

# 사면구조 격자를 이용한 이동경계 기법 개발

## Development of the wet and dry treatment using quadtree grids

김종호\* · 이승오\*\* · 조용식\*\*\*

Kim, Jongho · Lee, Seung Oh · Cho, Yong-Sik\*

### Abstract

All measures to cope with flooding rely on flood predictions to some extent, and the effectiveness of these measures is dependent on the quality of flood predictions. It is important to track properly the movements of the river-bankline in numerical modeling because the location of it varies continuously in the flood inundation. In this study, the wet and dry treatment is used to describe the moving river-bankline accurately (Cho, 1996). An oscillatory flow motion in a parabolic basin is used to validate the performance of the developed model based on quadtree grids. As a result of a simulation, a reasonable agreement is observed with analytical and Cho's results.

**key words** : quadtree grids; wet and dry treatment; water surface oscillation; flood inundation

### 1. 서론

우리나라는 태풍, 집중호우와 같은 이상기후의 영향으로 매년 크고 작은 수해가 발생하였고, 이로 인해 최근 10년간 연평균 119명의 인명 피해와 1조 9640억의 재산피해를 입고 있다(소방방재청, 2007). 특히 2006년 태풍 “에위니아”로 인해 강원도 횡성 지역에 최대 일강우량 921mm가 발생하였고, 2002년에는 태풍 “루사”로 인해 강릉 지역에 897mm라는 기록적인 최대 일강우량이 발생하여, 각각 62명과 246명의 인명피해와 1조 8300억원과 5조 1400억원의 재산 피해를 발생시켰다(소방방재청, 2007). 따라서 이러한 기상이변으로 발생된 집중호우 및 태풍으로 인해 발생할 수 있는 피해 규모를 사전에 예측하는 것은 홍수피해를 줄이고 예방하는데 도움이 된다.

홍수를 예방하기 위해 제방이나 저수지를 건설하고 풍수해 보험이나 비상대처계획(EAP) 등을 수립하는데, 이러한 구조적, 비구조적 대책들의 성공여부는 홍수 예측의 정확도에 달려 있다. 그러나 상대적으로 적은 관측 결과로 인해 실제적인 홍수 예측은 힘든 실정이다. 따라서 수치해석을 통해 홍수 현상을 재현하고 그에 따른 홍수 범람을 정확하게 예측하는 것이 무엇보다 중요하다. 이러한 수치해석 과정에서 홍수가 범람하면 하안선의 위치는 연속적으로 변화하게 되므로, 이러한 현상을 수치모형에 반영하여 이동경계를 만족하게 하는 것은 정확한 홍수 예측에 필요하다.

본 연구에서는 홍수 범람 현상을 예측하기 위한 전 단계로서, 균일 격자에 사용 가능한 기존의 이동경계 기법(조용식, 1996)을 이용하여, 관심 있는 지역에 원하는 해상도로 격자를 생성할 수 있는 계층적 구조의 사면구조(hierarchical quadtree) 격자에 적용 가능한 이동경계 기법을 개발하였다. 경사지형을 계단지형으로 단순화하여 모든 지형 변화에 적용 가능하게 하였다. 본 모형을 검증하기 위해 바닥마찰이 없는 타원형 수조에 서 처오름의 경계가 변화하는 지역을 세분화하여, 유체의 주기적인 거동을 수치 해석하였고 균일 격자를 사용한 Cho의 결과 및 해석해와 비교하였다.

