

경계면포착법에 의한 밀도차에 따른 다상유동 수치해석

명현국*

Numerical Simulation of Two-Dimensional Multiphase Flows due to Density Difference by Interface Capturing Method

Hyon Kook Myong*

Key Words : Multiphase Flow(다상유동), Volume of Fluid(VOF), Density Difference(밀도차), Droplet Splash(물방울 튀김), Rayleigh-Taylor Instability Problem(Rayleigh-Taylor 불안정성 문제), Numerical Simulation(수치해석), Interface Capturing Method(경계면포착법), Free Surface(자유표면)

Abstract

Two-dimensional multiphase flows due to density difference such as the Rayleigh-Taylor instability problem and the droplet splash are simulated by an in-house solution code(PowerCFD). This code employs an unstructured cell-centered method based on a conservative pressure-based finite-volume method with interface capturing method in a volume of fluid(VOF) scheme for phase interface capturing. The present results are compared with other numerical solutions found in the literature. It is found that the present code simulates complex free surface flows such as multiphase flows due to density difference efficiently and accurately.

1. 서론

현재 다상유동(multiphase flow) 및 금속이나 유리 성형공정 등과 같이 자유표면(free surface)이 존재하는 복잡한 유동현상들을 해석하기 위한 다양한 수치해석 방법들이 제안되고 있다. 이중 VOF (Volume Of Fluid) 방법[1]은 셀(또는 검사체적)내에 액상의 체적비로 정의된 VOF 값 α 를 사용하여 상경계면을 추적하며, 각 상의 체적이 잘 보존되는 장점 때문에 다상유동의 물리적인 현상을 왜곡 없이 표현할 수 있는 대표적인 방법으로 인식되어 현재 대부분의 상용 CFD코드에 도입되어 널리 사용되고 있다. 이 VOF 방법은 검사체적 내 자유표면의 위치와 α 값을 직접적으로 추적하고 계산하는 경계면추적법(interface tracking method) [1-4]과 α 를 자유표면의 정확한 위치에 대한 정보가 필요 없는 함수형태로 표현하고 이를 이송하는 방정식을 HR 해법(High Resolution scheme)으로 풀어 경계면의 움직임을 포착하는 경계면 포착법(interface capturing method)[5-8]으로 크게 구분된다.

한편 다상유동 중에서 두 유체의 밀도차(density difference)에 의해 발생하는 부력에 의한 유동은 일반적으로 복잡한 유동현상들이 포함되어 나타나며, 특히 밀도비가 큰 경우 유체 간에 형성되는 경계면을 기준으로 국소물성치가 급격하게 변하게 되어 수치해석상의 어려움이 발생한다. 따라서 이러한 다상유동을 해석하기 위한 수치해석방법의 타당성과 정확성을 확인하기 위한 대표적인 검증문제(benchmark problem)로서 VOF 지배방정식과 운동량보존방정식의 연관관계를 테스트하기에 적합한 2차원 Rayleigh-Taylor 불안정성 문제(instability problem) 및 두 유체의 상대적으로 큰 밀도차에 의해 발생하는 부력에 의한 실제적인

다상유동 문제인 물방울 튀김 문제 등이 제시되고 있다.

그런데 이들 문제를 해결하기 위해 기존 연구자들이 사용한 수치해석적인 방법[3, 4, 7, 8]을 살펴보면 자유표면 해석을 위해 경계면추적법[3, 4] 및 경계면포착법[7, 8]이 모두 사용되고 있다. 그러나 대부분의 방법[3, 4, 7]이 정렬격자계로 국한되어 있어 적용범위가 제한되어 있다. 또한 공간차분으로 다양한 고차의 HR 해법을 사용하고 있으나, 시간차분에 대해서는 모두 특수한 방법인 ACM(Artificial Compressibility Method) 및 dual time-stepping 해법을 사용하고 있다.

최근 Myong and Kim[9]은 다상 유동과 같이 자유표면이 존재하는 복잡한 유동현상들을 해석할 수 있는 비정렬격자계에 적합한 수치해석방법(PowerCFD 코드)을 개발하였다. 이 방법은 비정렬 셀 중심방법을 채용하고 압력수정방법에 기반을 둔 3차원 유동해석방법[10, 11]에 경계면포착법에서 문제가 되는 번짐(smearing)현상과 같은 경계면의 비물리적인 변형 및 수치확산 문제를 크게 개선한 것으로 알려진 HR 해법[6]을 도입한 것으로, 시간차분에 대해 음해법을 사용하고 있어 양해법을 채용하고 있는 일반 상용 CFD 코드와 비교하여 수치안정성면에서 상대적으로 우수하다[9].

