

ALE 기반의 고체 로켓 내부 유체-구조 연계 해석

한상호*, 최희성*, 민대호*, 김종암*,†, 황찬규**

ALE-Based FSI Simulation of Solid Propellant Rocket Interior

Sangho Han*, H.S. Choi*, D.H. Min*, C. Kim*†, Changyu Hwang**

Key Words : FSI ALE, Solid propellant rocket, Unstructured grid generation

Abstract

The traditional computational fluid or structure dynamics analysis approaches have contributed to solve many delicate engineering problems. But for the most of recent engineering problems which are influenced by fluid-structure interaction effect strongly, traditional individual approaches have limited analysis abilities for the exact simulation. Owing to above-mentioned reason, nowadays fluid-structure interaction analysis has become a matter of concern and interest. FSI analysis require several unprecedented techniques for the combining individual analysis tool into integrated analysis tool. The Arbitrary Lagrangian-Eulerian(ALE, in short) method is the new description of continuum motion ,which combines the advantages of the classical kinematical descriptions, i.e. Lagrangian and Eulerian description, while minimizing their respective drawbacks. In this paper, the ALE description is adapted to simulate fluid-structure interaction problems. An automatic re-mesh algorithm and a fluid-structure coupling process are included to analyze the interaction and moving motion during the 2-D axisymmetric solid rocket interior FSI phenomena simulation.

1. 서 론(동음체 11pt 진하게)

최근 유체-구조 연계 해석에 대한 공학적 관심이 높아지고 있다. 하지만 유체-구조 연계 해석을 위해서는 기존의 유체나 구조의 개별 해석에 사용됐던 방식으로는 한계가 있다. 전통적으로 운동체 역학의 기술 방식으로는 Eulerian 방식과 Lagrangian 방식이 사용되어 왔다. 전자는 공간상에 고정된 한 점을 지나가는 연속체 입자들의 성질을 시간에 대한 함수로 표현하는 기술 방식으로 주로 유체역학에서 사용되었으며 후자는 공간상을 운동하는 개개의 연속체 입자에 고정된 한 점을 따라가면서 그 성질을 기술하는 방식으로 고체-구조 역학 분야에서 주로 사용되었다. 하지만 유체-구조 연계 해석에 있어서 위의 방법 중 어느 하나만으로 해석을 하기에 어려움이 있다. 이에 Noh (1964), Frank and Lazarus (1964), Hirt et al (1974)는 기존의 두 방법의 장점을 혼용하는 ALE 기법을 제안하였다. 그리고 전산 유체-구조 연계 해석 중에는 필연적으로 구조물의 형상 변형이 일어나게 되며 이에 따라 해석 영역의 계산 격자를 변경해주어야 한다. 하지만 이 과정을 해석자가 일일이 변경해주는 것은 매우 번거로운 일이므로 자동적으로 해석 격자를 수정, 재생성 하는 알고리즘이 반드시 필요하다. 유체-구조 연계 해석은 기본적으로 개별 영역의 해석 결과를 서로의 경계 조건으로 하여 해석하게 되므로 이 과정의 순서를 어떻게 하느냐에 따라 해의 결과에 영

향을 미치게 된다. 즉, 연계 해석 알고리즘의 설계 또한 중요한 문제가 되는 것이다.

고체 로켓 내부 그레인의 연소 환경은 고온, 고압의 유동에 의해 매우 복잡한 양상을 띠게 된다. 로켓 내부의 그레인은 추진력을 얻는데 필수적인 연소 현상에 의해 형상이 변형되며 고압의 유동에 의한 구조적 하중을 받게 되므로 변형의 정도와 형태를 파악하는 것은 쉬운 일이 아니다. 그리고 이 형상 변형은 추진 가스의 유동 영역을 변화시키므로 유동 특성이 바뀌고 이는 다시 고체면의 연소율과 구조적 하중을 변화시킨다. 이렇게 상호 연관된 로켓 내부의 현상은 개별 분야의 연구를 통한 단일 영역의 해석을 통해서 한계가 있다. 그러므로 본 연구에서는 앞서 언급한 유체-구조 연계 해석에 필요한 기법에 간단한 연소 모델을 적용하여 로켓 내부 현상을 파악하기 위한 기본적인 해석 프로그램을 개발하는 것을 목표로 하였다. 이를 위해 ALE기법에 기반을 둔 유동, 구조, 연소의 개별 해석 프로그램을 각각 개발하였고 개별 코드를 통합하여 해석하기 위한 통합 알고리즘에 대한 연구를 수행하였다. 그리고 각 해석 영역의 변화에 능동적으로 대처하기 위한 자동 격자 생성 방법에 대한 연구도 함께 수행하였다.

