

Belief Propagation을 이용한 터보 등화기

*이윤희, 최수용
 연세대학교 전기전자공학과
 e-mail : yh0192.lee@yonsei.ac.kr, csyong@yonsei.ac.kr

Turbo Equalization using Belief Propagation

*Yunhee Lee, Sooyong Choi
 School of Electrical & Electronic Engineering
 Yonsei University

Abstract

Turbo equalizers which use MAP (maximum *a posteriori* probability) equalizer or MMSE (minimum mean square error) equalizer have shown high performance and adoptability [1], [2].

In this paper, we show that the BP (belief propagation) algorithm can also be applied in equalizer and when it is connected with channel code, it can replace the MAP equalizer with similar complexity and performance.

I. 서론

채널 부호화 후 ISI (inter-symbol interference) 채널을 거치는 통신 시스템에서 터보 범칙을 이용하여 등화-복호를 수행하는 것을 터보 등화라 하는데, 이미 MAP 등화를 이용한 터보 등화, MMSE 등화를 이용한 터보 등화 등에서 그 성능이 입증되었다.

BP 알고리즘은 반복 알고리즘으로 이를 이용하여 등화를 효과적으로 수행할 수 있다. 그러므로 본 논문에서는 BP 알고리즘의 반복 구조를 활용하여 터보 등화를 수행하고, 그 성능을 기존의 MAP-based, MMSE-based 터보 등화기와 비교 분석하고자 한다.

II. 본론

2.1 시스템 모델

전송 데이터는 그림 1과 같이 채널 부호화를 거친 후 인터리빙, BPSK (binary phase-shift keying) 변조 후 채널을 거친다. 채널은 ISI를 발생하며 이 과정을 터보 부호의 두 번째 부호화로 보고 터보 등화를 수행하게 된다. 수신단에서는 수신 심볼값과 *a priori* information을 이용하여 등화를 수행하며 extrinsic information을 출력으로 내보낸다. 복호기에서는 그것을 *a priori* information으로 이용하여 복호를 수행하며, 복호가 끝난 후 최종적인 decision을 수행하면 한번의 반복 수신이 완료된다. 반복 수행을 위하여 복호기의 extrinsic information을 등화기로 전달하게 되고, 이 값은 등화기의 *a priori* information으로 사용된다.

2.2 Belief Propagation 등화

채널을 거친 수신 심볼을 z , 전송 심볼을 x 라 하고 전송 심볼 번호를 i , 수신 심볼 번호를 j 라 한다. ISI 채널의 tap 길이를 l 이라 하면, 등화기의 *a priori* information은 $\pi_{xz}(i,j)=P(x_i=1|\pi_{zx}(k,i),k=i,\dots,i+l-1|j)$ 이고, BP 등화기는 이 값과 수신값 z 를 이용하여 extrinsic information $\pi_{zx}(j,i)=P(x_j=1|z_j,\pi_{xz}(k,j),k=j-l+1,\dots,j|i)$ 를 다음과 같이 계산한다[3].

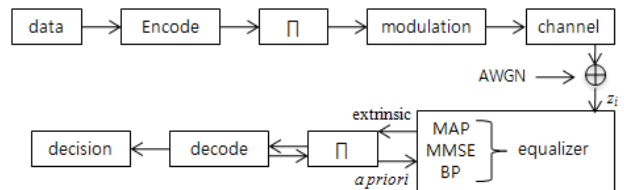


그림 1 터보 등화기의 시스템 모델

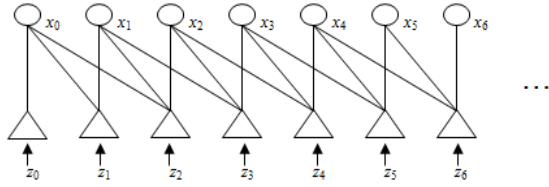


그림 2 BP 등화기의 Factor Graph

$$\begin{aligned} \pi_{zx}(j, i) &= P\{x_i = 1 | z_j, \pi_{xz}(k, j), k = j-l+1, \dots, j \setminus i\} \\ &= P\{z_j | x_i = 1, (x_{j-l+1}, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_j)\} \\ &\quad \times P\{x_{j-l+1}, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_j\} \end{aligned}$$

