

## 교반기 내부의 고체/액체 다상 유동의 비정상상태 해석

김치겸\*, 용석진\*\*, 원찬식\*\*\*, 허남건\*\*\*\*

### Transient Simulation of Solid/Liquid Two-Phase Flow in a Stirred Tank

Chi Gyeom Kim\*, Sukjin Yong\*\*, Chan-Shik Won\*\*\* and Nahmkeon Hur\*\*\*\*

Key Words : Computational Fluid Dynamics(전산유체역학), Two-Phase Flow(이상유동), Solid Particle Suspended(고체 입자 분산), Mixer(교반기)

#### Abstract

In the present study, a transient glass particle distribution in a stirred solid/liquid mixer was investigated using computational fluid dynamics(CFD). The flow patterns and solid concentration distribution in a solid/liquid mixer formed by pitched paddle and baffles were predicted. The numerical results were compared to experimental data from the available literature. Eulerian multi-phase model was used to investigate the influence of the density of solid particle on the same impeller speed. A good agreement was obtained between the experimental data and simulation results.

#### 1. 서 론

산업용 교반기는 산업전반에 걸쳐 널리 사용되는 기계장치로서 단일 혹은 두 개 이상의 물질을 혼합하여 사용자가 원하는 물질을 만들어 주는 장치를 말한다. 수십 그램의 물질부터 수십 톤까지의 물질을 혼합, 분산, 반응, 분리하는 다양한 교반 공정 가운데 고체/액체의 이상(2-Phase) 교반은 콘크리트나 도료, 식품 발효 등의 분야에서 이용된다. 이상 교반에서 좋은 교반 성능을 갖기 위해서는 교반기 내부에 고체와 액체가 서로 분리 되지 않고 균일하게 혼합 되어야 하고 유동의 정체점이 없도록 설계하여야 한다. 이러한 이상 교반기의 내부 유동은 임펠러의 회전에 의해 발생하는 복잡한 와류 구조와 고체와 액체, 각 상의 경계면에서의 운동량 전달에 의해 매우 복잡한 3차원 유동 특성을 가진다.

최근에는 입자영상유속계(PIV, Particle Image Velocimetry) 등을 이용한 실험적인 연구와 더불어 전산유체해석(CFD, Computational Fluid Dynamics)을 사용하여 고체와 액체 이상 교반기의 내부유동을 해석하는 연구가 진행되고 있다. Angst et al[1].는 물과 유리 입자의 이상 유동 교반장치 내에 69개의 내시경(Endoscope) 촬영 장비를 이용한 실험에서 고체 입자의 체적 비율과 교반 탱크의 크기에 따른 고체 입자의 분산을 분석하였고, Ochieng et al[2].는 물과 니켈 입자의 교반을 LDV(Laser Doppler Velocimetry) 실험과 CFD를 이용한 수치해석에서 고체 입자의 크기에 따른 고체입자의 분석을 연구한 바가 있다.

고체/액체 이상 유동해석의 연구는 지속적으로 진행되고 있지만, 이상 유동의 교반은 교반기 형상과 임펠러의 회전속도, 교반 물질의 난류 유동에 따라 입자의 분산 정도가 달라지기 때

에 연구 결과를 실제 산업 현장에 적용하는데 많은 어려움이 있다. 그러므로 다양한 작동 변수 변경에 따른 교반 유동과 입자 분포의 특성을 예측하기 위한 CFD를 이용한 수치해석에 대한 연구가 더욱 필요하다. 이상 교반 유동의 수치해석의 방법으로는 고체 입자의 체적 비율이 낮은 경우 연속상의 유동 분포에 따라 입자가 따라 움직이기 때문에 단상 유동 해석으로도 가능하다. 하지만 고체 입자의 체적 비율이 큰 경우에는 고체 입자의 분산상과 연속상 사이에서의 상호 운동에 의한 유동 분포의 변화가 커지게 된다. 유체와 입자의 상대 운동에 의한 힘, 입자 운동이 유체운동에 미치는 힘, 입자와 입자간의 전단력, 입자의 난류 작용에 따른 분산력등이 작용한다. 입자의 가속에 따른 항력에 의해 유체에 더해지는 힘과 입자에 의해 발생하는 후류에서의 속도 결손, 속도 결손으로 인한 난류에너지의 생성이 이루어지게 된다. 이와 같이 다양한 힘을 모두 고려하여야 수치해석을 통한 고체/액체 이상유동의 교반을 예측할 수 있다.

