

비압축성 재생형 기계의 손실 모델 개선에 관한 연구

최원철* · 유일수** · 정명균***

Study on Improved Loss Model for Incompressible Regenerative Turbomachines

Won Chul Choi*, Il Su Yoo** and Myung Kyoong Chung***

Keywords : Regenerative Turbomachine(재생형 기계), Momentum Exchange Theory(운동량 교환 이론), Loss Model(손실 모델), Circulatory Flow Loss(순환 유동 손실)

Abstract

The complicated helical flow formed in the regenerative turbomachines is usually decomposed into a peripheral component and a circulatory component. On the basis of the momentum exchange theory, the circulatory flow plays a critical role of imparting angular momentum to the peripheral flow. Therefore, the accuracy of performance prediction is dominated by the circulatory flow modeling. Until now the circulatory flow has been accounted of a standstill flow normal to the peripheral flow. However, the circulatory path from the impeller exit to the re-entrance inlet is exposed to the adverse pressure gradient, so it would be more realistic to describe that the circulatory flow is formed on the skewed plane not perpendicular to the peripheral flow. Present study suggests new circulatory flow loss model including the effect of adverse pressure gradient and modifies the effective circulatory flow rate and circulatory pivot which were previously published.

1. 서론

회전 기계는 임펠러가 회전하면서 유체로 에너지를 전달하기 때문에 수력학적 동력은 임펠러 회전에 의한 각운동량 변화량과 에너지를 전달받은 유량의 곱으로 구해진다. 재생형 기계는 원심형 또는 축류형 기계와 달리 펌핑 유량이 아닌 순환 유량에 의하여 에너지가 전달된다. 따라서 재생형 기계의 성능 예측 및 설계를 위해서는 순환 유동에 대한 정확한 모델이 필요하다.

Wilson et al.[1]은 운동량 교환 이론을 바탕으로 재생형 기계에 대한 기본적인 해석 모델을 제시하였다. Yoo et al.[2]은 가속 영역을 포함한 순환 속도의 발달 양상과 유효 순환 유량, 순환 중심 등 새로운 개념을 도입함으로써 복잡한 순환 유동을 보다 근사적으로 묘사하고자 하였다. 그러나 Wilson et al.[1]과 Yoo et al.[2]은 모두 순환 유량 산출에 필수적인 순환 손실을 순환 속도의 함수로만 산출하였다. 채널 내부에서 발생하는 순환 유동은 제자리 유동을 하지만 역압력 구배의 영향으로 인해 접선 유동 방향에 대해 기울어진 유동 형태를 가지고 있다고 가정하는 것이 합리적이다. 따라서 본 연구에서는 Yoo et al.[2]의 해석 모델을 기초로 하여 순환 손실 모델 및 순환 속도, 유효 순환 유량에 대한 새로운 모델을 제안하고자 한다. 본 연구에서는 Fig. 1과 같이 Yoo et al.[2]의 연구에서 사용된 형상 변수를 그대로 사용하였다.