2. 해석 기법

2.1 ALE 운동 기술 방법

Lagrangian 기술 방법

Fig. 1.은 lagrangian 관점에서 본 연속체의 운동을 도식화한 것이다. 여기서 변환 ϕ 는 다음과 같이 식 (1)로 정의되며 X와 x의 연결 관계 및 ϕ 의 구배는 식 (2), 식 (3)과 같다.

* 서울대학교 기계항공공학부,
{hanca00,celticmoon,alseogh.chongam}@snu.ac.kr
** 서울벤처정보대학원대학교 유비쿼터스학과,
hwang@suv.ac.kr
† 교신저자

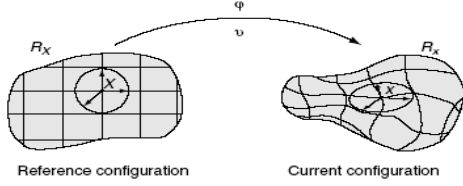


Fig. 1. Lagrangian description of motion

$$\varphi : R_x \times [t_0, t_{final}] \rightarrow R_x \times [t_0, t_{final}]$$

$$(X, t) \rightarrow \varphi(X, t) = (x, t) \quad (1)$$

$$x = x(X, t), \quad t = t \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial (X, t)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial X} & \frac{\partial x}{\partial t} \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial X} & v \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

특히 여기서 material velocity는 다음과 같은 식으로 표현되며 이는 일반적인 lagrangian 기술 방식에서의 속도이다.

$$v(X, t) = \left. \frac{\partial x}{\partial t} \right|_X \quad (4)$$

ALE 운동 기술 방식

ALE 기술 방식에서는 동일한 연속체의 운동을 나타내기 위해서 다음 Fig. 2에서 나타나듯 하나의 domain을 추가로 필요로 하게 된다. 새로 추가된 domain을 referential domain이라고 하고 각 domain간의 변환 관계를 표현해보면 다음과 같다.

$$\Phi : R_x \times [t_0, t_{final}] \rightarrow R_x \times [t_0, t_{final}]$$

$$(\chi, t) \rightarrow \Phi(\chi, t) = (x, t) \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial (\chi, t)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \chi} & \hat{v} \\ 0^T & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{v}(\chi, t) = \left. \frac{\partial x}{\partial t} \right|_\chi \quad (6)$$

\hat{v} 는 mesh velocity로 정의한다.

$$\Psi^{-1} : R_x \times [t_0, t_{final}] \rightarrow R_x \times [t_0, t_{final}]$$

$$(X, t) \rightarrow \Psi^{-1}(X, t) = (\chi, t) \quad (7)$$

$$\frac{\partial \Psi^{-1}}{\partial (X, t)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \chi}{\partial X} & w \\ 0^T & 1 \end{pmatrix}, \quad w = \left. \frac{\partial \chi}{\partial t} \right|_X \quad (8)$$

여기서 도메인간의 연결 관계를 생각해보면 다음과 같은 관계식이 얻어진다.

$$\varphi = \Phi \circ \Psi^{-1} \quad (9)$$

$$= \frac{\partial \Phi}{\partial (\chi, t)}(\chi, t) \frac{\partial \Psi^{-1}}{\partial (X, t)}(X, t) \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial X} & v \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \chi} & \hat{v} \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \chi}{\partial X} & w \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

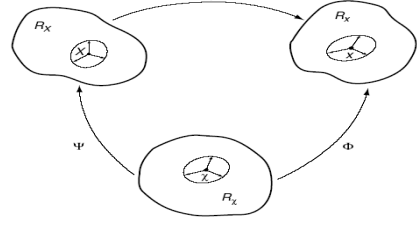


Fig. 2. The motion of the ALE computational mesh is independent of the material motion

$$v = \hat{v} + \frac{\partial x}{\partial \chi} w \quad (11)$$

$$c := v - \hat{v} = \frac{\partial x}{\partial \chi} w \quad (12)$$

위 식에서 c를 convective velocity로 정의하고 이는 입자와 격자간의 상대 속도를 의미한다.