본 연구에서는 효과적인 고체/액체 이상 유동 수치해석과 고체/액체 이상 유동 교반의 형태를 관찰 하기 위하여 시간에 따른 교반기 내부의 고체입자의 분포를 예측하고, 동일한 교반 속도에 대해 밀도가 다른 고체입자의 분포를 예측한다. 또한 해석 결과를 실험과 비교하여 해석 결과의 타당성을 검증하고자 한다.

#### 2. 수치해석

##### 2.1 수치해석 방법

본 연구에서는 eulerian multi-phase method를 이용하여 이상 유동을 해석하였다. eulerian multi-phase method는 고체/액체, 기체/액체 등 서로 다른 상을 가진 물질이 같은 검사 체적(control volume)에 있는 경우 체적 분율(volume fraction)에 따라 각 상에 대하여 지배방정식을 계산한다. 상의 경계에서 발생하는 상호작용에 의한 유체의 운동을 운동량 방정식에 추가 항으로 넣어 계산하며, 상의 종류와 운동의 특성에 따라 다양한 모델링이 알려져 있다[3].

\* 서강대학교 대학원, smile@sogang.ac.kr  
\*\* (주)하도, sjyong@hado.co.kr  
\*\*\* 서강대학교 기계공학과, ace@sogang.ac.kr  
\*\*\*\* 서강대학교 기계공학과, nhur@sogang.ac.kr

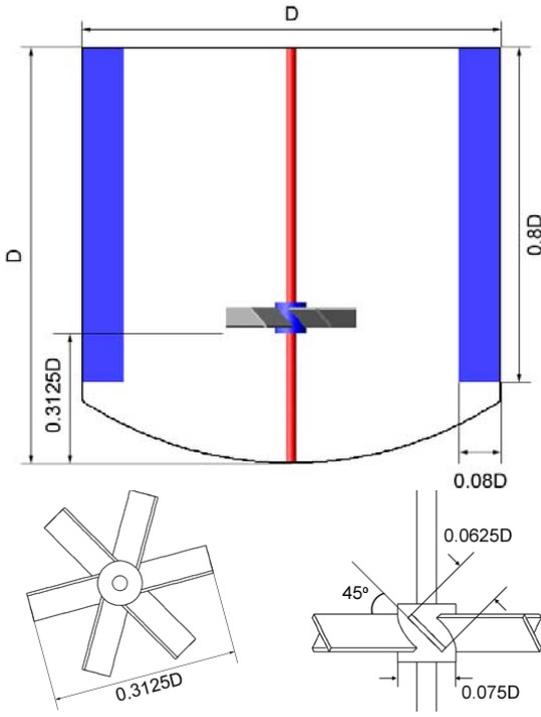


Fig. 1 Agitator geometry.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k) = -\alpha_k \nabla p + \alpha_k \rho_k \mathbf{g} + \nabla \cdot [\alpha_k (\boldsymbol{\tau}_k + \boldsymbol{\tau}'_k)] + M_k + (F_{int})_k \quad (2)$$

$$\sum_{k=c}^d \alpha_k = 1 \quad (3)$$

$$M_d = F_D + F_{VM} + F_L \quad (4)$$

식 (1)은 연속 방정식이고 식 (2)는 운동량 방정식을 나타낸다.  $\alpha_k$ 는 각 상의 체적 분율을 나타내는 함수이다. 식 (3)과 각 상의 체적 분율의 합은 1을 만족해야 한다. 여기서 첨자로 쓰인 c는 연속적인 상(continuous phase), d는 분산되는 상(dispersed phase)로 나타낸다. 식 (2)에서  $M_k$ 는 각 상 상호 교환하는 운동량의 항이며  $M_c = -M_d$ 를 만족하여야 한다.  $(F_{int})_k$ 는 분산되는 상의 입자 간에 작용하는 힘이다.

