ALT 통합모형의 적용 및 응용
- Implementation and Application of Integrated Model for ALT(Accelerated Life Test) -

최 성 운*
Sungwoon Choi*

Abstract

This paper presents the log likelihood function for integrated models for ALT such as exponential-general Eyring, Weibull-temperature and specific heat, lognormal-temperature and specific heat.

Additionally this paper estimates the system reliability and mean time to failure(MTTF) for series, parallel, k of n, and standby system using ALT linkage parameter.

Lastly this study designs three variable reliability acceptance sampling(RAS) plans such as type Ⅰ, Ⅱ censored test, sequential test by the use of integrated models for ALT.

Keywords : ALT, Log Likelihood Function, System Reliability, MTTF, RAS Plans

1. 서 론

신뢰성은 품질보증(Quality Assurance)의 수단으로 내용수명동안 고장없이 고객의 사용, 환경조건에서 시스템이나 제품이 생존하게 하는 적극적 개선활동이다. 시간과 비용의 효율적 관점에서 신뢰성 데이터를 구할 수 있는 방법으로 가속수명시험(ALT : Accelerated Life Test) 방법이 있다. ALT에서는 고장률(Failure Rate)이 감소형, 일정형, 증가형의 확률분포를 갖는 통계적 모형과 온도, 습도, 전압, 비열 등의 스트레스와 수명간의 관계를 나타내는 물리적 모형이 있다.

* 경원대학교 산업공학과

기존의 ALT에서는 물리적 모형식에서 정상(Normal) 스트레스의 수명과 가속(Accelerated) 스트레스의 수명의 비인 가속계수(AF : Accelerated Factor)를 구한 후 이를 통계적 모형에 대입하여 가속조건의 신뢰성 척도를 다음과 같이 구한다.

$$F_N(t) = F_A(\frac{t}{AF})$$

$$f_N(t) = \frac{1}{AF} f_A(\frac{t}{AF})$$

$$\lambda_N(t) = \frac{1}{AF} \lambda_A(\frac{t}{AF})$$

$$\mu_N = AF \bullet \mu_A$$

$$\sigma_N = \sigma_A$$

$$Percentile_N = AF \bullet \ Percentile_A$$

여기서 첨자 N과 A는 정상 Normal과 가속 Accelerated의 약자이다. 그러나 이 모형은 주어진 가속계수에 의해서만 가속조건의 신뢰성 척도를 구할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 연계모수(Linka-ge Parameter)에 의한 ALT 통합모형[5]을 이용하여 통계적 모형과 물리적 모형을 동시에 고려한 확률분포, 수명, 스트레스 관계식으로 대수우도함수에 의한 모수추정, 시스템신뢰도, 신뢰성 샘플링검사에 적용한다. 본 연구방법은 다음과 같이 3가지로 구성된다.

첫째, 통계적 모형은 지수, Weibull, 대수정규, Gamma, 정규, 절사(Truncated)정규, 극치, Rayleigh, 선형증가 고장률, Makeham, Hjorth, Dhillon분포 등의 12가지를 활용한다. 물리적 모형으로는 Arrhenius, Eyring, 온도-습도, 일반 대수선형(GLL : Generalized Log Linear), 비례위험, 역누승, 일반 Eyring, 온도-비열 등의 수명-스트레스 관계식을 사용한다. 추정가능한 신뢰성 척도는 고장 확률밀도함수, 고장 누적분포 함수, 신뢰도 함수, 조건부 신뢰도 함수, 신뢰도 수명이 있으며 평균, 중앙값, 최빈값, 표준편차의 추정이 가능하다. 사용자는 고장과 중도중단으로 이루어진 대수우도함수의 추정 시 ALT 통합모형 96종류를 적용할 수 있으나 본 연구에서는 지수, Weibull, 대수정규분포의 3가지 통계적 모형과 일반 Eyring, 온도-비열의 2가지 물리적 모형의 ALT 통합모형의 대수우도함수의 추정방안을 제안한다.

둘째, 지수분포로 가정된 시스템의 신뢰도를 계산하는 경우 시스템의 4가지 구조 즉 직렬, 병렬, n중 k, 대기 구조에 대한 8가지 물리적 모형을 연계하여 32가지의 ALT 통합모형의 시스템 신뢰도 응용방안을 제안한다. 지수분포이외의 통계적 모형을 가정한 시스템을 가정할 경우 확장된 응용모형을 개발할 수 있다.

셋째, 지수분포로 가정된 계량 규준형 1회 정수중단시험, 정시중단시험 RAS와 계량 규준형 1회, 축차 신뢰성 샘플링 검사(RAS : Reliability Acceptance Samp-ling)등의 3가지 종류에 대한 8가지 물리적 모형을 연계하여 32가지의 ALT 통합모형의 RAS 응용방안을 제시한다. 지수분포이외의 통계적 모형을 샘플링 검사에 적용할 경우 다양한 응용모형의 확장이 가능하다.