2.2 지배방정식

유체 지배 방정식

2차원 압축성 비정상 유동 해석을 위해 사용되는 질량, 운동량, 에너지 보존식은 ALE 형태로 변형된 Euler 방정식을 이용하였다. 이용된 식은 다음과 같다. 하첨자 c는 상대속도를 의미한다. 공간 이산화 방법으로는 3차 Roe FDS 기법에 alpha-mean 제한자를 결합한 SLIP 기법을 사용하였으며 시간 차분법으로는 4차의 R-K 기법을 사용하였다.

$$\frac{d}{dt} \iint W dx dy + \int (F dy - G dx) = 0$$

$$W = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho u c \\ \rho u u c + p \\ \rho u c v \\ \rho E u c + p u c \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} \rho v c \\ \rho u v c \\ \rho v v c + p \\ \rho E v c + p v c \end{pmatrix} \quad (13)$$

고체 지배 방정식

고체 부분 해석을 위해 필요한 ALE 형태의 2차원 등적 유한 요소 방정식으로부터 가상일의 원리는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \delta \hat{u}_i^A \left[\int_V \rho N^A N^B dV \right] \hat{u}_i^B - \delta \hat{u}_i^A \left[2 \int_V \rho N^A \frac{\partial N^B}{\partial X_j} \frac{\partial \hat{X}_j}{\partial t} dV \right] \hat{u}_i^B \\ & + \delta \hat{u}_i^A \left[\int_V \rho N^A \frac{\partial \hat{X}_k}{\partial t} \frac{\partial \hat{X}_j}{\partial t} \frac{\partial N^B}{\partial X_j} n_k da \right] \hat{u}_i^B - \delta \hat{u}_i^A \left[\int_V \rho N^A \frac{\partial \hat{X}_j}{\partial t} \frac{\partial^2 \hat{X}_k}{\partial t \partial \xi^\alpha} \frac{\partial N^B}{\partial X_k} dV \right] \hat{u}_i^B \\ & - \delta \hat{u}_i^A \left[\int_V \rho N^A \frac{\partial^2 \hat{X}_j}{\partial t \partial \xi^\alpha} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial X_k} \frac{\partial \hat{X}_k}{\partial t} \frac{\partial N^B}{\partial X_j} dV \right] \hat{u}_i^B - \delta \hat{u}_i^A \left[\int_V \rho \frac{\partial N^A}{\partial X_k} \frac{\partial \hat{X}_k}{\partial t} \frac{\partial \hat{X}_j}{\partial t} \frac{\partial N^B}{\partial X_j} dV \right] \hat{u}_i^B \\ & + \delta \hat{u}_i^A \left[2 \int_V \rho N^A \frac{\partial^2 \hat{X}_k}{\partial t \partial \xi^\alpha} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial X_j} \frac{\partial \hat{X}_j}{\partial t} \frac{\partial N^B}{\partial X_k} dV \right] \hat{u}_i^B - \delta \hat{u}_i^A \left[\int_V \rho N^A \frac{\partial^2 \hat{X}_j}{\partial t^2} \frac{\partial N^B}{\partial X_j} dV \right] \hat{u}_i^B \\ & + \delta \hat{u}_i^A \left[\int_V \frac{\partial N^A}{\partial X_j} C_{ijkl} \frac{\partial N^B}{\partial X_l} dV \right] \hat{u}_k^B - \delta \hat{u}_i^A \int_{\partial V} f_j N^A da = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

연소 방정식

고체 연료 면에서의 연소 과정을 해석하기 위해서 1D transient burning model이 사용되었다. 고체 연료는 유동에 의해 표면에서 가열되어 특정 온도 이상에서 점화가 일어난다고 가정하였고 일단 점화가 일어나면 pyrolysis law에 의해서 연소 속도가 결정되며 이에 의해 고체 연료 표면에서 질량 유량이 발생한다고 가정하였다. 고체 표면에서의 온도 계산에 이용된 식과 양 끝단에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$\rho_s c_p \frac{\partial T}{\partial t} + M c_p \frac{\partial T}{\partial x} = \lambda_s \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (15)$$

$$T(-x_{end}) = T_\infty, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0^-} = g(t) \quad (16)$$

여기서 함수는 고체 표면이 점화되었을 경우와 점화가 아직 이루어지지 않았을 경우에 따라 다음과 같이 다르게 결정된다.

