

핀 바닥두께가 변하는 pin 핀의 해석

강 형석¹⁾

Analysis of a Pin Fin with Variable Fin Base Thickness

Hyungsuk Kang

Key words : Heat loss(열손실), Thermal resistance(열 저항), Fin base thickness(핀 바닥두께), Convection characteristic number(대류특성계수), Outer radius(바깥반경)

Abstract : A pin fin with variable fin base thickness is analysed by using the one dimensional analytic method. Heat loss and fin thermal resistance are presented as a function of the fin base thickness, pin fin outer radius and convection characteristic numbers ratio. The relationship between the fin outer radius and fin base thickness for the same amount of heat loss is shown. One of the results indicates the fin thermal resistance decreases as the fin outer radius and/or convection characteristic numbers ratio increase whereas the fin thermal resistance is independent on the variation of fin base thickness.

Nomenclature

h : ambient heat transfer coefficient, $W/(m^2\text{ }^\circ\text{C})$
 h_c : fin tip heat transfer coefficient, $W/(m^2\text{ }^\circ\text{C})$
 k : thermal conductivity, $W/(m\text{ }^\circ\text{C})$
 l_b : fin base thickness, m
 L_b : dimensionless fin base thickness, l_b/l_c
 l_c : characteristic length, m
 l_e : fin tip length, m
 L_e : dimensionless fin tip length, l_e/l_c
 M : ambient convection characteristic number, hl_c/k
 M_e : fin tip convection characteristic number, $h_e l_c/k$
 NX : normalized position of X , $(X-L_b)/(L_e-L_b)$
 P : symbol for performance, $R_t/10$ or $10Q$
 q : heat loss from the fin, W
 Q : dimensionless heat loss from the fin, $q/(kl_c\phi_i)$
 r : fin radius coordinate, m
 R : dimensionless fin radius coordinate, r/l_c
 r_o : fin outer radius, m
 R_o : dimensionless fin outer radius, r_o/l_c
 r_t : thermal resistance, $^\circ\text{C}/W$
 R_t : dimensionless thermal resistance, $kl_c r_t$
 T : temperature, $^\circ\text{C}$
 T_i : inside wall temperature, $^\circ\text{C}$

T_∞ : ambient temperature, $^\circ\text{C}$
 x : fin length coordinate, m
 X : dimensionless fin length coordinate, x/l_c

Greek symbols

β : convection characteristic numbers ratio, M_e/M
 θ : dimensionless temperature, $(T-T_\infty)/(T_i-T_\infty)$
 ϕ_i : adjusted inside wall temperature, $(T_i-T_\infty)^\circ\text{C}$

subscrip

b : fin base
 c : characteristic
 e : fin tip
 i : inside wall
 o : outer
 t : thermal
 ∞ : ambient

1) 강원대학교 기계·메카트로닉스공학부
E-mail : hkang@kangwon.ac.kr
Tel : (033)250-6316 Fax : (033)242-6013

1. 서론

확장표면 또는 핀은 열적 시스템 설계에서 중요한 역할을 한다. 최근 관심이 더욱 높아지고 있는 신재생 에너지도 더욱 효율적으로 사용하기 위하여 핀의 사용은 필수적이라 할 수 있다. 신재생 에너지의 하나인 지열을 사용하는 지열 시스템에서 열교환기는 필수적인 장치이며 이 열교환기의 열전달 향상을 위한 중요한 역할을 하는 것이 핀이다. 핀에 대한 연구들이 많이 이루어져 왔으며⁽¹⁻⁴⁾ 실제 열적 시스템에서 사용되고 또한 연구되어지는 핀의 형상은 매우 다양하다.

Pin 핀도 많이 사용되고 연구되어지는 보편적인 핀의 형상중 하나이다. 이러한 pin 핀에 대한 연구들의 예로, Yeh는⁽⁵⁾ 온도에 따라 변화하는 열전달계수를 고려하면서 사각 핀과 원통형 pin 핀의 최적차원을 해석하였다. Chung과 Iyer는⁽⁶⁾ 주위의 열전달 계수가 변하는 사각 핀과 pin 핀의 최적화를 위하여 적분법을 적용하였다. 또한 Su와 Hwang은⁽⁷⁾ 핀 끝 대류 상태가 각각 다른 세 경우에 대하여 pin 핀으로부터의 1차원과 2차원으로 구한 열전달의 상대오차를 해석하였으며 Almgobel과 Bejan은⁽⁸⁾ 실린더에 붙어있는 pin 핀들에 대한 최적화 방법을 발표하였다.