2. 순환 유량 및 순환 중심

2.1 유효 순환 유량

유효 순환 유량이란 채널 내부를 순환하는 유량 중 베인으로부터 에너지를 직접적으로 전달받는 유량, 즉 실질적인 에너지 전달에 기여하는 순환 유량을 의미한다. Wilson et al.[1]은 모든 순환 유동이 베인을 통과하는 것으로 생각하였으나 순환 중심의 위치에 따라 베인을 통과하지 않는 유동이 생기게 된다. 이 영역의 유량은 순환 손실에만 관여될 뿐 에너지 전달에는 무관하기 때문에 압력 상승량의 감소와 직결되므로 유효 순환 유량에 대한 모델이 필요하다. Yoo et al.[2]은 유효 순환 유량을 축 방향 순환 중심과 베인 폭의 함수로서 표현하였다. 그러나 이는 순환 중심의 정확한 위치와 속도 분포를 알고 있어야 하는데, 이에 대한 정확한 정보를 산출하기는 어렵다. 따라서 본 연구에서는 이보다는 개략적으로 체적과 순환 각속도를 이용하여 유효 순환 유량을 산출하는 모델을 제안하였다. Fig. 2와 같이 베인을 기준으로 채널을 좌우로 구분하면 좌측부는 베인 회전으로부터 에너지를 전달받아 유출하는 영역이고, 우측부는 재순환을 통해 다시 베인으로 유입되는 영역이라 할 수 있다. 에너지를 전달받는 유량과 전달하는 유량은 연속적인 순환 유동을 형성하기 위해서는 동일하여야 한다. 따라서 에너지를 전달받는 베인 영역이 포함된 채널의 좌측부와 에너지를 전달하는 채널의 우측부의 체적이 동일하면 모든 순환 유량은 에너지 전달에 관여하게 되지만 차이가 발생하면 일부 유량은 에너지 전달에 관여하지 않는 무효 순환 유량이 된다.

* 카이스트 기계공학과, procyon@kaist.ac.kr

** 한국기계연구원 에너지기계연구센터, isyoo@kimm.re.kr

*** 카이스트 기계공학과, mkchung@kaist.ac.kr

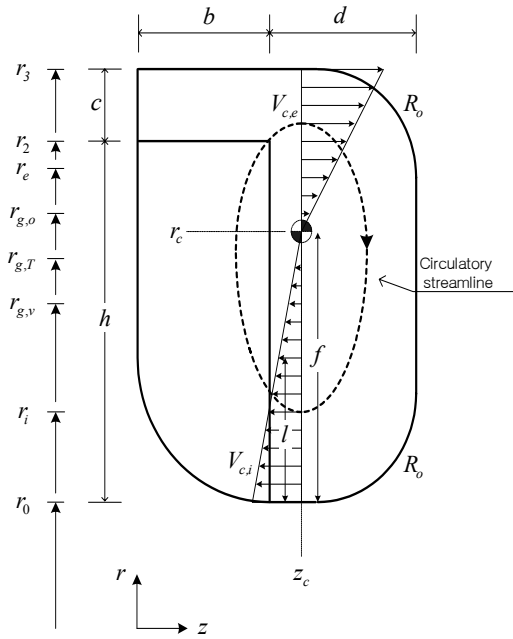


Fig. 1 Geometric variables for regenerative turbomachines with radial impeller[2]

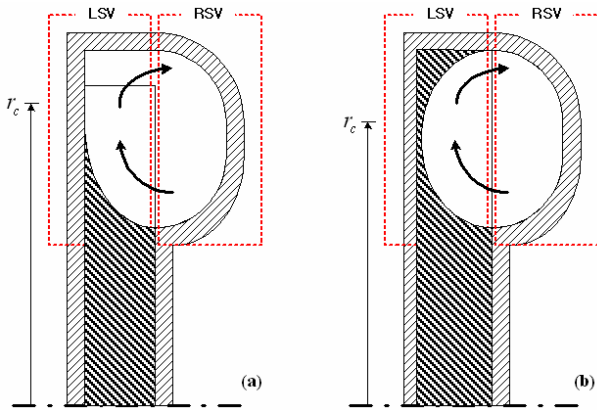


Fig. 2 division volume of left and right region in (a) radial and (b) semicircular impeller

순환 유동이 선형적인 속도 분포를 갖는다고 가정할 경우, 체적 유량은 체적과 그 체적에 대해 평균된 순환 각속도의 곱으로 정의할 수 있다. 좌측부와 우측부의 체적은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