$$g(t) = \begin{cases} \frac{h}{\lambda_s} (T_e - T_s) & (\text{not ignited}) \\ \frac{c_p M}{\lambda_c} (T_s^0 - T_\infty + T_s - T_e) & (\text{ignited}) \end{cases} \quad (17)$$

위의 과정을 거쳐 고체 표면에서의 온도가 결정되면 연소 속도가 다음의 식으로 결정된다.

$$r_b = A_c \exp\left(-\frac{E_c}{R_u T_s}\right) \quad (18)$$

자동 격자 생성

본 연구에서는 연구의 목적상 형태가 복잡하고 변형되는 해석 영역을 다룰 수 있는 격자가 요구되고, ALE 기술 방법의 특성상 격자의 주기적인 갱신과정이 자동적으로 이루어져야 하는 이유로 비정렬 격자를 사용하였다. 삼각형의 비정렬 격자를 사용하기 위해 advancing front 기법과 bowyer-watson 알고리즘을 이용한 delaunay triangulation 기법이 사용되었으며 자동적인 격자의 갱신과 높은 격자의 질을 유지하기 위한 격자 적응(mesh adaptation) 방법으로는 r, m, h-method를 사용하였다. 그리고 위의 방법으로 생성된 격자 정보는 quad-tree 정보 저장 구조로 저장하였다.

통합 기법

유체와 구조의 경계면에서의 경계조건은 Neumann 경계조건과 Dirichlet 경계조건을 사용한다. 각 경계조건의 의미는 다음과 같다.

-Neumann boundary : Load transfer

$$t_s = t_f, \quad \text{where} \quad t_f = -p_f \mathbf{n}_f + \boldsymbol{\sigma}_f \mathbf{n}_f \quad (19)$$

-Dirichlet boundary : Motion transfer

$$\frac{\partial \mathbf{u}_f}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{u}_s}{\partial t} \quad (20)$$

이를 통해 유체와 고체 해석 프로그램은 서로 필요한 정보를 교환하게 되는데 그 과정은 다음 Fig. 3.와 같다.

3. 해석 결과

3.1 로켓 모델링

해석 프로그램을 이용하여 고체연료 로켓의 내부 유동을 2차원 축대칭 형상으로 가정하여 해석해 보았다. Fig.4.은 모델링된 로켓의 형상을 보여준다. 파란 부분은 로켓 내부의 유동 영역이며 붉은 부분은 고체 연료와 로켓 케이스 부분을 나타낸다. 로켓 전두부에는 고온 고압의 가스를 분출하는 점화 로켓(Igniter)과

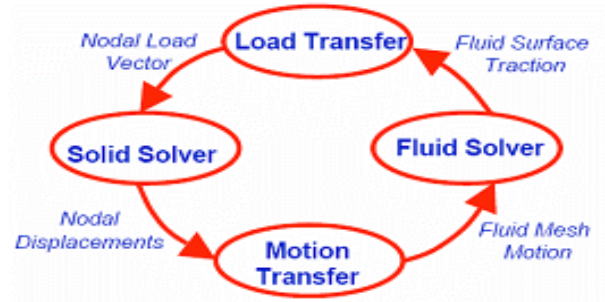


Fig. 3. explicit simulation cycle

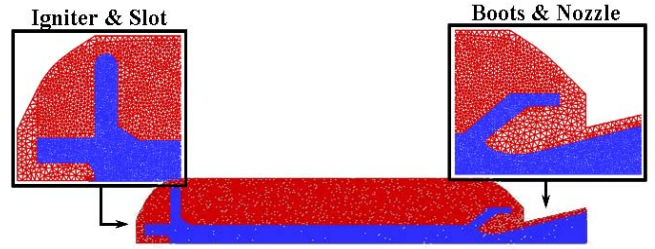


Fig. 4. Rocket model for numerical simulation

슬릿(slot)을 모델링 하였으며 후방부에는 부츠부분의 형상을 간략하게 묘사하였다. 점화 로켓에서의 분출 가스의 조건은 약 91 기압, 3270K, mach number=1로 설정하였다.

3.2 해석 결과

모델링된 로켓 형상에 대하여 추진제 그레인에서 연소는 일어나고 고체 연료 부분의 형상 변화가 없는 경우와 연소와 함께 체적이 줄어들게 되어 형상 변화가 일어나는 경우에 대하여 해석을 수행하였다. 내부 점화 로켓에서 분출된 고온,고압의 가스는 추진제를 점화시키며 추진제가 점화되면 벽면에서 수직 방향으로 질량 유량을 발생시킨다. 다음의 Fig.5의 유선을 통해 앞서 언급한 과정을 파악할 수 있도록 도시하였다.

