

# Dual basis를 이용한 격자 감소 방식의 다중 입출력 수신기

\*권동영, 송형준, 박성수, \*\*홍대식  
연세대학교 전기전자 공학과 정보 통신 연구실  
e-mail : *kdy820@yonsei.ac.kr, daesikh@yonsei.ac.kr*  
homepage : *http://mirinae.yonsei.ac.kr*

## Lattice Reduction Aided MIMO Receiver Using Dual Basis

\*Dongyoung Kwon, Hyungjoon Song, Sungsoo Park, \*\*Daesik Hong  
Information and Telecommunication Lab. (B715),  
Dept. of Electrical and Electronic Eng., Yonsei Univ.

### Abstract

This paper presents a lattice reduction aided (LRA) MIMO receiver using dual basis. By reducing the basis of channel inversion matrix which directly boosts the noise power, the LRA-MIMO receiver using dual basis has better performance than that using primal basis.

### I. 서론

다중 입출력(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)은 다수의 송수신 안테나를 이용하여 채널 용량을 증대시키는 기술이다[1]. 다중 입출력에는 여러 가지 검파 방식이 있으며 이 중 ML (maximum likelihood) 검파기는 최적의 성능을 얻지만 복잡도가 크다는 단점이 있다. 반면에 ZF(zero forcing) 검파기와 같은 선형 검파기는 복잡도가 낮으나 ML 검파기에 비해 성능이 현저히 떨어진다. 따라서 ML 검파기에 준하는 성능과 낮은 복잡도의 검파 방식이 요구되면서 primal basis를 이용한 격자 감소(lattice reduction) 방식의 검파기가 제안되었으나 안테나가 증가할수록 ML 검파기와 성능 차이가 커지는 단점이 있다[2].

본 논문에서는 송수신 안테나가 많은 경우, 기존의 primal basis를 이용한 격자 감소 방식의 다중 입출력

1) 본 과제(결과물)는 교육인적자원부, 산업자원부, 노동부의 출연금 및 보조금으로 수행한 최우수실험실 지원사업의 연구 결과임.

2) 이 논문은 한국과학재단이 주관하는 국가지정연구실사업(NRL:ROA-2007-000-20043-0)의 지원을 받아 연구되었음.

수신기에 비해 성능이 뛰어난 dual basis 방식의 수신기를 제안한다.

### II. 시스템 모델

$M$ 개의 송신 안테나와  $N$ 개의 수신 안테나로 구성된 다중 입출력 시스템을 고려하자( $M \leq N$ ). 데이터 스트림을 직교 진폭 변조(QAM) 정상도로 매핑한 후  $M$ 개의 부 스트림으로 역다중화를 하여 송신 신호  $x_c = [x_1, x_2, \dots, x_M]^T \in C^{M \times 1}$ 를 생성한다. 여기서  $C^{A \times B}$ 는  $A$ 개의 행과  $B$ 개의 열로 이루어진 복소수 매트릭스이다. 전송 안테나와 수신 안테나 사이의 채널이 협대역이라고 가정하면 수신 신호  $y_c \in C^{N \times 1}$ 는 다음과 같다.

$$y_c = H_c x_c + n_c, \tag{1}$$

여기서  $H_c \in C^{N \times M}$ 은 다중 입출력 채널을 의미하며  $n_c \in C^{N \times 1}$ 은 평균이 0이며 분산이  $\sigma^2$ 인 독립 복소수 가우시안 랜덤 변수이다. LLL(Lenstra, Lenstra, Lovasz) 알고리즘과 같은 격자 감소 알고리즘은 실수 값을 입력받기 때문에 수식 (1)은 다음의 등가 실수 모형으로 표현한다[3].

$$y = Hx + n, \tag{2}$$

위 식에서  $y = \begin{bmatrix} R(y_c) \\ I(y_c) \end{bmatrix}$ ,  $x = \begin{bmatrix} R(x_c) \\ I(x_c) \end{bmatrix}$ ,  $n = \begin{bmatrix} R(n_c) \\ I(n_c) \end{bmatrix}$ ,

$H = \begin{bmatrix} R(H_c) & -I(H_c) \\ I(H_c) & R(H_c) \end{bmatrix}$ 이며  $R(\cdot)$ ,  $I(\cdot)$ 는 각각 실수부분, 허수부분을 나타낸다.

### III. Dual basis 격자 감소 방식

primal basis는 채널  $H$ 의 열벡터로 정의한다, 기존의 격자 감소 방식은  $H_p = HT_p$ 의 primal basis들을 최대한 서로 수직으로 만드는 unimodular 매트릭스  $T_p$ 를 찾는다[2].  $H_p$ 로 ZF 검파를 하는 방식은 다음과 같다.

$$\hat{x}_p = Q[(H_p)^{-1}y] = Q[x_p + (T_p^{-1}H^{-1})n], \quad (3)$$

여기서  $x_p$ 는  $T_p^{-1}x$ 이며  $Q[\cdot]$ 은 가장 가까운 점으로의 양자화를 의미한다. 양자화 후  $T_p \hat{x}_p$ 의 과정을 거치면 전송 신호  $x$ 를 추정할 수 있다. (3)에서 잡음은 매트릭스  $H_p^{-1} = T_p^{-1}H^{-1}$ 에 의해 증폭되므로  $H_p^{-1}$ 의 norm이 작을수록 검파 성능이 우수하다. 그러나 primal basis 방식으로 구한  $T_p$ 는  $HT_p$ 의 norm을 최소화하는 것이 목적이므로  $H_p^{-1}$ 의 norm을 항상 최소화하지는 않는다.