- Left-sided channel volume :

$$LSV = A_v r'_{g,v} + bc \left(r_2 + \frac{c}{2} \right) \quad (1)$$

$$\text{where, } r'_{g,v} = r_{g,v} - \frac{tZ}{2\pi}$$

- Right-sided channel volume :

$$RSV = A_o r_{g,o} - bc \left(r_2 + \frac{c}{2} \right) \quad (2)$$

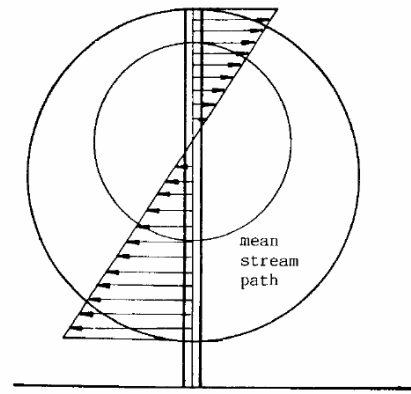


Fig. 3 Linear velocity profile at 180° phase difference [3]

좌측부와 우측부의 순환 각속도는 같기 때문에 식 (3)과 같이 나타나고, 이를 통해 유효 순환 유량을 식 (4)와 같이 구할 수 있다.

$$\bar{w}_c = \frac{dQ_c \pm (1-g)dQ_c}{RSV} = \frac{dQ_c \mp (1-g)dQ_c}{LSV} \quad (3)$$

$$g = 1 - \frac{|A_o r_{g,o} - A_v r'_{g,v} - bc(2r_2 + c)|}{A_o r_{g,o} + A_v r'_{g,v}} \quad (4)$$

2.2 순환 중심

베인을 통해 전달되는 에너지의 크기, 즉 각운동량의 변화량을 알기 위해서는 베인 입출구 반경을 알아야 하고, 이를 위해서 순환 중심의 위치를 결정할 필요가 있다. 채널내의 순환 유동이 강제 와류 유동과 유사하며 유체 입자는 볼텍스 중심에 대하여 일정한 각속도를 갖고 회전한다고 생각할 수 있다[3]. 이는 채널 내의 회전 각속도가 원주방향으로 모두 동일하다는 것이 아니라, Fig. 3과 같이 180° 위상 차이가 나는 지점끼리 서로 동일하다는 것이다. 따라서 채널의 체적을 임의로 균등 분화하는 지점에 대하여 체적 평균 순환 각속도는 같게 된다. 즉, LSV와 RSV 영역에서 유효 순환 유량에 대한 체적량과 순환 각속도는 같다. 회전 각속도를 ω 라 하면 회전축에서 ω 만큼 떨어진 미소구간 ω 을 단위 시간에 통과하는 유량은 베인 입구와 출구에 대하여 다음과 같이 표현된다.

$$Q_{c,in} = \int_{r_0}^{r_c} 2\pi\omega(r_c - r)rdr = 2\pi\omega \left[\frac{r_c^3}{6} - \frac{r_c r_0^2}{2} + \frac{r_0^3}{3} \right] \quad (5)$$

$$Q_{c,out} = \int_{r_c}^{r_3} 2\pi\omega(r - r_c)rdr = 2\pi\omega \left[\frac{r_c^3}{6} - \frac{r_c r_3^2}{2} + \frac{r_3^3}{3} \right] \quad (6)$$

연속 방정식에 따라 $Q_{c,in} = Q_{c,out}$ 이므로, 순환 중심은 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$r_c = \frac{2}{3} \frac{r_3^3 - r_0^3}{r_3^2 - r_0^2} \quad (7)$$

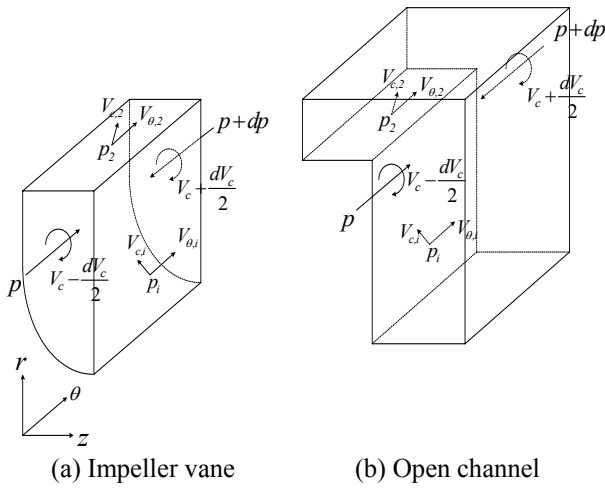


Fig. 4 Infinitesimal control volumes on channel[2]