연소가 진행됨에 따라 고체 로켓 내부의 압력은 점차 상승하게 되어 추진제 벽면에서 발생하는 질량 유량과 노즐을 통해 분출되는 유량이 균형을 이루게 될 때까지 상승하게 된다. 추진제 형상의 변화가 없는 경우에 일단 균형을 이루면 내부 압력은 일정하게 유지되는 정상 상태로 도달하는데 반해 추진제 형상 변화를 고려할 경우에는 연소 현상에 의해 유동 영역의 체적이 점점 증가하게 되므로 압력이 시간이 지남에 따라 천천히 감소하게 된다. 본 연구에서는 내부 점화 로켓이 분사되는 시점부터 내부 압력의 변화가 아주 작아져 정상 상태에 이르기까지를 시뮬레이션 하였으며 정상 상태에 도달하였을 때 로켓 중심축에 따른 압력 분포는 다음 그림 Fig. 6과 같다. 동일한 조건하에서 Fluent의 결과와 해석 코드의 결과를 비교했을 때, 로켓 내부의 압력 분포의 경향성은 일치하고 있으나 정량적인 차이가 나타남을 확인할 수 있다. 이 차이는 공간차분의 정확도 차이에서 기인한다고 볼 수 있다. Fluent의 경우에 1차 풍상차분법을 이용하였고 해석 코드에서는 3차 Roe 기법을 이용하였다. 일반적으로 고차 정확도를 갖는 기법일수록 정확한 해를 제공하는 것으로 알려져 있다. 본 연구에서 목표로 삼은 로켓 내부의 알려진 내부 압력이 5.5e+6 ~ 6.9e+6pa임을 고려해볼 때 해석 코드가 보다 의미 있는 결과를 제공하고 있음을 확인할 수 있다.

FSCI 해석 결과는 정상상태에서 유동만의 해석 결과보다 낮은 압력을 확인할 수 있다. 고체 연료의 연소 작용과 압력에 의한 변형 작용으로 인해 유동 영역은 초기 상태의 영역보다 증가

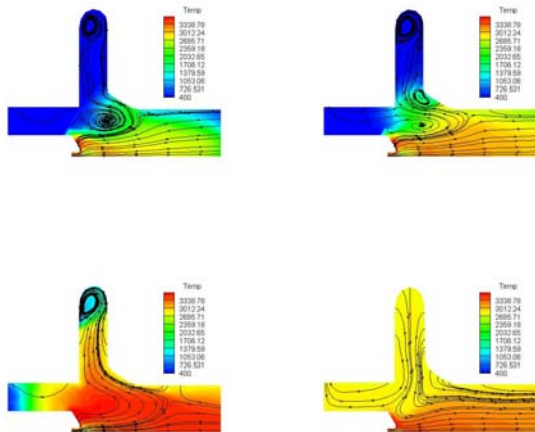


Fig. 5. Temperature contour and stream line

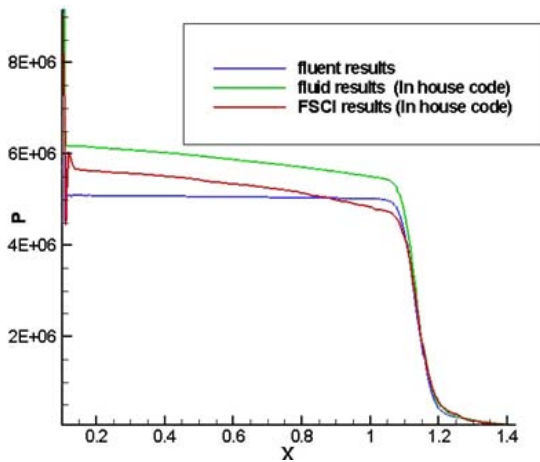


Fig. 6. Numerical results : pressure curves along center line of rocket simulation model (unit: pa)

하게 된다. 이로 인해 FSCI 해석 시 정상상태에서의 압력은 해석 영역의 변형이 없는 유동만의 해석 결과보다 낮아지게 된다. Fig. 7의 붉은색 선은 초기 고체영역과 유동영역간의 경계면으로 FSCI 해석에 의해 변형된 형상을 보여준다. 이 그림에서 연소에 의해 유동 영역이 증가하였음을 확실하게 확인할 수 있다. Slot 상부 구조의 연소에 의한 변화는 다른 곳에 비해서 작게 되는데 이 이유는 이 부분에서 초기의 낮은 온도의 가스가 다른 곳으로 빠져나가지 못하고 정체되어 있어 연소가 더디게 진행되는 때문이다.