그러므로 본 논문에서는 dual basis를 이용하여 잡음 증폭 매트릭스의 norm을 최소화하는 격자 감소 방식을 제안한다. dual basis는 매트릭스  $(H^{-1})^T$ 의 열벡터로 정의된다[4]. LLL 알고리즘과 같은 격자 감소 알고리즘을 통해  $H_D = (H^{-1})^T T_D$ 의 열벡터들을 최대한 수직으로 만드는 unimodular 매트릭스  $T_D$ 를 찾은 후, 다음과 같이 ZF 검파를 한다.

$$\hat{x}_D = Q[(H_D)^T y] = Q[x_D + (T_D^T H^{-1})n], \quad (4)$$

여기서  $x_D$ 는  $T_D x$ 이며  $(T_D)^{-1} \hat{x}_D$ 의 과정을 통해 전송 신호  $x$ 를 추정한다. 또한 norm을 매트릭스의 가장 큰 특이값(singular value)으로 정의되는 2-norm으로 가정하면, (4)의  $T_D^T H^{-1}$ 와  $H_D = (H^{-1})^T T_D$ 는 서로 전치(transpose)관계이기 때문에 norm이 동일하다. 따라서  $H_D$ 의 norm을 최소화시키는  $T_D$ 는 잡음 증폭 매트릭스  $T_D^T H^{-1}$ 의 norm을 최소화한다.

### IV. 결과 고찰 및 결론

LLL 알고리즘으로 모의실험을 한 결과, 그림 1과 같이 dual basis 방식이 primal basis 방식보다 잡음 증폭 매트릭스의 평균 2-norm이 낮다. 그림 2는 정상도가 4QAM이며 송수신 안테나가 8개일 때 primal basis와 dual basis 방식 ZF 검파기의 BER(bit error rate)의 비교이다. 안테나가 8개일 때 2-norm에서 0.5정도 차이가 나며, 이는 BER 관점에서 약 2dB 정도의 성능이득으로 나타난다.

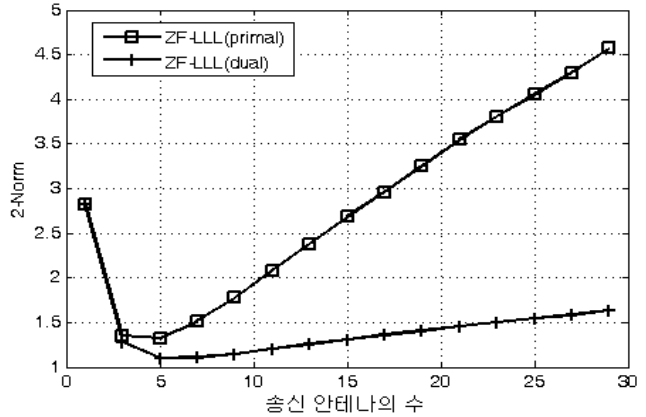


그림 1. 잡음 증폭 매트릭스의 평균 2-norm 비교

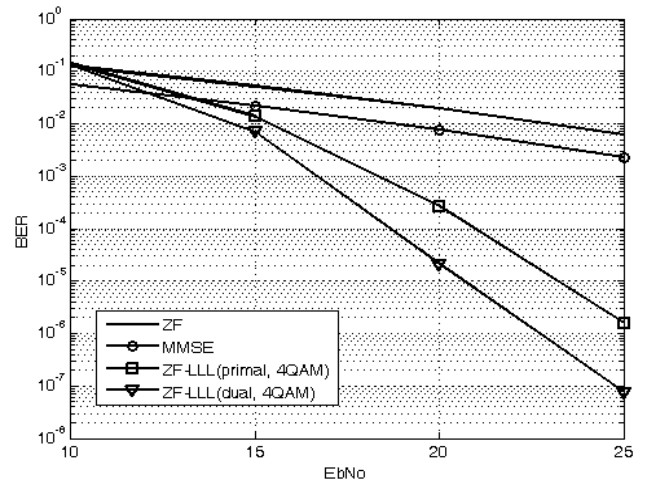


그림 2. BER 성능 비교 (4QAM, 8x8 안테나)

본 논문에서는 dual basis를 이용한 격자 감소 방식의 다중 입출력 수신기를 제안하였다. dual basis를 이용할 경우 잡음 증폭 매트릭스의 norm을 최소화함으로써 주요 기저 방식보다 낮은 BER을 얻을 수 있다.

### 참고문헌

- [1] E. Viterbo and J. Boutros, "A universal lattice code decoder for fading channels," IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 45, pp. 1639 - 1642, July 1999.
- [2] H. Yao and G. Wornell, "Lattice-reduction-aided detectors for MIMO communication systems," in Proceedings of the IEEE Global Telecommunication Conference, vol. 1, Taipei, Taiwan, Nov. 17 - 21 2002, pp.424 - 428.
- [3] A. K. Lenstra, H. W. Lenstra, and L. Lovasz, "Factoring polynomials with rational coefficients," Math. Ann., vol. 261, pp. 515 - 534, 1982.
- [4] P. M. Gruber and C. G. Lekkerkerker, "Geometry of Numbers". Amsterdam, Netherlands: Elsevier, 1987