2.3 입출구 반경

재생형 기계는 개수로 형태에 따라 side channel과 open channel로 나뉘고, open channel은 베인 상부에 간극이 존재한다. 간극이 상대적으로 커서 순환 중심이 베인 상부에 위치하게 되면 추가적인 무효 순환 유량이 발생하게 되어 이를 고려해야 한다. 간극의 크기가 베인 영역의 크기에 비해 상대적으로 작은 경우, 순환 중심은 베인 내부에 위치하게 되어 Yoo et al.[2]에서 제시된 식과 같이 side channel과 유사한 방법으로 베인 입출구 반경을 구할 수 있다.

반면, 간극의 위치가 베인 크기에 비해 상대적으로 커서 순환 중심이 베인 상부에 위치하게 되는 경우에는 다음과 같이 추가적인 무효 순환 유량을 고려한 입출구 반경 식으로 변형되어야 한다.

$$r_e = r_2 \quad (8)$$

$$r_i = \sqrt{\frac{2\pi\omega_c \int_{r_0}^{r_2} (r_c - r)r^3 dr}{gQ_c}} = \sqrt{\frac{2\pi\omega_c \int_{r_0}^{r_2} (r_c - r)r^3 dr}{2\pi\omega_c \int_{r_0}^{r_2} (r_c - r)r dr}} \quad (9)$$

$$= \sqrt{\frac{3}{10} \frac{5r_c(r_2^4 - r_0^4) - 4(r_2^5 - r_0^5)}{3r_c(r_2^2 - r_0^2) - 2(r_2^3 - r_0^3)}} \quad (9)$$

이와 같은 경우에 발생하는 2차 무효 순환 유량을 식 (10)과 같이 식 (4)의 유효 순환 유량에 추가되어 고려되어야 한다.

$$g = 1 - \frac{|A_o r_{g,o} - A_v r_{g,v} - bc(2r_2 + c)|}{A_o r_{g,o} + A_v r_{g,v}} - \frac{2\pi\omega_c \int_{r_0}^{r_2} (r_c - r)r dr}{2\pi\omega_c \int_{r_0}^{r_2} (r_c - r)r dr} \quad (10)$$

$$= 1 - \frac{|A_o r_{g,o} - A_v r_{g,v} - bc(2r_2 + c)|}{A_o r_{g,o} + A_v r_{g,v}} - \frac{(r_c - r_2)^2 (r_c + 2r_2)}{(r_c - r_0)^2 (r_c + 2r_0)}$$

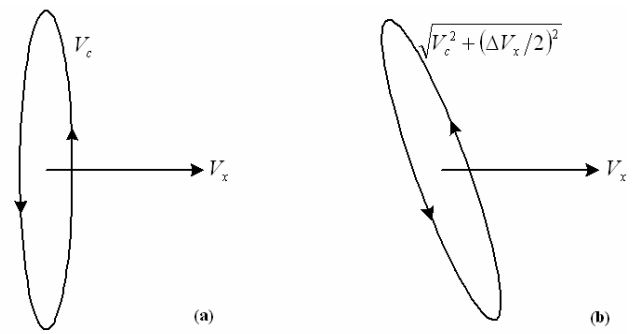


Fig. 5 Decomposed by circulatory and peripheral velocity
(a) without adverse pressure gradient
(b) with adverse pressure gradient