이로써 한 번의 반복이 종료되며 복호단으로 넘겨주기 위한 extrinsic information은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \pi_{Eo}(i) &= P\{x_i = 1 | \pi_{zx}(k, i), k = i, \dots, i+l-1\} \\ &= \prod_{k=i}^{i+l-1} \pi_{zx}(k, i) \end{aligned}$$

2.3 복잡도

MAP 등화기의 복잡도는 2^l 이다. BP 등화기 역시 심볼 당 2^l 개의 메시지를 가지므로 복잡도 측면에서는 MAP의 경우와 동일하다. MMSE 등화기의 복잡도는 MMSE 필터의 tap 수에 영향을 받게 되는데 필터 계수를 M 이라 하면, M^3 의 복잡도를 가지게 된다.

III. 실험 결과

실험은 tap 계수가 [0.408 0.815 0.408]인 frequency selective 채널 환경에서 수행하였으며, 수신단에서 채널 계수를 미리 알고 있다고 가정하였다. 한 프레임의 길이는 1024로, 이 크기는 인터리버의 크기와의 동일하다. 채널 부호는 생성 함수가 $(1+D^2, 1+D+D^2)$ 인 convolution 부호를 사용하였다.

그림 3은 각각 MAP-based, MMSE-based, BP-based 등화기의 성능을 나타내는 그래프이다. 5번의 반복 후에는 MAP 등화기의 성능에 수렴한다.

그림 4는 반복 수행 횟수에 따른 성능 변화를 나타내는데 각 알고리즘 모두 5회 정도의 반복 후에는 수렴값에 도달하므로 그리 많은 횟수의 반복을 필요로 하지는 않음을 알 수 있다.

IV. 결론 및 향후 연구 방향

지금까지 BP 등화기를 적용한 터보 등화기를 구현하고 이를 기존의 MAP-based, MMSE-based 터보 등화기와 성능, 복잡도 측면에서 비교해 보았다.

반복 수신기는 성능 향상의 장점이 있는 반면에 반

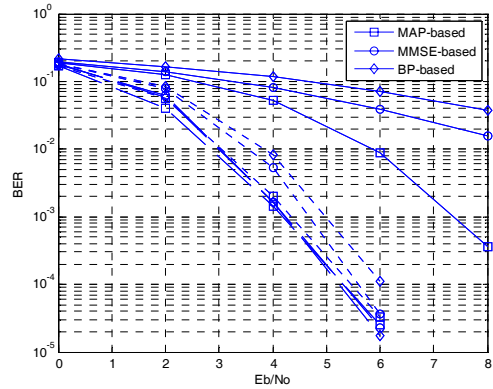


그림 3 각 터보 등화기의 성능 비교

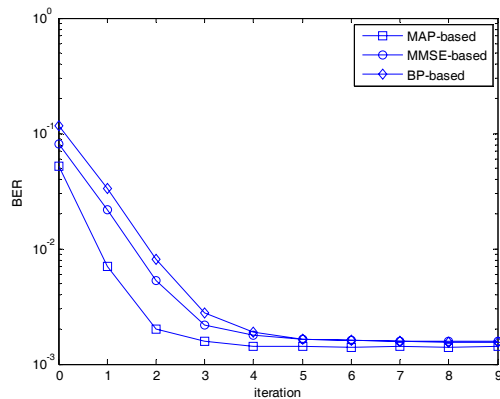


그림 4 반복 횟수에 따른 성능

복에 따른 복잡도의 증가와 그에 따른 지연의 문제가 발생하므로 최소의 연산량으로 수렴하는 알고리즘의 연구가 필요하다.

참고문헌

- [1] G. Bauch, H. Khorranm and J. Hauenauer, "Iterative Equalization and Decoding in Mobile Communications Systems", in *Proc. in Second European Personal Mobile commun. Conf. (2.EPMCC'97)*, Bonn, Germany, Sept/Oct. 1997, pp.307-312.
- [2] M. Tuchler, C. Singer and R. Koetter, "Minimum Mean Squared Error Equalization Using A Priori Information", *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 50, pp.673-683, Mar 2002.
- [3] M. N. Kaynak, T. M. Duman and E. M. Kurtas, "Belief Propagation over Frequency Selective Fading Channels", in *Proc. Vhe. Technol. Conf., Setp.* 2004.