Korea (02-PJ3-PG6-EV08-0001).

## 참고문헌

[1] Simon Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice-Hall, Inc., 1996

[2] Brian D.O. Anderson, *Optimal Filtering*, Dover Publications, 2005.

[3] P. Strobach, *Linear Prediction Theory*, Springer-Verlag, 1990

[4] P.A.C. Lopes, G. Tavares; and J.B. Gerald, “A new type of normalized LMS algorithm Based on the Kalman filter,” *Proc. of ICASSP 2007,* vol. 3, pp.1345-1348, Apr. 2007.

[5] V.J. Mathews, *Polynomial Signal Processing.* John Wiley & Sons, Inc., 2000.

[6] V.J. Mathews, "Adaptive polynomial filters," *Signal Processing Magazine, IEEE.* vol. 8, pp.10-26, Jul. 1991.

[7] W.H. Tranter, *Principles of Communication Systems Simulation,* Prentice-Hall, Inc., 2004.