3. 순환 손실 모델

3.1 순환 속도

운동량 교환 이론에서는 재생형 기계에서 발생하는 나선형 유동 구조를 순환 방향과 회전 방향의 2차원 유동 구조로 모사한다. Fig. 4는 임펠러 영역과 개수로 영역에서 각각의 속도 성분 및 압력 성분을 나타낸 것이다. 임펠러 영역과 개수로 영역에서 각각의 정상 상태 에너지 방정식과 각운동량 보존식을 적용시키고 연립하면 순환 속도에 대한 지배 방정식을 식 (11)과 같이 구할 수 있다.[2] 선형 영역에 대한 이론은 제시한 Wilson et al.[1]의 모델에서는 식 (11)의 좌변이 0으로 나타난다.

$$V_c dV_c = \frac{dQ_c}{Q_T} [g(1-\phi)(\sigma U_e^2 - \alpha U_i^2) - \Delta g H_c] \quad (11)$$

$$\text{where, } Q_T = Q + Q_v$$

$$\phi = \frac{Q}{Q_s}$$

3.2 순환 손실

순환 속도에 대한 지배 방정식인 식 (11)을 풀기 위해서는 순환 유동 손실에 대한 모델이 필요하다. 순환 유동 손실은 크게 다음과 같이 두 가지로 구성되어 있다. 첫째로 임펠러 입구에서 발생하는 입사 손실로서 Yoo et al.[2]은 식 (12)와 같이 나타내었다.

$$\frac{1}{2} [(1-\alpha)U_i - \frac{A_c}{f r_i} V_c \tan \beta_{opt}]^2 \quad (12)$$

둘째는 순환 유동에 동반되는 소용돌이로 인한 마찰손실이다. 재생형 기계의 나선형 구조의 속도 분포를 Fig. 5(a)와 같이 접선 방향 유동 성분과 순환 방향 유동 성분으로 분리하여 해석한다. Wilson et al.[1]과 Yoo et al.[2]은 순환 유동이 접선 방향에 수직인 평면 위에서 존재한다고 생각하여 순환 마찰 손실을 $K_c V_c^2$ 의 형태로 사용하였다.

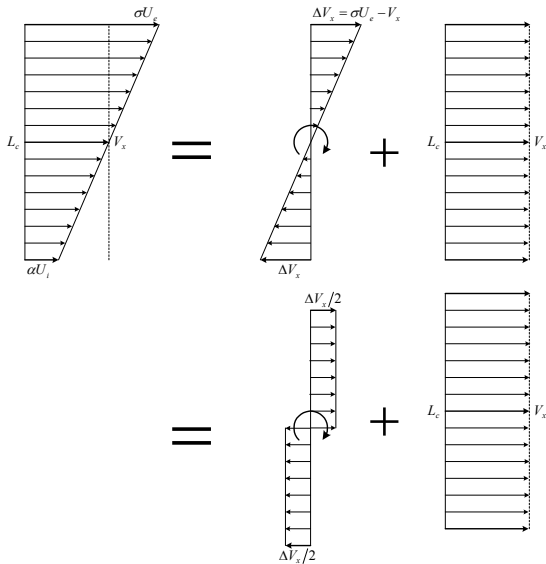


Fig. 6 Averaged peripheral velocity variation by adverse pressure gradient

그러나 순환 유동은 접선 방향으로의 순수한 이동량이 없는 제자리 유동일 뿐 반드시 접선 방향에 수직한 평면 위에서만 정의되는 것은 아니다. 재생형 기계의 개수로 영역을 통과하는 순환 유동은 접선 방향으로 작용하는 역압력 구배로 인하여 Fig. 5(b)와 같이 접선 방향으로 수직한 평면이 아닌 기울어진 평면에서 정의된다고 보는 것이 합리적이다. 따라서 본 연구에서는 역압력 구배의 영향을 고려한 순환 유동을 모사하여 이로 인하여 생기는 마찰 손실 모델을 수정하였다.