\* 한양대학교 토목공학대학원 · 석사과정 · E-mail : jhjheheh@hanyang.ac.kr

\*\* 홍익대학교 건설도시공학부 토목공학과 전임강사

\*\*\* 정희원 · 한양대학교 토목공학과 · 교수 · 교신저자 · E-mail : ysc59@hanyang.ac.kr

## 2. 사면구조 격자 기법

본 연구에서는 계층적 구조의 사면구조 격자(hierarchical quadtrees grids)를 이용하여 격자를 구성하고 수치모형에 적용하였다. 사면구조 격자를 생성하기 위해서는 먼저, 관심 대상영역을 단위길이의 정사각형에 규격화시킨다. 그리고 격자를 관심 영역에 대하여 원하는 해상도를 만들기 위해 씨앗점들을 지정한다. 정사각형 한 개가 씨앗점이 하나만을 포함하게 될 때까지 정사각형은 2:1 비율에 의해 4개의 정사각형으로 분할되는 작업을 계속한다. 만약, 이웃하는 격자가 2:1의 비율을 만족하지 않으면 인접 격자들은 조건에 맞도록 자동적으로 더욱 분할된다. 이러한 과정은 대상 격자와 이웃하는 격자가 1차 레벨 이상 차이가 나는 것을 제한함으로써 보존법칙이 정확하게 유지된다(Park,1999).

계층적 격자구조를 이루고 있는 사면구조는 각각의 격자를 정의하거나 인접한 격자에 대한 정보를 얻고자 할 때 매우 유용한 체계이다. 모든 격자는 기억 지시자(pointer)에 의해 저장되고 뿌리(root) 격자까지의 경로에 대한 정보가 정의되어 있다. 따라서 어떤 주어진 대상 격자와 이웃하는 격자를 분별하기 위해서는 계통도의 상향으로 진행하여 최소 길이의 경로를 통해 하향 진행하여 이웃 격자에 도달하게 된다. 각각의 격자는 계통도 내에서의 절점, 모서리 수, 격자의 고유번호를 기억장소에 보관한다. 그림 1은 씨앗점에 대하여 격자가 분할되는 과정을 간단하게 나타낸 것이며, 그림 2는 그림 1의 격자가 이루고 있는 계층적인 격자구성을 도식화한 것이다. 본 연구에서는 타원형 수조에서 유체의 주기적인 거동을 재현하기 위해 처음이 반복되는 지역에 씨앗점을 선정하여 세분화하였다. 모든 격자가 2:1의 보존 법칙을 만족하면서 각 격자에 한 개의 씨앗점만을 포함할 때까지 분할되어, 그림 3과 같은 69244개의 격자와 7.8125m의 최소 격자를 갖는 사면구조 격자를 생성하였다.

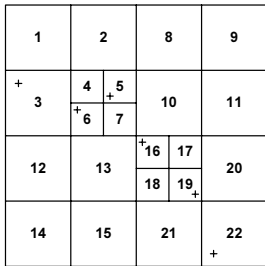


그림 1. 사면구조 분할

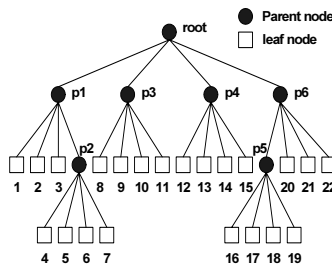


그림 2. 사면구조계통도

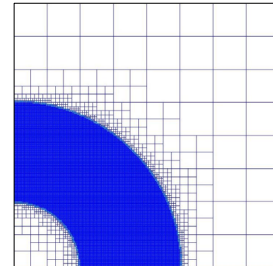


그림 3. 사면구조격자

## 3. 지배방정식 및 수치모형

본 연구에서는 홍수과의 파장이 길고 연직방향의 가속도성분이 상대적으로 매우 작을 경우, 3차원 Reynolds Averaged Navier-Stokes 방정식을 수심방향으로 적분하여 얻어지는 2차원 Saint Venant 방정식을 이용하였다. 식 (1)–(3)과 같이 2차원 Saint Venant 방정식은 연속방정식과 운동량방정식으로 표현된다. 운동량 방정식은 시간과 공간에 따른 운동량의 변화를 나타내는 국부가속도와 이송가속도항, 중력항, 하상경사항 및 마찰경사항 등으로 구성된다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{P^2}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{PQ}{h} \right) + gh \frac{\partial h}{\partial x} = gh(S_{ox} - S_{fx}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{PQ}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{Q^2}{h} \right) + gh \frac{\partial h}{\partial y} = gh(S_{oy} - S_{fy}) \quad (3)$$