본 연구에서는 Myong and Kim[9]이 개발한 수치해석방법(PowerCFD 코드)을 사용하여 두 유체의 밀도차에 의해 발생하는 부력에 의한 유동문제인 2차원 Rayleigh-Taylor 불안정성 문제 및 상대적으로 밀도차가 매우 큰 물방울 튀김 문제(밀도비=1000)에 각각 적용하여 수치해석방법의 정확성과 타당성을 검증한다.

2. 수치해석

2.1 Rayleigh-Taylor 불안정성 문제

Fig. 1은 Rayleigh-Taylor 불안정성 문제에 대한 주요 경계조건

* 국민대학교 기계자동차공학부, myong@kookmin.ac.kr

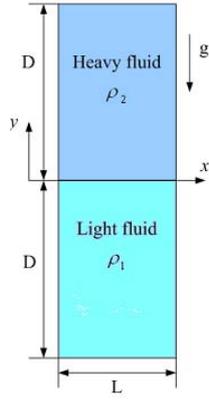


Fig. 1 Definition of Rayleigh-Taylor instability problem.

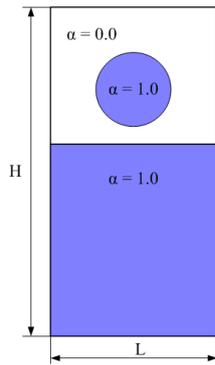


Fig. 2 Geometry of water droplet falling through air onto water surface.

과 함께 본 수치계산을 위해 사용된 전체 계산영역을 나타낸다. 여기서 전체 계산영역은 각각 다른 밀도비($\rho_2/\rho_1 = 2$)와 동일한 동점성계수비($\mu_2/\mu_1 = 1$)를 가진 두 종류의 유체를 상부(ρ_2) 및 하부(ρ_1)에 각각 구분하여 포함하고 있으며, 이 두 유체가 차지하는 2차원 사각형의 전체 넓이는 L 로 일정하고 각각의 유체가 차지하는 높이 D 가 $D = 1.5L$ 로 전체높이 $H = 3L$ 이다. 상부 및 하부벽면은 불침투성 벽면조건이고, 좌우벽면은 유동장에 대해 대칭경계조건으로 주어진다. 본 수치계산을 위해 사용된 격자계는 비정렬 등간격 사각형격자계로서 4800(40×120)개의 제어체적을 사용한다. 참고로 이 격자계는 Pan and Chang[7]이 수치해석을 위해 사용한 격자계와 동일하다.

한편 두 유체가 이루는 경계면 상에 대한 초기속도조건은 다음에 나타낸 것과 같이 Daly[12]가 적용한 것과 일치하는 것으로 단위 파장 섭동(single wavelength perturbation)이 경계면에 적용된다.

$$u = \begin{cases} \frac{\pi A \Delta y}{2L} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \exp\left(\frac{-\pi |y|}{L}\right) & \text{for } \frac{y}{L} \geq 0 \\ -\frac{\pi A \Delta y}{2L} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \exp\left(\frac{-\pi |y|}{L}\right) & \text{for } \frac{y}{L} \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$v = \frac{\pi A \Delta y}{2L} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \exp\left(\frac{-\pi |y|}{L}\right) \quad (2)$$

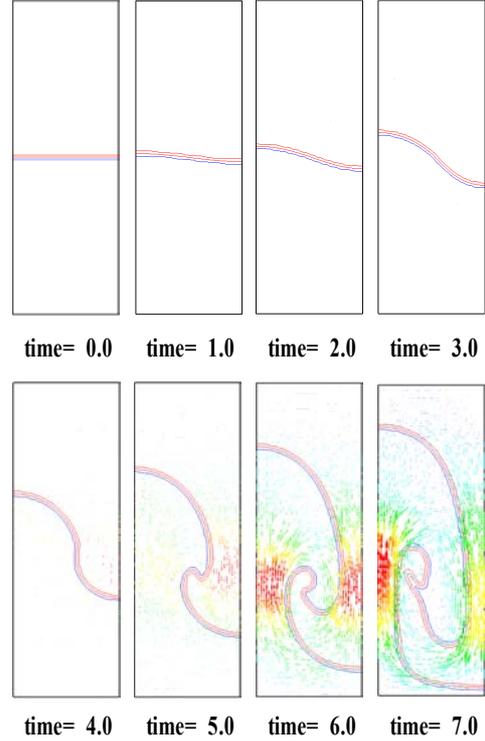


Fig. 3 Predicted results of Rayleigh-Taylor instability at several nondimensional times.