각 상이 교환하는 운동량에 항력과 양력, 가상력이 있으며 세 가지 힘의 합이 식 (4)와 같이 운동량 방정식에 이용된다. 고체 입자가 분산이 되는 유동해석의 경우에 연속되는 상인 유체에 비하여 밀도가 상대적으로 매우 높다. 고체입자가 집중되어 있다가 분산되는 유동 해석의 경우 식 (5)에 나타낸 Shiller-Naumann 관계식으로 항력을 모델링 한다.

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re_d} (1 + 0.15 Re_d^{0.687}) & ; 0 < Re_d \leq 1000 \\ 0.44 & ; Re_d > 1000 \end{cases} \quad (5)$$

$$Re_d = \frac{\rho_c |\mathbf{u}_r| \bar{d}}{\mu_c} \quad (6)$$

식 (6)에서  $|\mathbf{u}_r|$ 은 고체상의 속도에 대한 유체상의 상대 속도를 나타낸다. 고체 입자의 분산에서는 고체 입자의 운동으로 인해 입자간의 부딪힘에 의한 전단력도 고려하여야 하기 때문에 아래와 같은 모델을 이용하여 입자간의 운동을 운동량 방정식에 대입한다.

$$(F_{int})_d = -e^{-600(\alpha_{d,max} - \alpha_d)} \nabla \alpha_d \quad (7)$$

$$\alpha_{d,max} = 0.63 \quad (8)$$

식 (8)은 해석 격자 하나에 대한 최고 체적분율을 제한하는 것으로서 고체입자간의 충돌과 구형 체적의 집적으로 인해 입자의 뭉쳐 있더라도 체적분율이 제한되는 것을 나타낸다.

## 2.2. 수치해석 모델 및 경계조건

수치해석은 Angst et al[1]의 실험에서 사용한 교반기의 형상과 같은 조건에 의해 수행되었다. 6개 blade가 달린 pitched paddle 임펠러를 장착한 바닥이 등글고 4개의 방해판(baffle)이 있는 교반 탱크가 해석 대상이다. 탱크의 지름(D)은 400mm 이며, 형상의 크기와 형태는 Fig. 1과 같다. 교반 액체는 물로 하였고 분산되는 고체입자는 직경이 200 $\mu$ m이고 밀도가 1600 ~ 2400 kg/m<sup>3</sup>인 유리 입자이다. 임펠러의 회전에 의하여 고체 입자가 분산되는데 교반기 높이의 90% 까지 고체입자가 분산되었을 때 완전히 고체 입자가 분산 된 것으로 하여 실험에 검증된 회전수[1]인 419 rpm을 해석에 이용하였다. 초기 조건으로 교반 탱크 바닥에 5% 부피의 고체 입자가 깔려 있는 상태에서 해석을 시작하였다. 임펠러의 회전은 MRF(multiple reference frame)으로 적용하였고 유동 계산 영역은 회전부와 정지부로 나뉘어 있다. 교반기의 외벽은 no-slip wall 경계조건을 적용하였고 교반기 작동유체의 표면은 대칭 조건을 적용하였다. 임펠러 축 방향과 중력 가속도의 방향을 z축으로 하여 고체 입자의 운동량에 의한 부력을 계산하였다.

본 연구의 계산은 상용코드인 STAR-CD V.3.24를 이용하여 비 정상상태 비 압축성 난류 유동으로 해석하였으며,  $k-\epsilon$  난류 모델을 이용하였다. 총 해석 격자의 수는 390,000개 이고 순환 경계조건을 이용하여 1/2 모델의 해석 격자를 사용 하였다. 본 연구실에서 보유하고 있는 AMD Opteron 2.4GHz 8CPUs 리눅스 클러스터를 사용하여 본 연구의 계산을 수행하였다.