2. 대수우도 추정의 ALT 통합모형 적용

대수우도함수는 고장그룹과 중도중단그룹으로 구성된다. [2]

2.1 지수우도추정의 ALT 통합모형 적용

지수분포-일반 Eyring ALT 통합모형의 연계 수명모수 θ와 고장확률밀도함수 $f(t)$는 다음과 같다. [5]

$$\theta = N/T\,\mathrm{EXP}(O/QT)\,\mathrm{EXP}[V(R+S/VT)]$$

$$f(t_i) = \frac{1}{N/T\cdot \mathrm{EXP}(O/QT)\mathrm{EXP}[V(R+S/VT)]}$$
$$\mathrm{EXP}[-\frac{t_i}{N/T\cdot \mathrm{EXP}(O/QT)\mathrm{EXP}[V(R+S/VT)]}]$$

따라서 지수분포-일반 Erying ALT 통합모형의 대수우도함수는 다음과 같다.

$$\ln L = \sum_{i=1}^{N_{1i}} n_i \ln[\frac{1}{N/T\bullet\ \mathrm{EXP}(O/QT)\mathrm{EXP}[V(R+S/VT)]}]$$
$$\mathrm{EXP}[-\frac{t_i}{N/T\bullet \mathrm{EXP}(O/QT)\mathrm{EXP}[V(R+S/VT}]$$
$$\sum_{i=1}^{N_{2i}} n_i \ln[\frac{t_i'}{N/T\bullet\ \mathrm{EXP}(O/QT)\mathrm{EXP}[V(R+S/VT)]}]$$

여기서 N_{1i}는 고장데이터의 그룹수이고 N_{2i}는 중도중단 데이터의 그룹수이다.

2.2 Weibull 우도추정의 ALT 통합모형의 적용

Weibull 분포-온도, 비열 ALT 통합모형의 연계 수명모수 θ와 고장 확률밀도함수 $f(t)$는 다음과 같다. [5]

$$\theta = W/U^Y\mathrm{EXP}(-Z/T)$$

$$f(t_i) = \frac{\alpha}{W/U^Y\mathrm{EXP}(-Z/T)}[\frac{t_i - r}{W/U^Y\mathrm{EXP}(-Z/T)}]^{\alpha-1}$$
$$\mathrm{EXP}[-(\frac{t_i - r}{W/U^Y\mathrm{EXP}(-Z/T)})^{\alpha}]$$

따라서 Weibull-온도, 비열 ALT 통합모형의 대수우도함수는 다음과 같다.

$$\ln L = \sum_{i=1}^{N_{1i}} n_i \ln[\frac{\alpha}{W/U^Y \mathrm{EXP}(-Z/T)}[\frac{t_i - r}{W/U^Y \mathrm{EXP}(-Z/T)}]^{\alpha-1}$$
$$\mathrm{EXP}[-(\frac{t_i - r}{W/U^Y \mathrm{EXP}(-Z/T)})^{\alpha}]]$$
$$-\sum_{i=1}^{N_{2i}} n_i'[\frac{t_i'}{W/U^Y \mathrm{EXP}(-Z/T)}]^{\alpha}$$

2.3 대수정규 우도추정의 ALT 통합모형 적용

대수정규분포-온도, 비열 ALT 통합모형의 연계 수명모수 θ와 고장 확률밀도함수 $f(t_i)$및 고장 누적분포함수 $F(t_i)$는 다음과 같다. [5]

$e^{\theta} = L/V^M$으로 $\theta = \ln L - M\ln V$

$$f(t_i) = \frac{1}{t_i \sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{\ln t_i - \ln L - M\ln V}{\sigma})^2}$$
$$= \phi(\frac{\ln t_i - \ln L - M\ln V}{\sigma})$$
$$F(t_i) = \Phi(\frac{\ln t_i - \ln L - M\ln V}{\sigma})$$

따라서 대수정규분포-온도, 비열 ALT 통합모형의 대수우도함수는 다음과 같다.

$$\ln L = \sum_{i=1}^{N_{1i}} n_i \ln[\frac{1}{\sigma t_i}\phi(\frac{\ln t_i - \ln L - M\ln V}{\sigma})] + \sum_{i=1}^{N_{2i}} n_i' \ln[1 - \Phi(\frac{\ln t_i' - \ln L - M\ln V}{\sigma})]$$