4. 결론

유체-구조의 상호 작용을 고려한 고체 로켓 내부 해석 프로그램 개발을 위해 ALE 기술 방식에 대한 연구를 수행하였다. 그리고 유체-구조 통합 해석에 필수적인 자동 격자 생성 기법과 유체와 구조의 개별 해석 프로그램 통합 기법에 대한 연구를 수행하여 이를 고체 연료 로켓 내부 현상 해석 문제에 개발된 프로그램을 적용하여 수치 시뮬레이션을 수행하였다. 그 결과 유동 특성 및 유동의 압력과 연소에 의한 구조물의 변형을 동시에 해석할 수 있었고 그 값이 정성적으로 알려진 현상을 잘 모사하고

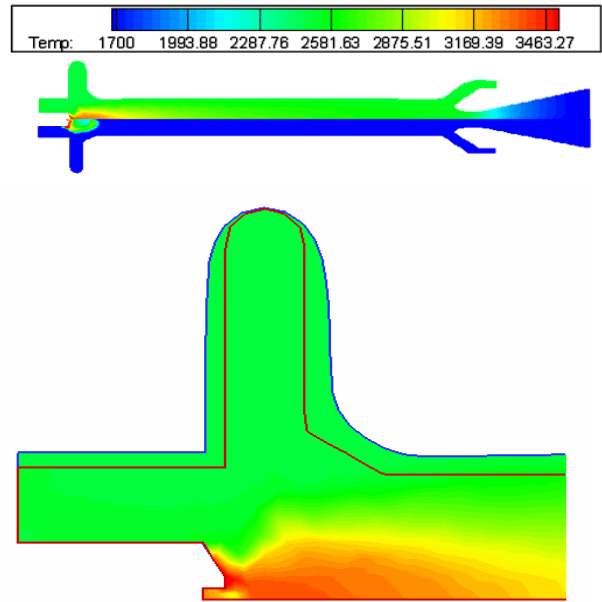


Fig. 7. Numerical results : (top) temperature contour of rocket simulation model (bottom) comparison the flow domain of initial figure and figure at t=0.33sec

있다는 점에서 의미 있는 결과라고 생각된다. 향후 해석 프로그램의 효율성 향상을 위해서 내재적 시간 적분 방법을 도입하고, 점성 및 난류 효과를 포함하는 연구가 진행되면 보다 향상된 해석 결과를 효과적으로 얻을 수 있을 것으로 기대된다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소의 “유동을 고려한 추진제 그레인의 구조해석”사업과 서울대학교 항공우주 신기술 연구소 및 기계항공공학부 BK21 사업의 지원을 받아 수행되었습니다. 연구 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- [1] C. Hwang, R. Fiedler, A. Acharya and P.H. Geubelle, Simulation of Fluid-Structure Interaction and Dynamic Fracture Events in Solid Propellant Rockets, Submitted to International Journal for Numerical Method in Engineering, 2003.
- [2] A. Jameson, Non-oscillatory shock capturing scheme using flux limited dissipation. In B.E. Engquist, S. Osher, and R.C.J. Somerville, editors, Lectures in Applied Mathematics, Vol. 22, Part 1, Large Scale Computations in Fluid Mechanics, pages 345-370. AMS, 1985.
- [3] Huerta A and Liu WK. ALE formulation for large boundary motion. In Trans. 10th Int. Conf. Structural Mechanics in Reactor Technology, Vol. B, Anaheim, 1989; 335-346.
- [4] Hirt CW, Amsden AA and Cook JL, An arbitrary Lagrangian-Eulerian method for all flow speeds. J. Comput. Phys. 1974; 14:227-253. reprinted in J. Comput. Phys. 1997; 135(2):203-216
- [5] Huerta A and Liu WK. ALE formulation for large boundary motion. In Trans. 10th Int. Conf. Structural Mechanics in Reactor Technology, Vol. B, Anaheim, 1989; 335-346.