

염수와 담수의 혼합에 관한 3차원 수치모형

A three-dimensional Numerical Model for the Mixing of Saltwater and Freshwater

장원재* · 이승오** · 조용식***

Jang, Won Jae · Lee, Seung Oh · Cho, Yong-Sik

Abstract

To analyze the saline intrusion in the place, such as an estuary, the three-dimensional numerical model is developed. In this study, the advection terms of the governing equations are discretized by upwind scheme. By using an explicit scheme for the longitudinal direction and an implicit scheme for the vertical direction, the numerical model is free from the restriction of temporal step size caused by a relatively small grid ratio. The equation of state is used to consider the density, and the scalar transport equation for salinity is employed the third order TVD to scheme to prevent unphysical oscillation near discontinuity. In order to verify saline intrusion, the numerical model is conducted to compare the previous model in the lock exchange. The present model generally show a good agreement with the previous one.

key words : TVD scheme, scalar transport equation, Lock exchange

1. 서 론

감조하천의 하구에서와 같은 담수와 해수가 혼합하는 흐름에서는 염수 때문에 인근의 수질과 농경지에 피해를 발생시킨다. 특히, 내륙운하의 염수 침입은 갑문의 개폐 과정에서 주로 발생한다. 이러한 피해를 감소시키기 위해 하구언과 같은 인공구조물을 설치하였으나 급격한 자연환경의 변화로 예측하기 어려운 피해가 발생하고 있는 실정이다. 따라서 염수 침투에 관한 수리학적 거동에 관한 3차원 수치모형이 필요하다.

국내 연구에서 연직 2차원에 염도 확산에 대한 연구는 강주환 (1982) 등이 하였고, 이종욱 (2001) 등은 하구의 염수 침입을 해석하기 위한 연직 2차원 수치모형을 개발하였고, 하구둑 건설이전의 금강하구의 관측치를 비교하였다.

본 연구에서는 염수침투를 모의하기 위해서 3단계로 수행하였다. 첫 번째, 운동량방정식으로부터 수평유속을 계산하고, 두 번째, 자유수면방정식을 사용하여 자유수면을 구한다. 마지막으로 스칼라 이송방정식을 이용하여 염도 분포를 계산한다.

수치모형의 검증을 위해서 Lock exchange 문제 적용하여 기존모형의 결과와 비교하였고 염도 분포와 연직유속분포를 해석하였다.

2. 지배방정식

본 연구에 사용된 지배방정식에서 정수압분포 및 Boussinesq 접근을 사용하여 가정하면, 비압축성 Navier-Stokes 방정식과 이송-확산방정식을 아래와 같이 나타낼 수 있다.

* 한양대학교 토목공학과 · 석사과정 · E-mail : jjjwwwjjj@hanmail.net

** 홍익대학교 토목공학과 · 교수 · E-mail : seungoh.lee@gmail.com

*** 교신저자 · 정회원 · 한양대학교 토목공학과 · 교수 · E-mail : ysc59@hanyang.ac.kr

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_h \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_h \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_v \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_h \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_h \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_v \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial uc}{\partial x} + \frac{\partial vc}{\partial y} + \frac{\partial wc}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_h \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_h \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma_v \frac{\partial c}{\partial z} \right) \quad (4)$$

여기에서, u , v 와 w 는 차례대로 x -축, y -축과 z -축방향의 유속, h 는 자유수면의 높이, g 는 중력가속도, ρ_0 는 밀도, ν_h 와 ν_v 는 수평 및 연직 와점성계수, c 는 염분의 농도, Γ_x , Γ_y 는 수평 및 연직 확산계수이다. 자유수면을 고려하기 위하여 운동학적 경계조건(kinematic boundary condition)을 이용하여 연속방정식을 수심으로 적분하면 자유수면방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

여기에서, $\bar{u} = \int_{z_b}^h u dz$ 와 $\bar{v} = \int_{z_b}^h v dz$ 는 수심 적분된 유속이다.