여기서 A 는 섭동 진폭(perturbation amplitude)을 나타내며, 본 연구에서는 Pan and Chang[7]과 같이 $A = 1.0$ 으로 놓았다. 그리고 Δy 는 계산을 위해 사용된 격자의 y -방향(수직방향)에 따라 나타난 격자간의 간격을 나타낸다. 결국 위와 같이 나타낸 속도장은 사인파장에 해당하고, 초기압력은 정수력학적 압력분포와 일치한다.

본 연구에서는 Pan and Chang[7]과 같이 Froude수 $Fr = 1$ 이고, 다음과 같이 정의한 Reynolds 수 $Re = 283$ 이며, 표면장력은 없다고 가정한다.

$$Re = \frac{\rho_2 \sqrt{g} L^{\frac{3}{2}}}{\mu_2} \quad (3)$$

2.2 Droplet splash

Fig. 2는 밀폐된 2차원 사각형 공간 내에서 일정한 거리로부터 수면위로 떨어지는 공기 중의 물방울의 움직임을 수치해석하기 위해 사용한 기하학적 형상과 초기조건을 나타낸다. 참고로 이 문제는 두 개의 독립된 영역이 합쳐지는 것으로 Puckett et al.[4]이 수치해석방법의 타당성과 정확성을 검증하기 위해 제시한 문제이기도 하다. 본 수치계산을 위해 사용한 전체 수치계산 영역의 크기는 Puckett et al.[4]과 같이 폭(L)은 0.007 m이고, 폭과 높이(H)의 비 $H/L = 2$ 이다. 그리고 수면의 깊이는 0.0088 m이고, 공기 중에 떠있는 물방울의 초기위치는 사각형박스 상부를 기준으로 아래로 0.0035 m 떨어진 곳에 물방울의 중심이 위치하고, 물방울의 반지름은 0.0014 m이다. 수치계산을 위한 사용한 각각의 유체에 대한 물성치는 공기의 밀도가 1.225 kg/m³이고, 점성은 1.77625×10^{-5} kg/ms이다. 그리고 물의 밀도와 점성은 각각 999.2 kg/m³, 1.1377×10^{-3} kg/ms의 값을 사용하였다.