## 3. 결과 및 고찰

### 3.1 시간의 변화에 따른 고체 입자 분포 예측

Fig. 2는 고체 입자의 밀도가 2400 kg/m<sup>3</sup>이고 임펠러의 회전 속도가 419rpm일 때 교반기 내부에서 시간에 따른 고체입자의 분포를 예측한 그림이다. 교반 초기에 바닥에 깔려 있는 고체입자는 임펠러가 회전하면서 교반기의 외벽을 따라 입자가 올라가게 된다. 고체 입자의 무게와 액체 유동장의 속도에 의해 입자의 분포는 안정화 되고 3초 이후에는 순환 유동장의 높이는 유지한채 내부에서 고체입자가 고르게 퍼지게 된다. Fig. 3은 시간에 따른 교반기 내부의 액체 상의 유동장을 나타낸 그림이다. 3초 이후에는 유동장이 축방향으로 순환하는 유동 패턴이 나타나면서 시간에 따라 벽근처에서의 속도가 발달하면서 고체 입자가 고르게 퍼지게 되는 것을 확인 할 수 있다. Fig. 4는 1초 간격으로 축방향 높이에 따른 고체 입자의 체적 분율의 분포를 나타낸 그림이다. 교반 초기에는 바닥에 집중적으로 고체 입자가 분포

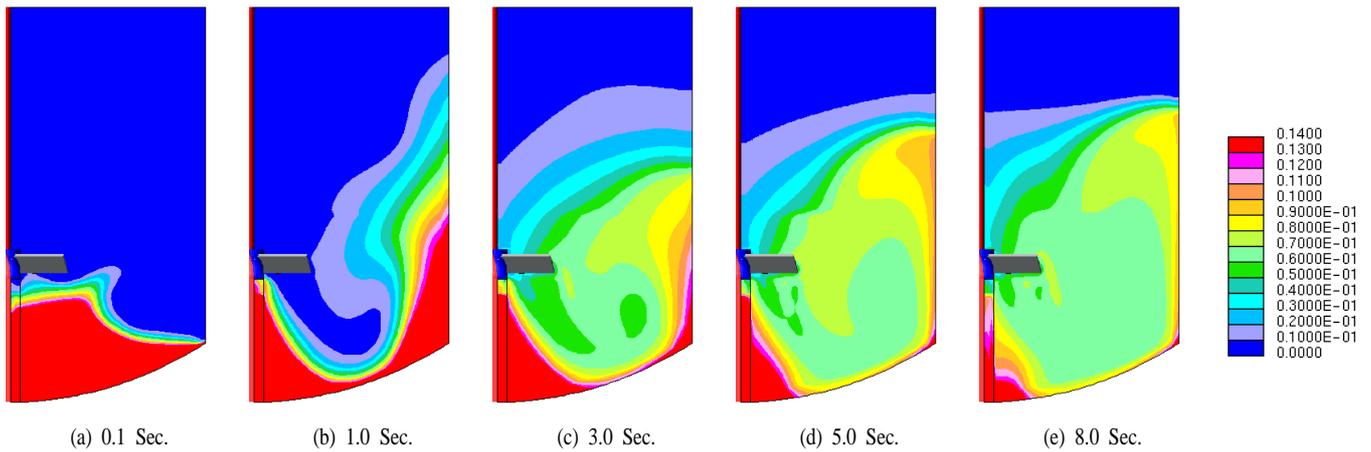


Fig. 2 Solid concentration distribution for 6-Pitched Paddle Impeller at 419rpm by CFD Simulation. ( $\rho=2400 \text{ kg/m}^3$ )