Fig. 6은 순환 유도에 따라 작용하는 역압력 구배로 인한 접선 속도의 변화를 개략적으로 나타낸 것이다. 평균 접선 속도는 식 (13)과 같고, 역압력 구배로 인한 접선 속도의 변화량은 식 (14)와 같이 나타내어진다.

$$V_x = \frac{Q}{A_o} = \frac{\sigma U_e - \alpha U_i}{2} \quad (13)$$

$$\Delta V_x = \sigma U_e - V_x = \frac{\sigma U_e - \alpha U_i}{2} \quad (14)$$

이를 고려하여 순환 손실에 사용되었던 순환 속도를 수정하여 대입하면 식 (15)와 같다.

$$\begin{aligned} & K_c \frac{\sqrt{V_c^2 + (\Delta V_x / 2)^2}}{2} \\ &= K_c \left[\frac{V_c^2}{2} + \frac{(\sigma U_e - \alpha U_i)^2}{32} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

순환 유동으로 인한 두 손실 중 입사 손실은 베인 영역을 통과하는 유효 순환 유량에 대해서만 발생하며, 마찰 손실은 순환 유량 전체에서 발생된다. 따라서 순환 손실은 식 (16)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \Delta g H_c = g & \frac{[(1-\alpha)U_i - \frac{A_c}{f r_i} V_c \tan \beta_{opt}]^2}{2} \\ & + K_c \frac{\sqrt{V_c^2 + (\Delta V_x / 2)^2}}{2} \end{aligned} \quad (16)$$

식 (16)을 식 (11)에 대입하여 전개하면 순환 속도 지배 방정식을 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{dV_c}{d\theta} = \frac{A_c}{Q_T} [C_3 + C_2 V_c - C_1 V_c^2] \quad (17)$$

$$\text{Where, } C_1 = \frac{K_c}{2} + \frac{g}{2} \left[\frac{A_c \tan \beta_{opt}}{f r_i} \right]^2$$

$$C_2 = \frac{g(1-\alpha)A_c U_i}{f r_i} \tan \beta_{opt}$$

$$\begin{aligned} C_3 = g(1-\phi)(\sigma U_e^2 - \alpha U_i^2) - \frac{g}{2}(1-\alpha)^2 U_i^2 \\ - K_c \frac{(\sigma U_e - \alpha U_i)^2}{32} \end{aligned}$$

4. 결론

본 연구에서는 재생형 기계의 성능 해석에 있어서 필수적인 순환 손실, 순환 속도, 유효 순환 유량에 대한 모델을 개선하였다. 앞서 제시된 순환 유동에 관한 개선된 모델을 실제에 적용시키기 위해서는 실험 데이터와의 비교를 통해 순환 손실 계수에 대한 정량화가 필요하다. 이를 위하여 Wilson et al.[1]과 Yoo et al.[2], Senoo[4]의 실험 데이터를 이용하여 순환 손실 계수 모델 개발을 진행하고 있다.

참고문헌

- [1] Wilson, W. A., Santalo, M. A. and Oelrich, J. A., A Theory of the Fluid Dynamic Mechanism of Regenerative Pumps, Tans. Of the ASME, Vol. 77 (1955), 1303~1316.
- [2] Yoo, I. S., Park, M. R. and Chung, M. K., Improved Momentum Exchahge Theory for Incompressible Regenerative Turbomachines (I)-Hydraulic Model-, Trans. of the KSME(B), Vol. 28, No. 10 (2004), pp.1238~1246.
- [3] Wallace, F. J., Whitfield, A. and Sivalingam, R., A theoretical model for the performance prediction of fully filled fluid couplings, Int. J. Mech. Sci, Vol. 20 (1978), pp. 335~347
- [4] Senoo, Y., A Comparison of Regenerative Pump Theories Supported by New Performance Data, Trans. ASME, Vol. 78 (1956), pp.1091~1102.