이러한 pin 핀의 연구에서는 핀의 바깥반경과 핀 바닥온도가 일정하게 주어졌다. 본 연구에서는 pin 핀 바깥반경과 바닥두께가 변하며 따라서 바닥온도가 이들의 변화에 따라 변하는 조건에서 열손실과 열 저항을 핀 바닥두께, 바깥반경 그리고 대류특성계수 비의 함수로 해석하였다. 또한 다른 변수들이 일정하게 주어졌을 때 같은 열손실이 일어나기 위한 핀 바닥두께와 바깥반경의 관계를 해석하였다.

2. 1차원 해석적 방법

2.1 핀 내 온도

Figure 1에서 보여 지는 pin 핀에 대한 무차원 형태의 지배 방정식은 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\frac{d^2\theta}{dX^2} - \frac{2M}{R_o}\theta = 0 \quad (1)$$

무차원 지배방정식 (1)을 풀기 위하여 식 (2)와 (3) 두개의 무차원 경계 조건이 요구 된다.

$$-\frac{d\theta}{dX}\Big|_{X=L_b} = \frac{1-\theta|_{X=L_b}}{L_b} \quad (2)$$

$$\frac{d\theta}{dX}\Big|_{X=L_c} + M_c\theta\Big|_{X=L_c} = 0 \quad (3)$$

경계 조건식 (2)는 핀 단면적과 같은 면적의 내벽으로부터 핀 바닥까지 전도에 의한 열전달은 핀 바닥을 통하여 핀으로 전도에 의하여 들어가는 열전달과 같다는 의미이며 식 (3)은 핀 끝으로 전도에 의해 들어가는 열전달은 핀 끝에서 대류에 의하여 주위로 나가는 열전달이 같음을 나타낸다. 지배 방정식 (1)을 푼 후 경계 조건식 (2)와 (3)을 적용하면 pin 핀 내의 온도분포 식 (4)를 얻게

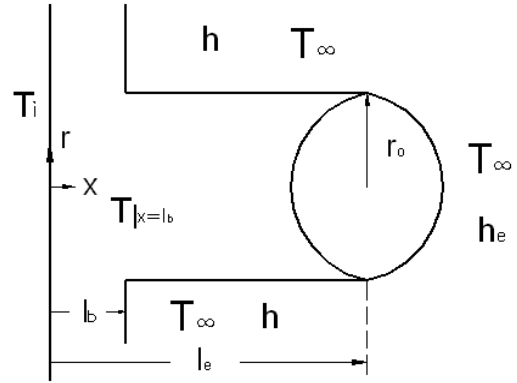


Fig. 1 Schematic diagram of a pin fin

된다.

$$\theta(X) = \frac{C_3 \cosh(mX) - C_4 \sinh(mX)}{C_1 C_3 + C_2 C_4} \quad (4)$$

여기서,

$$C_1 = \cosh(mL_b) - mL_b \sinh(mL_b) \quad (5)$$

$$C_2 = mL_b \cosh(mL_b) - \sinh(mL_b) \quad (6)$$

$$C_3 = m \cosh(mL_c) + M_c \sinh(mL_c) \quad (7)$$

$$C_4 = m \sinh(mL_c) + M_c \cosh(mL_c) \quad (8)$$

$$m = (2M/R_o)^{1/2} \quad (9)$$

2.2 핀으로부터의 열손실

Pin 핀으로부터의 열손실은 식 (10)으로부터 계산할 수 있으며, 이 식을 풀어 정리한 무차원 형태의 열손실은 식 (11)로 씌어 진다.

$$q = -k\pi r_o^2 \frac{dT}{dx}\Big|_{x=l_b} \quad (10)$$

$$Q = \frac{q}{kl_c \phi_i} = \frac{\pi R_o^2 m C_5}{C_1 C_3 + C_2 C_4} \quad (11)$$

여기서,

$$C_5 = C_4 \cosh(mL_b) - C_3 \sinh(mL_b) \quad (12)$$

2.3 핀의 열 저항

핀의 열 저항은 식 (13)으로 정의된다.

$$R_t = \frac{T|_{x=l_b} - T_\infty}{q} \quad (13)$$

무차원 형태로 표현된 핀의 열 저항은 식 (14)로 주어진다.

$$R_t = kl_c R_t = \frac{\theta|_{X=L_b}}{Q} \quad (14)$$

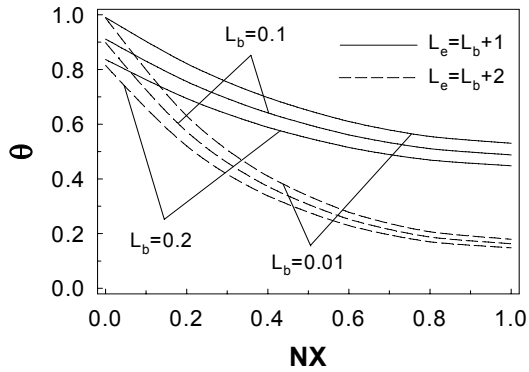


Fig. 2 Temperature profile along the normalized position of the fin length ($R_o=0.15$, $M=0.1$, $\beta=1$)