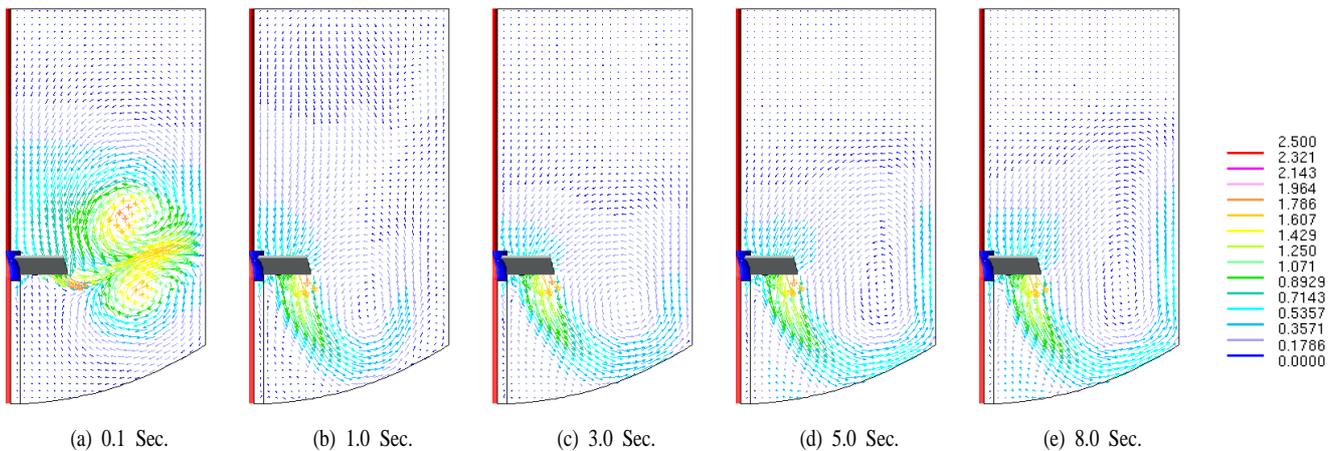


Fig. 3 Liquid phase flow field for 6-Pitched Paddle Impeller at 419rpm by CFD Simulation. ( $\rho=2400 \text{ kg/m}^3$ )

하면서 교반기 전체에 고르게 고체입자가 분포하지 않지만, 교반을 계속 하면서 교반기 내부의 고체 입자 분포가 정상상태로 안정화 되는 것을 확인 할 수 있다. 교반기 전체에 분포하는 고체입자의 평균 체적분율은 5%이나, 교반기 내부의 60% 정도의 영역에서 6.5% 정도의 체적분율로 분포하는 것을 확인 할 수 있다. 정상상태까지 도달하는 데는 약 10초 가량의 교반 시간이 필요한 것을 그림을 통해 알 수 있다.

### 3.2 고체 입자의 밀도에 따른 분포 예측

동일한 회전속도(419 rpm)에서 고체 입자의 밀도(1600, 2000, 2200,  $2400 \text{ kg/m}^3$ )에 따라 고체입자의 분포를 수치해석을 통해 예측하였다. 고체입자의 밀도가 작을수록 항력을 적게 받게 되어 더 높은 고체입자 층의 높이로 분산되는 것은 쉽게 예측할 수 있지만, 정상상태 교반에 이를 때 까지 시간과 입자의 분산 형태를 수치해석을 통해 예측할 수 있다. Fig. 5는 각 고체 입자의 밀도 별로 정상상태에서의 축방향 높이에 따른 고체입자의 체적분율을 나타낸 그림이다. 각 밀도에서 정상상태에 도달하기까지의 시간은 밀도가  $1600 \text{ kg/m}^3$ 일 때 8초,  $2000 \text{ kg/m}^3$  일 때 9초,  $2200 \text{ kg/m}^3$  일 때 10초,  $2400 \text{ kg/m}^3$  일 때 11초가 소요되었다. 밀도가 커질수록 정상상태에 도달하는데 긴 시간이 소요되었고 밀도가 낮을수록 고체 입자의 체적분율은 각 높이에서 고르게 분포하였다. 낮은 밀도에서 높은 회전수는 충분한 교반을 가능하게 하지만 너무 높은 회전수는 불필요한 동력 소비가 될 수 있다. 본 연구의 경우 419 rpm의 회전속도에서의 교반은

$2000 \text{ kg/m}^3$ 에서  $2400 \text{ kg/m}^3$  사이의 밀도에서는 적당한 고체입자의 분포를 나타내지만  $1600 \text{ kg/m}^3$ 의 밀도에는 본 회전속도가 너무 높은 회전 속도일 수 있다.