3. 시스템 신뢰도의 ALT 통합모형 응용

지수분포로 가정된 시스템 신뢰도는 직렬, 병렬, n중 k, 대기 구조로 계산되어 진다.[1]

3.1 직렬 시스템의 ALT 통합모형 응용

지수분포-Arrhenius ALT 통합모형의 연계 수명모수 θ_i는 다음과 같다.[5]

$$\theta_i = A\,\mathrm{EXP}(B/T_i)$$

따라서 직렬 시스템의 지수분포-Arrhe-nius ALT 통합모형을 응용할 경우 시스템 신뢰도 $R_s(t)$와 시스템 평균수명 $MTTF_S$(Mean Time To Failure)는 다음과 같다.

$$R_S(t) = \mathrm{EXP}[-\sum_{i=1}^{n} \frac{t}{A\ \mathrm{EXP}(B/T_i)}]$$

$$MTTF_S = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{A\ \mathrm{EXP}(B/T_i)}}$$

여기서 S는 System, n은 시스템을 이루는 서브 시스템의 개수를 말한다.

3.2 병렬 시스템의 ALT 통합모형 응용

지수분포-Eyring ALT 통합모형의 연계 수명모수 θ_i는 다음과 같다. [5]

$$\theta_i = \frac{1}{V_i} EXP[-(C - D/V_i)]$$

따라서 병렬 시스템의 지수분포-Eyring ALT 통합모형을 응용할 경우 시스템 신뢰도 $R_S(t)$와 시스템 평균수명 $MTTF_S$는 다음과 같다.

$$R_S(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} [1 - \mathrm{EXP}(-\frac{t}{\frac{1}{V_i} EXP[-(C - D/V_i)]})$$

$$MTTF_S = \sum_{i=1}^{n} [\frac{1}{V_i} EXP[-(C - D/V_i)]] -$$

$$\sum_{i \neq j} \frac{1}{[\frac{1}{V_i} EXP[-(C - D/V_i)]][\frac{1}{V_j} EXP[-(C - D/V_j)]]} + \cdots + (-1)^{n+1}$$

$$\frac{1}{[\frac{1}{V_1} EXP[-(C - D/V_1)]] \cdots [\frac{1}{V_n} EXP[-(C - D/V_n)]]}$$

3.3 n중 k 시스템의 ALT 통합모형 응용

지수분포-온도, 습도 ALT 통합모형의 연계 수명모수 θ는 다음과 같다. [5]

$$\theta = E(RH)^{-F} \mathrm{EXP}(G/HT)$$

따라서 n중 k 시스템의 지수분포-온도, 습도 ALT 통합모형을 응용할 경우 시스템 신뢰도 $R_S(t)$와 시스템 평균수명 $MTTF_S$는 다음과 같다.

$$R_S(t) = \sum_{x=k}^{n} \binom{n}{x} [\mathrm{EXP}(-\frac{t}{E(RH)^{-F}\mathrm{EXP}(G/HT)})]^x$$
$$[1-\mathrm{EXP}(-\frac{t}{E(RH)^{-F}\mathrm{EXP}(G/HT)})]^{n-x}$$

$$MTTF_S = \frac{1}{E(RH)^{-F}\mathrm{EXP}(G/HT)}$$
$$(\frac{1}{k}+\frac{1}{k+1}+\cdots+\frac{1}{n})$$

3.4 대기 시스템의 ALT 통합모형 응용

지수분포-역누승 ALT 통합모형의 연계 수명모수 θ는 다음과 같다.

$$\theta = L/V^M = LV^{-M}$$

따라서 완전 스위치 대기 시스템의 지수분포-역누승 ALT 통합모형을 응용할 경우 시스템 신뢰도 $R_S(t)$는 다음과 같다.

$$R_S(t) = \mathrm{EXP}[-t/(LV^{-M})] \sum_{i=0}^{n-1} [(t/(LV^{-M}))^i]/i!$$

4. 신뢰성 샘플링검사의 ALT 통합모형 응용

4.1 정수중단 계량 규준형 1회 RAS의 ALT 통합모형 응용

지수분포-Arrhenius ALT 통합모형의 연계 수명모수 θ는 다음과 같다. [5]

$$\theta = A\,\mathrm{EXP}(B/T)$$

따라서 정수중단 계량 규준형 1회 RAS의 지수분포-Arrhenius ALT 통합모형을 응용할 경우 고장갯수 r과 합격 평균수명 판정시간 C는 다음 식에 의하여 주어진 계약과 가속시험 조건에 따라 신뢰성 샘플링검사표를 작성하여 사용한다.

$$\frac{A_1\mathrm{EXP}(B_1/T_1)}{A_0\mathrm{EXP}(B_0/T_0)} \le \frac{\chi^2(\iota r, 1-\alpha)}{\chi^2(2r, \beta)}$$
$$C = \frac{A_0\mathrm{EXP}(B_0/T_0)\chi^2(2r, 1-\alpha)}{2r}$$

여기서 첨자 0과 1은 각각 공급자, 구입자의 시험조건을 의미하고 α, β는 각각 공

급자, 구입자 위험의 계약조건을 나타낸다.