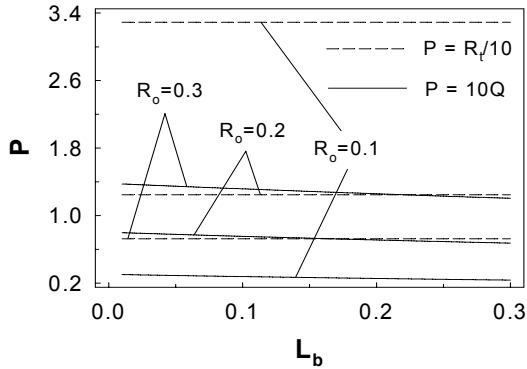


Fig. 3 Fin performance versus the fin base thickness ($M=0.05$, $\beta=1$, $L_e=2+L_b$)

3. 결과 및 고찰

두 경우의 핀 길이와 세 경우의 핀 바닥두께에 대하여 핀 길이의 일반화 된 좌표를 따른 온도 변화가 Fig. 2에서 보여진다. 일반화 된 좌표 NX 는 $(X-L_b)/(L_e-L_b)$ 로 정의되며 따라서 주어진 핀 길이에 대하여 NX 가 0은 위치가 핀 바닥을 의미하며 NX 가 1은 핀 끝을 의미하게 된다. 긴 핀 길이에서 온도 변화는 현저해지며, 핀 길이가 같을 때 바닥두께가 두꺼워질수록 바닥온도가 떨어지며 핀 끝으로 갈수록 다른 바닥두께의 온도차가 작아짐을 보여준다.

Fig. 3은 세 경우의 핀 바깥반경에 대하여, 핀 바닥두께의 변화에 따른 열손실과 핀의 열 저항의 변화를 나타낸다. 핀 바닥두께가 두꺼워짐에 따라 열손실은 거의 선형적으로 감소하는데 핀 바깥반경이 커질수록 감소율이 커지는 것을 알 수 있다. 반면 열 저항은 핀 바닥두께의 변화에 영향을 받지 않음을 보여준다. 이는 물리적으로 핀 바닥두께가 두꺼워짐에 따라 열손실의 감소율과 변형된 핀 바닥온도의 (i.e. $T|_{x=L_b} - T_\infty$) 감소율이 같다는 것을 의미한다.

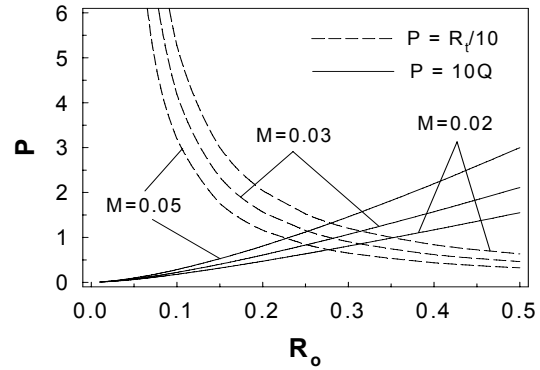


Fig. 4 Fin performance versus the fin outer radius ($L_e=3$, $L_b=0.1$, $\beta=1$)

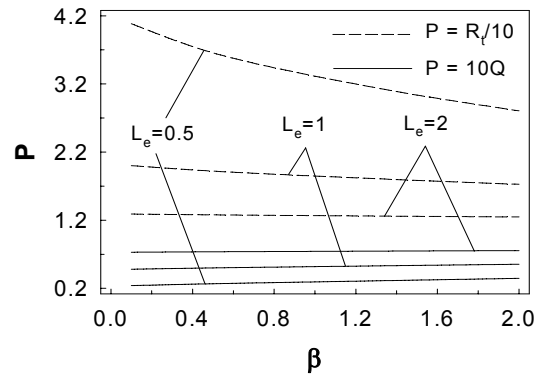


Fig. 5 Fin performance versus the convection characteristic numbers ratio ($L_b=0.1$, $M=0.05$, $R_o=0.5$)

Fig. 4는 세 값의 주위 대류특성계수에 대해 핀의 바깥반경 변화가 열손실과 열 저항에 미치는 영향을 나타낸다. 바깥반경의 증가에 따라 열손실은 증가하는데 그 증가율이 점점 커지는 것을 알 수 있다. 바깥반경이 0으로 접근함에 따라 열 저항은 급속히 증가하는데 이는 바깥반경이 작아짐에 따라 그림에서 보여주듯이 열손실은 0으로 감소하는 반면 핀 바닥온도의 변화가 크지 않기 때문이다. 바깥반경이 일정하게 주어졌을 때는 대류특성계수가 커짐에 따라 열손실은 증가하는 반면 열 저항은 작아지는 것을 알 수 있다.