### 3.3 고체/액체 다상 교반 유동의 수치해석과 실험 비교

본 연구의 수치해석의 타당성을 알아보기 위하여 수치해석에 이용한 교반기는 Angst et al.[1]의 실험에서 이용한 형상을 모델링 하였고, 교반기의 지름이 0.4m 일 때의 실험에서 90% 높이까지 고체입자의 층이 형성된 회전속도인 419 rpm로 해석하였다. 실험에서는 교반기의 높이는 무차원화 시켜서 0.25D, 0.55D, 0.75D의 높이에서 반경방향으로 고체입자의 체적분율을 도시하였다. 이 결과와 수치해석의 예측 값을 Fig. 6을 통해 비교하였다.

전반적으로 각 높이에서 실험값과 수치해석을 통한 예측값이 일치하였다. 하지만 교반기의 위 부분과 아래 부분에서는 수치해석으로 예측된 고체입자의 체적분율이 실험값보다 큰 경향을 나타내었다. 0.75D의 높이에서 실험에서는 교반기 벽 근처에서 체적분율이 약간 낮아지고 있지만 수치해석에서는 벽 근처에서 체적분율이 올라가는 경향을 보인다. 하지만 0.75D 보다 약간 높은 위치인 1% 내외의 체적분율로 고체입자가 분포하는 영역에서는 벽 근처에서 체적분율이 낮게 나타나는 것을 Fig. 2(e)에서 확인 할 수 있다. 0.75D의 높이에서는 벽을 타고 올라오는 고체입자의 체적분율이 높은 예측으로 인하여 Fig. 6의 분포가 나타나는 것으로 예상된다.

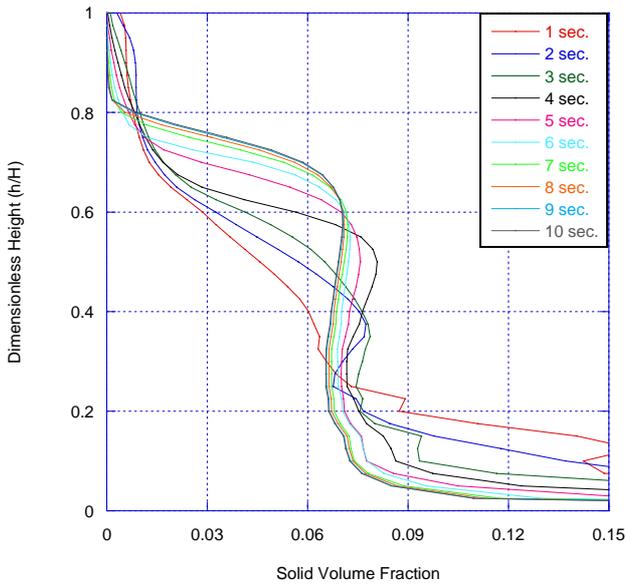


Fig. 4 Axial distribution of solids concentration. ( $\rho=2400 \text{ kg/m}^3$ )

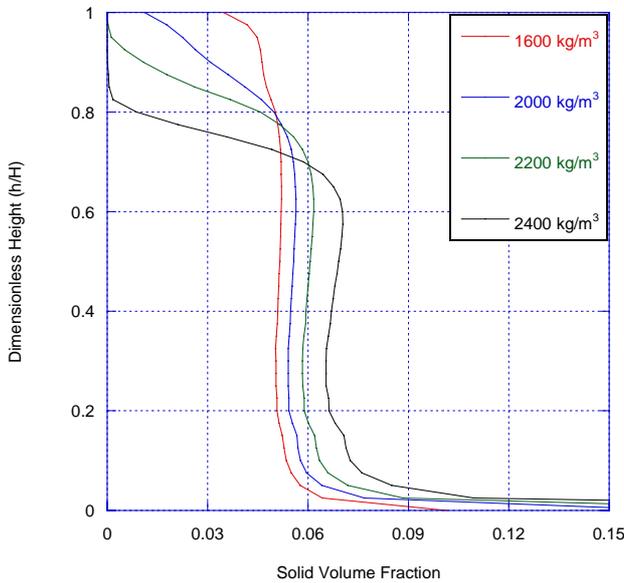


Fig. 5 Axial distribution of solids concentration with various solid density.