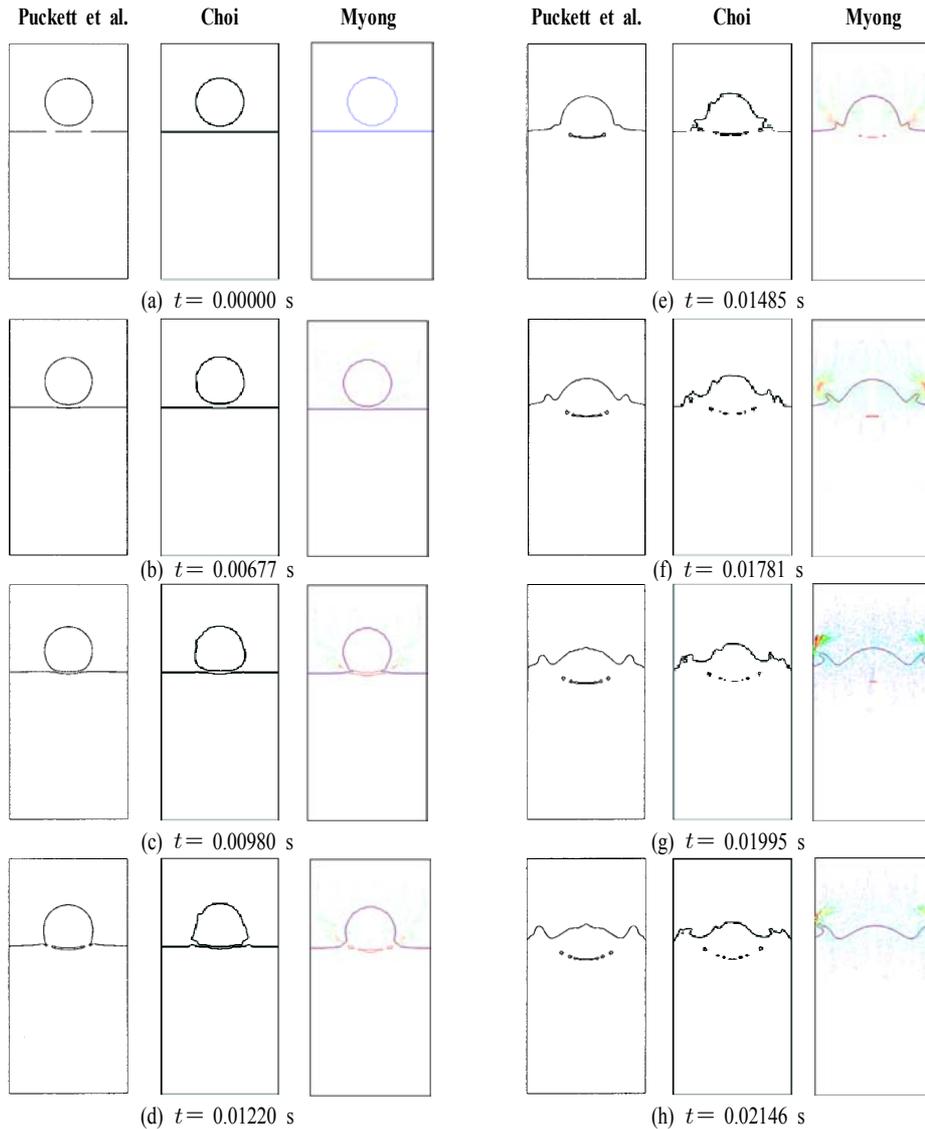


Fig. 4 Water droplet falling through air onto water surface at several times with no surface tension.

즉, 밀도비 $\rho_w/\rho_a \approx 816$ 이고, 점성계수비 $\mu_w/\mu_a \approx 64$ 이다. 물방울 주위 및 물 표면에서 발생하는 표면장력은 고려하지 않았으며, 밀폐된 공간을 형성한 모든 면에 대한 경계조건은 벽면조건을 사용하였다. 그리고 본 수치계산을 위해 사용한 격자계는 이전 연구[3, 4]에서와 같이 비교적 성긴 비정렬 등간격 사각형격자계로 제어체적수는 8192(64×128)개이다.

3. 계산결과 및 고찰

3.1 Rayleigh-Taylor 불안정성 문제

Fig. 3은 Rayleigh-Taylor 불안정성 문제에 대한 VOF 값 및 속도에 대한 수치계산결과를 나타낸다. 총 계산시간은 $\sqrt{L/g}$ 로 무차원시킨 무차원 시간으로 7이며, 각각의 그림에 나타난 선은 부피비를 나타내는 VOF 값(α)으로 0.1, 0.5 및 0.9의 값을 가지는 등고선을 각각 나타낸다. 그리고 이 문제를 해석하기 위해 사용된 무차원 시간스텝은 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$ 이다.

Fig. 3에 나타난 것과 같이 Rayleigh-Taylor 불안정성 문제에서 초기섭동은 가벼운 유체가 대칭경계조건으로 주어진 왼쪽 벽면을 타고 상승하는 반면, 무거운 유체는 반대로 대칭경계조건

오른쪽 벽면을 따라 하강하는 유동의 형태를 나타낸다. 또한 상의 불안정성이 발생하는 초기에는 두 유체가 형성하는 경계면의 이동은 미약하게 거의 대칭경계조건 근처에서만 나타나는 것을 확인할 수 있다. 그리고 불안정성의 진폭이 증가하면서부터는 마치 버섯과 같은 형상을 나타내고, 최종적으로 마주보는 두 대칭경계면의 중심을 기점으로 와류가 형성되는 유동장의 형태를 나타내고 있음을 확인할 수 있다. 이는 이미 기존의 다른 수치해석결과[3, 7, 8]를 통해 확인한 사실들과 일치하는 것으로 본 수치해석방법의 타당성을 확인시켜준다.