3. 수치기법

수치모의를 하기 위해서 본 연구에서는 3단계로 나누어서 해석하였다. 첫 번째(정수압계산 단계)에서는 수면에 전 시간단계에서 계산된 기저 값을 대입하여 수평 유속 u , v 를 계산하고 2단계(자유수면 보정단계)에서는 자유수면 및 최종 수평유속을 구한다. 마지막으로 염도의 이송-확산 방정식을 계산하여 염도의 분포를 구한다.

3.1 정수압 계산단계

일반적으로 3차원 또는 연직 2차원 천수 흐름해석은 수평방향에 대한 연직방향의 상대적으로 길이가 작으므로 작은 연직방향의 격자증분에 따라 수치해가 불안정해 질 수 있다. 따라서 이 단계에서는 식(2), (3)을 연직방향의 경사항을 음해적으로 해석하였으며, 이외의 모든 항은 양해적으로 차분하였다. 이송항의 차분식은 풍상차분법을 사용하였고, x -와 y -방향의 운동량방정식을 z -방향에 따라 3-대각행렬(three-diagonal matrix)을 구성할 수 있으며 Thomas 알고리즘을 이용하면 쉽게 해석할 수 있다.

3.2 자유수면 보정단계

자유수면 보정단계에서는 자유수면의 변화를 계산하고 수위의 변화량에 따라 유속을 계산한다(Chen, 2003). 자유수면의 변화를 고려하기 위해서는 자유수면 방정식을 이용할 수 있으며 이 방정식의 차분을 위해 사용한 수치기법은 Casulli와 Cattani(1992)가 소개한 θ -방법($0.5 < \theta$)을 사용하였다. 시간 증분에 관계없이 자유수면의 전과속도에 따라 발생하는 수치계산의 안정조건을 항상 만족한다. 차분화된 자유수면 방정식을 5-대각행렬(five-diagonal matrix)을 구성하여 BI-CGSTAB 방법을 이용하여 자유수면을 계산할 수 있다.

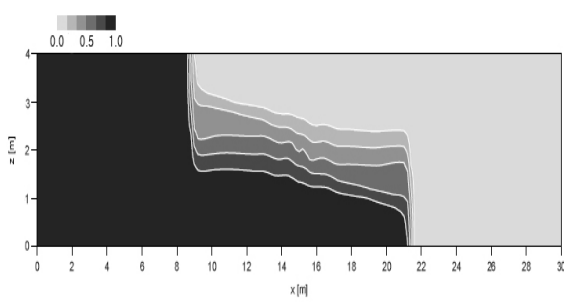
3.3 이송-확산 단계

이송-확산 방정식에서 이송항은 불연속적인 구간에서 비물리적인 진동을 억제하기 위하여 TVD기법을

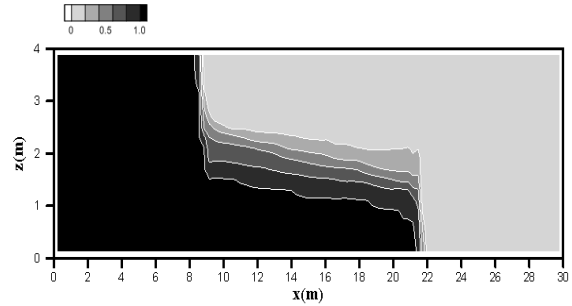
사용하였다. 확산계수를 계산하기 위해서 난류 Prandtl의 수를 사용하였다. 식(4)를 차분하여 3-대각행렬을 구성할 수 있으며 Thomas 알고리즘을 이용하여 염도를 계산한다.