세 경우의 핀 길이에 대하여 대류특성계수 비의 변화에 따른 열손실과 열 저항의 변화가 Fig. 5에서 보여진다. 대류특성계수 비가 커짐에 따라 열손실은 거의 선형적으로 조금씩 증가하는 반면 핀 저항은 감소한다. 핀 길이가 길어질수록 대류특성계수 비의 변화에 따른 열손실과 열 저항의 변화율은 작아지는데 이는 물리적으로 핀 길이가 길어질수록 이미 핀 주위를 통해 많은 열손실이 일어나고 그 만큼 핀 끝의 효과가 작아지는 것을 의미한다.

Fig. 6은 각각 다른 세 경우의 핀 길이에 대하여 무차원 바깥반경과 바닥두께 모두 0.15의 값에

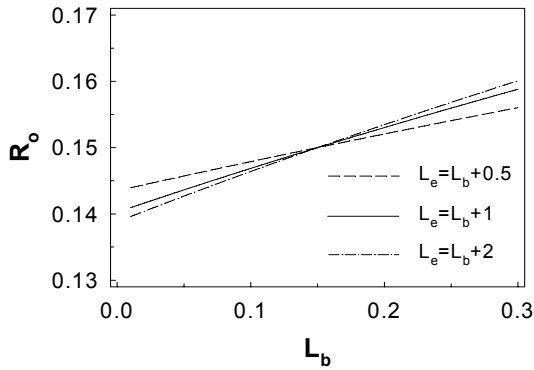


Fig. 6 The relationship between R_0 and L_b for the same amount of heat loss ($M=0.05$, $\beta=1$)

기준해서 같은 열손실이 일어나기 위한 바깥반경과 바닥두께의 관계를 묘사한다. 바닥두께가 변하더라도 핀 길이는 각각 0.5, 1 그리고 2로 일정함을 유지하도록 하였다. 세 경우의 핀 길이 모두 같은 열손실을 발생하기 위하여 바닥두께의 증가에 따라 바깥반경은 선형적으로 증가하는데 핀 길이가 길어질수록 변화 기울기가 커짐을 주지할 수 있다.

4. 결론

핀 바닥두께가 변화하는 pin 핀에 대하여 1차원 해석적 방법을 사용하여 해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1. 핀 바닥두께가 두꺼워질수록 바닥 온도는 떨어지며 핀 끝으로 갈수록 온도에 미치는 바닥두께의 영향이 줄어든다.
2. 열손실은 바깥반경이 증가할수록 기울기가 점점 증가하는 포물선 적으로 증가하는 반면 바닥두께가 작아질수록 또는 대류특성계수 비가 증가할수록 선형적으로 증가한다.
3. 핀의 열 저항은 바깥반경이 커질수록 또는 대류특성계수 비가 증가할수록 작아지나 바닥두께의 변화에는 영향을 받지 않는다.
4. 바닥두께가 두꺼워질수록 같은 열손실을 일으키기 위하여 바깥반경은 선형적으로 증가한다.

References

- [1] Hrymak, A. N., McRae, G. J. and Westerberg, A. W., 1985, "Combined Analysis and Optimization of Extended Heat Transfer Surfaces," J. of Heat Transfer, Vol. 107, pp. 527-532.
- [2] Kang, H. S. and Look, D. C. Jr., 2007, "Optimization of a Thermally Asymmetric Convective and Radiating Annular Fin", Heat Transfer Engineering, Vol. 28, No. 4, pp. 310-320.
- [3] Kundu, B. and Das, P. K., 1999, "Performance Analysis of Eccentric Annular Fins with a Variable Base Temperature," Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 30, pp. 751-766.
- [4] Kang, H. S., 2007, "Analysis and Optimization based on the Fixed Fin Base Height for a Triangular Fin," New & Renewable Energy, Vol. 3, No. 1, pp. 13-19.
- [5] Yeh, R. H., 1997, "An Analytical Study of the Optimum Dimensions of Rectangular Fins and Cylindrical Pin Fins," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 40, No. 15, pp. 3607-3615.
- [6] Chung, B. T. F. and Iyer, J. R., 1993, "Optimum Design of Longitudinal Rectangular Fins and Cylindrical Spines with Variable Heat Transfer Coefficient," Heat Transfer Engineering, Vol. 14, pp. 31-42.
- [7] Su, R. J. and Hwang, J. J., 1998, "Analysis of Transient Heat Transfer in a Cylindrical Pin Fin", J. Thermophysics, Vol. 12, No. 2, pp. 281-283.
- [8] Almgogbel, M. and Bejan, A., 2000, "Cylindrical Trees of Pin Fins", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 43, pp. 4285-4297.