한편 2차원 Rayleigh-Taylor 불안정성 문제는 Fig. 1에서 보는 바와 같이 밀도비가 다른 점성 비압축성인 두 유체가 이루는 경계층에 대한 문제로, VOF 지배방정식과 운동량보존방정식의 연관관계를 테스트하기에 적합한 검증문제로 알려져 있다. 즉 여기서 유동은 밀도차로 인해 지배되어지고, VOF 지배방정식에서 발생하는 수치적 오차는 VOF 값을 사용한 국소물질치인 밀도의 계산결과를 통해 운동량보존방정식에서의 수치적 오차를 유발할 수 있기 때문이다. 지면관계상 생략하였으나, 시간 차분에 대해 Crank-Nicolson 형태의 음해법을 채택하고 있는 본 수치해석 결과는 똑같은 조건에서 더 작은 시간스텝 및 시간차분에 대해서

특수한 방법인 ACM 및 dual time-stepping 해법을 사용하여 계산된 Pan and Chang[7]의 수치해석 결과와 정확도 면에서도 거의 차이가 없음이 확인되었다. 또한 전체 질량변화를 살펴보면 8000 시간 스텝이 지난 후에도 1.29×10^{-3} %의 매우 작은 오차를 가지고 있어, 본 수치해석 방법이 질량보존법칙을 잘 만족시키고 있음을 입증하고 있다.

3.2 Droplet splash

Fig. 4에는 두 유체의 상대적으로 큰 밀도차에 의해 발생하는 부력에 의한 실제적인 다상유동 문제인 물방울 튀김 문제에 대한 예측결과를 기존의 연구결과들인 Choi[3]와 Puckett et al.[4]의 수치해석결과를 함께 나타낸다. 비교검증을 위해 그림에는 기존의 수치해석연구와 마찬가지로 시간이 각각 0.0, 0.00677, 0.0098, 0.0122, 0.01485, 0.01782, 0.01995, 0.02146초 일 때 나타나는 자유표면(공기방울의 형상)을 VOF 값 0.5 및 0.7의 값인 Contour 선과 벡터선도를 함께 표기하여 나타냈다. 그림을 통하여 확인할 수 있듯이 동일한 시간에 따라 나타나는 기존의 수치해석결과와 본 수치해석결과는 모두 정성적으로 유사한 형태로 나타나고 있음을 확인할 수 있다. 그러나 두 유체가 형성하는 경계면의 변화 및 이동추이를 살펴보면 예측결과 사이에 다소 차이를 나타내고 있다. 먼저 모든 예측결과가 시간이 0.0122초에 이르렀을 때 물방울이 물표면과 접하게 되면서 다소의 공기방울이 물속에 갇혀지나 시간이 지남에 따라 소멸되어 가는 것이 물리적으로 타당하다. 본 예측결과는 그림에서 보는 바와 같이 시간이 지남에 따라 이것이 사라지게 되나 기존의 예측결과는 마지막 결과인 0.02146초가 되었을 때까지 그대로 갇혀진 채로 존재한다. 다음으로 모든 예측결과가 물방울과 수면의 재결합과 함께 상대적인 밀도가 낮은 공기로 가득한 좌우벽면을 향해 새로운 형태의 물기둥 및 물방울이 튀어 상승하는 현상을 보여주고 있다. 그러나 기존의 예측결과에서는 물의 튀는 현상이 매끄럽지 못하고, 잘 알려진 왕관모양의 형상을 예측하지 못하고 있음을 알 수 있다. 반면 본 예측결과는 전체적으로 매끄러운 모양을 가지면서 벽면을 향해 사선의 형태로 왕관모양의 형상을 만들며 진행하여 가는 물이 튀는 현상 및 새롭게 튀어서 따로 떨어져 나오는 미세한 물방울을 잘 표현하고 있다. 이는 본 연구에서 사용한 경계면포착법이 기존의 연구결과[3, 4]에서 사용한 경계면추적법이 가지는 하나의 계산 격자보다 작은 상의 경계는 표현할 수 없는 한계를 극복하여 물리적으로 타당한 결과를 제시하고 있다고 사료된다.

또한 본 수치해석 결과는 기존 연구와 같은 성긴 격자를 사용하였음에도 불구하고 시간이 지나도 초기의 경계가 퍼지거나 하는 현상이 거의 없으며, 전체 질량변화를 살펴보면 약 21460 시간 스텝이 지난 후에 2.8×10^{-6} %의 매우 작은 오차를 가지면서 질량보존을 잘 만족시켜 주고 있어 해석방법의 정확성을 입증하고 있다.