4. 수치모의

본 연구에서는 Jankowski(1999)가 수치실험을 한 결과와 비교하기 위해서 수치모의를 수행하였다. 길이 30m, 폭 3m인 직사각형 수조가 사용되었으며, 초기수심은 4m로 정의하였다. 염도의 농도는 1 psu이고 담수의 농도는 0 psu를 사용하였다. 수치모의의 시간은 1초부터 100초까지 1초씩 증가시키며 수행하였다. 그림 1과 2는 $y=1.5\text{m}$ 이고 혼합 시간이 100초일 때 염도분포와 연직유속분포를 보여주고 있다.

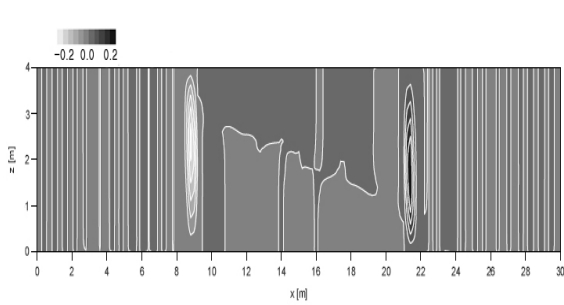


(a) 기존의 모형

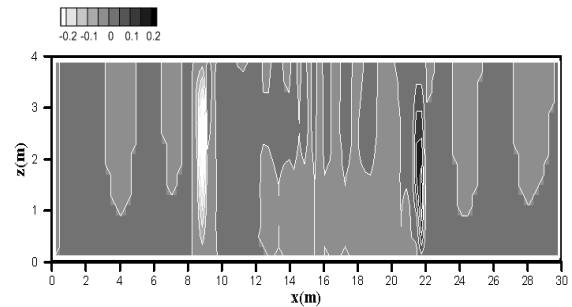


(b) 현재의 모형

그림 1. $t=100$ 초일 때 염도 분포: (a) 기존의 모형; (b) 현재의 모형



(a) 기존의 모형



(b) 현재의 모형

그림 2. $t=100$ 초일 때 연직유속 분포: (a) 기존의 모형; (b) 현재의 모형

5. 결론

본 연구에서는 염수침투의 3차원 수치모의를 하기 위해서 3단계로 수행하였다. 첫 번째, 운동량방정식으로부터 3-대각행렬을 이용하여 수평유속을 계산하고, 두 번째, 자유수면방정식을 사용하여 5-대각행렬을 구성하여 자유수면을 구한다. 마지막으로 염도는 밀도와 관계되므로 상태방정식을 사용하여 구할 수 있고, 이송-확산 방정식을 이용하여 염도 분포를 계산한다. 수치모형의 검증을 위해서 Lock exchange 문제 적용하여 기존모형의 결과와 비교하였고 염도의 분포 및 연직유속을 비교하였다. 본 수치모의는 기존의 수치모의와 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

감사의 글

본 연구는 해양수산부 해양한국발전프로그램에 의해 재정적 지원을 받았습니다.

참고문헌

1. 강주환(1991). 유한차분모형에 의한 하구의 염도확산 분석, 박사학위논문, 서울대학교.
2. 이종욱, 이봉희, 조용식, 윤태훈(2001). "하구의 염수침입을 해석하기 위한 연직 2차원 수치모형개발", **한국수자원학회**, 제 34권, 제 1호, pp. 19-30.
3. van der Vorst, H. A. (1992). "BI-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of BI-CG for the solution of nonsymmetric linear systems", *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, Vol. 13, No. 2, pp. 631 - 644.
4. Casulli, V. and Cattani, E. (1998). "Stability, accuracy and efficiency of a semi-implicit method for three-dimensional shallow water flow." *Computers and Mathematics with Applications*, 27(4):99 - 112.
5. Casulli, V. and Cheng, R. T. (1992). "Semi-implicit finite difference methods for three dimensional shallow water flow." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 15:629 - 648.
6. Jankowski, J. A., (1999). A Non-Hydrostatic Model for Free Surface Flows. Ph.D. thesis, Hanover University, Germany.