4.2 정시중단 계량 규준형 1회 RSA의 ALT 통합모형 응용

지수분포-역누승 ALT 통합모형의 연계 수명모수 θ는 다음과 같다. [5]

$$\theta = L/V^{M} = LV^{-M}$$

따라서 정시중단 계수 규준형 1회 RAS의 지수분포-역누승 ALT 통합모형을 응용할 경우 주어진 정시조건 T, 공급자와 구입자의 시험조건, 계약조건에 의하여 다음 식과 같이 합격고장판정갯수 r를 구하여 신뢰성 샘플링검사표를 작성하여 사용한다.

$$\alpha = \sum_{i=r}^{\infty} \frac{\mathrm{EXP}[-T/(L_0 V_0^{-M_0})][T/(L_0 V_0^{-M_0})]^i}{i!}$$

$$\beta = \sum_{i=r}^{r-1} \frac{\mathrm{EXP}[-T/(L_1 V_1^{-M_1})][T/(L_1 V_1^{-M_1})]^i}{i!}$$

4.3 계량 규준형 축차 RSA의 ALT 통합모형 응용

지수분포-역누승 ALT 통합모형의 연계 수명모수 θ는 다음과 같다. [5]

$$\theta = L/V^{M} = LV^{-M}$$

따라서 계량 규준형 축차 RAS의 지수분포-역누승 ALT 통합모형을 응용할 경우 주어진 시험, 계약조건에 의한 합격, 불합격 판정식을 위한 s, h_r, h_a는 다음 식에 의하여 구하며 누적 고장수 r의 총시험시간이 합격 판정식 $T_a = s \cdot r + h_a$이상이면 로트합격, 불합격 판정식 $T_r = s \cdot r - h_r$이하이면 로트 불합격, 두 판정식 중간 영역에 위치하면 검사를 속행한다.

$$s = \frac{\ln[(L_0 V_0^{-M_0})/(L_1 V_1^{-M_1})]}{L_1^{-1} V_1^{M_1} - L_0^{-1} V_0^{M_0}}$$

$$h_r = \frac{\ln[(1-\beta)/\alpha]}{L_1^{-1} V_1^{M_1} - L_0^{-1} V_0^{M_0}}$$

$$h_a = \frac{-\ln[(1-\beta)/\alpha]}{L_1^{-1} V_1^{M_1} - L_0^{-1} V_0^{M_0}}$$

4.4 계수형 신뢰성 샘플링검사

계수형 신뢰성 샘플링검사는 고장률 λ로 품질보증의 계약조건을 설정하며 계량형 RAS의 평균수명 θ와 역수관계이다. 따라서 4.1, 4.2, 4.3절의 계량형 RAS의 가속시험 조건에 따른 공급자, 구입자 요구 평균수명 θ_0, θ_1의 역수 즉 λ_0, λ_1으로 시험 및 계약 조건을 설정할 경우 계량형 RAS의 표를 응용하여 사용할 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 연계모수를 이용한 가속수명시험 통합모형을 대수우도함수, 시스템 신뢰도, 신뢰성 샘플링검사등의 적용과 응용방안을 다음과 같이 제시하였다.

첫째, 일반 Eyring, 온도-비열 스트레스 물리적 모형과 지수, Weibull, 대수정규분포의 통계적 모형의 ALT 통합모형의 대수우도함수를 제시하였다.

둘째, 지수분포로 가정된 시스템의 신뢰도와 평균수명을 Arrhenius, Eyring, 온도-습도 스트레스 ALT 통합모형을 응용하여 추정식을 제안하였다.

셋째, 지수분포로 가정된 계량 규준형 신뢰성 샘플링 검사의 종류인 정수중단 1회, 정시중단 1회, 축차계획을 설계하여 신뢰성 샘플링 검사를 활용하는 방안을 제시하였다.

6. 참 고 문 헌

[1] 박동호 외, 공학도를 위한 수명분포 개념과 응용, 2006.

[2] 백재욱, 가속수명시험, 에피스테메, 2006.

[3] 이상용, 신뢰성공학, 형설출판사, 2003.

[4] 정해성 외, 신뢰성시험 분석평가, 영지문화사, 2005.

[5] 최성운, “연계모수를 이용한 가속수명시험 통합모형의 개발”, 대한안전경영과학회지, 9(5)(2007) : 43-48