4. 결론

본 연구에서는 Myong and Kim[9]이 개발한 수치해석방법(PowerCFD 코드)을 사용하여 두 유체의 밀도차에 의해 발생하는 부력에 의한 유동문제인 2차원 Rayleigh-Taylor 불안정성 문제 및 물방울 퍼짐문제(밀도비 ≈ 1000)에 적용하여 수치해석방법의 정확성과 타당성을 검증하였다. 이 코드(수치해석방법)는 비정렬 셀 중심방법을 채용하고 압력수정방법에 기반을 둔 3차원 유동해석방법에 경계면포착법에서 문제가 되는 번짐현상과 같은 경

계면의 비물리적인 변형 및 수치확산 문제를 크게 개선한 것으로 알려진 HR 해법을 도입한 것으로 시간차분에 대해 음해법을 사용하고 있어 일반 상용 CFD 코드와 비교하여 수치안정성면에서 상대적으로 우수하다. 연구결과, 본 수치해석방법은 복잡한 유동현상들이 발생하는 2차원 Rayleigh-Taylor 불안정성 문제 및 물방울 튀김 문제 모두에 대해 정확성과 타당성이 입증되었다. 따라서 본 해석방법은 두 유체의 밀도차(density difference)에 의해 발생하는 부력에 의한 다상유동과 같이 자유표면이 존재하는 복잡한 유동현상들을 해석할 수 있음이 확인되었다.

후 기

본 연구는 서울시 산학연 협력사업(2005년도 신기술연구개발 지원사업)의 연구비를 지원받아 수행된 연구이다.

참고문헌

- [1] Hirt, C. W. and Nicholls, B. D., 1981, "Volume of Fluid(VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries," *J. Comput. Phys.*, Vol. 39, pp. 201~225.
- [2] Rider, W. J. and Kothe, D. B., 1998, "Reconstruction Volume Tracking," *J. Comput. Phys.*, Vol.141, pp.112~152.
- [3] Choi, Y. S., 2004, Analysis of Multi-Phase Flow using PLIC-VOF Method, *Master Thesis*, Seoul National University.
- [4] Puckett, E. G., Almgren, A. S., Bell, J. B., Marcus, D. L. and Rider, W. J., 1997, "A High-Order Projection Method for Tracking Fluid Interfaces in Variable Density Incompressible Flows," *J. Comput. Phys.*, Vol. 130, pp. 269~282.
- [5] Muzaferija, S. and Peric, M., 1999, "Computation of Free Surface Flows using Interface Tracking and Interface Capturing Methods," Chap. 2, in Mahrenholtz, O. and Markewicz, M., *Nonlinear Water Wave Interaction*, Comput. Mech. Publications.
- [6] Ubbink, O., 1997, "Numerical Prediction of Two Fluid Systems with Sharp Interface," *PhD Thesis*, University of London.
- [7] Pan, D. and Chang, C. H., 2000, "The Capturing of Free Surfaces in Incompressible Multi-fluid Flows," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 33, pp. 203~222.
- [8] Zhao, Y., Tan, H. H. and Zhang, B., 2002, "A High-Resolution Characteristics-based Implicit Dual Time-Stepping VOF Method for Free Surface Flow Simulation on Unstructured Grids," *J. Comput. Phys.*, Vol. 183, pp. 233~273.
- [9] Myong, H. K. and Kim, J. E., 2006, "A Study on an Interface Capturing Method Applicable to Unstructured Meshes for the Analysis of Free Surface Flow" *KSCFE J. of Computational Fluids Engineering*, Vol. 11, No. 4, pp.14~19.
- [10] Myong, H. K. and Kim, J., 2005, "Development of 3D Flow Analysis Code using Unstructured Grid System(1st Report, Numerical Method)," *Trans. of the KSME(B)*, Vol. 29, No. 9, pp. 1049~1056.
- [11] Myong, H. K., Kim, J. and Kim, J. T., 2005, "Development of 3D Flow Analysis Code using Unstructured Grid System(2nd Report, Code's Performance Evaluation)," *Trans. of the KSME(B)*, Vol. 29, No. 9, pp. 1057~1064.
- [12] Daly, B.J., 1967, "Dynamics of Liquids in Moving Containers", *Phys. Fluids*, Vol. 10, p. 297.