#### 4. 결론

본 연구에서는 산업 전반에 널리 사용되고 있는 교반기 중 4개의 방해판과 6-pitched paddle 임펠러가 있고 바닥이 둥근 교반기 내부의 고체/액체 이상 유동을 비정상상태 수치해석하였다. 임펠러 회전에 의해 교반되는 고체입자의 분포를 시간의 경과에 따라 예측하였고, 바닥에 깔린 고체입자가 초기에 분산될 때의 유동장과 축방향의 순환 유동장 형성이후에 고체입자의 체적분을 변화를 예측하여 교반기 내부의 유동과 고체 입자의 분포가 정상상태에 도달하는 시간을 알아보았다. 동일한 교반 속도에서 교반기 내부에 있는 고체입자의 밀도가 클수록 정상상태에 도달하는 시간이 오래 걸렸고, 밀도가 작을수록 고체입자의 분산이 교반기 내부의 모든 영역에서 고르게 분포하였다. 수치해석의

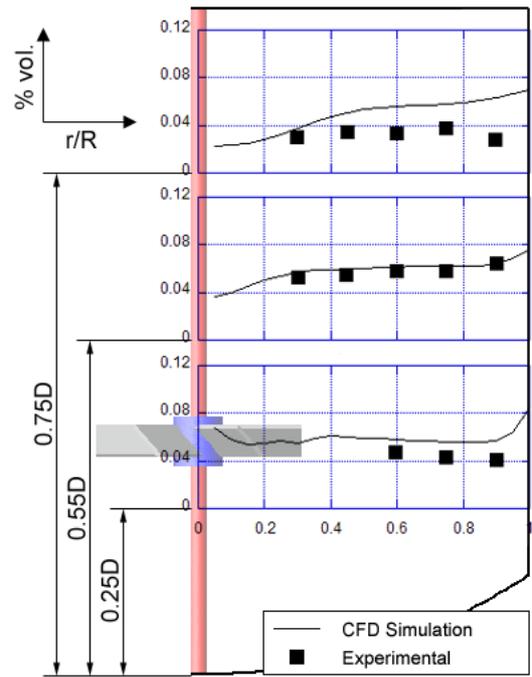


Fig. 6 Local solid volume fractions measured in a vessel with  $D=0.4\text{m}$ , mean solid volume fractions of 5% and a stirred speed of 419rpm.

타당성을 검토하기 위해서 참고문헌[1]의 실험과 동일한 조건의 수치해석을 수행하였고 수치해석의 결과는 축방향의 세 곳의 높이에서 반경 방향으로 체적분율이 실험과 일치하는 경향을 확인하였다.

향후 본 해석 방법은 목표하는 정도의 고체 분산에 이르는 최소 동력의 회전속도를 예측하는 해석 등에 이용될 수 있을 것이다. 또한 수치해석의 정확도를 높이기 위해 추후 연구에서는 난류 유동에서의 에너지 소산과 확산을 이용한 항력모델을 이용하는 모델이 필요하다.

#### 후 기

본 연구는 (주)하도의 연구비 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

#### 참고문헌

- [1] Angst, R., Kraume, M., "Experimental investigations of stirred solid/liquid systems in three different scales: Particle distribution and power consumption," *Chemical Engineering Science*, Vol.61 (2006), pp.2864-2870.
- [2] Aoyi Ochieng, Alison E. Lewis, "Nickel solids concentration distribution in a stirred tank," *Minerals Engineering*, Vol.19 (2006), pp.180-189.
- [3] STAR-CD Methodology Version 3.24 (2004), *Computational Dynamics Ltd.*