식 (1)–(3)에서  $h$ 는 수심,  $P$ 와  $Q$ 는  $x$ 축과  $y$ 축 방향의 단위폭당 유량이며,  $g$ 는 중력가속도,  $S_0$ 는 하상경사,  $S_f$ 는 마찰경사이다.

본 연구에서 사용한 수치기법은 2차원 Saint Venant 방정식을 해석하기 위하여, 양해법의 일종인 leap-frog기법을 연속방정식과 운동량방정식의 선형항에 사용하였고, 운동량방정식에 포함된 비선형항의 정확도를 향상시키기 위하여 1차 정확도의 풍상차분기법(1st-order upwind scheme)을 사용하였다(조용식, 1998). Leap-frog기법에서는 경계조건의 설정 및 계산상의 편의를 위하여 변수  $h, P, Q$ 의 계산점을 겹치지 않도록 배치한 엇갈림격자(staggered mesh in time and space)를 사용하였다.

#### 4. 모형의 검증

사면구조 격자를 사용한 수치 모형의 이동 경계에 대한 정확성 및 적용성을 검증하기 위하여 해석해가 있는 문제(Thacker, 1981)에 수치모형을 적용하고 그 결과를 비교 분석하였다. 본 문제는 그림 4와 같은 포물형 수조 위의 중심부에 포물선형 수면현상이 초기조건으로 주어지는 경우, 유체의 거동을 묘사하는 문제로써 수면이 진동하여 경사면을 따라 처오름과 처내림 현상이 주기적으로 반복된다.

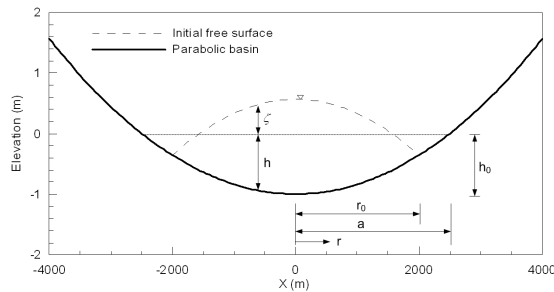


그림 4 수조와 초기 수면 모식도

본 연구에서는 수치모의를 위해서  $r_0=2000\text{m}$ ,  $a=2500\text{m}$ ,  $h_0=1.0\text{m}$ 을 사용하였고, 대상 영역의 지형은 식 (4)과 같이 표현되며, 자유수면 변위에 대한 해석해는 식 (5)과 같이 계산된다.

$$h = h_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) \quad (4)$$

$$\zeta = h_0 \left[ \frac{\sqrt{1-A^2}}{1-A \cos \omega t} - 1 - \frac{r^2}{a^2} \left\{ \frac{1-A^2}{(1-A \cos \omega t)^2} - 1 \right\} \right] \quad (5)$$

여기서  $\omega = \frac{1}{a} \sqrt{8gh_0}$ ,  $A = \frac{a^4 - r_0^4}{a^4 + r_0^4}$  이다.

모의 결과, 그림 6은 모의시작 후 주기에 따른 자유수면 변위를 각각의 주기에 따라 도시한 것이고, 그림 5는 수조 중심으로부터 거리가 각각 0km와 1km인 지점에서의 시간에 따른 수위를 도시한 것으로 해석해와 잘 일치하며, Cho(1996)의 결과보다 개선되고 있음을 보여준다. 이는 Cho의 수치 모의에서는 12.5m의 격자를 사용한 반면에, 본 사면구조 격자에서는 7.8125m의 세밀한 격자를 사용하였기 때문인 것으로 생각된다.

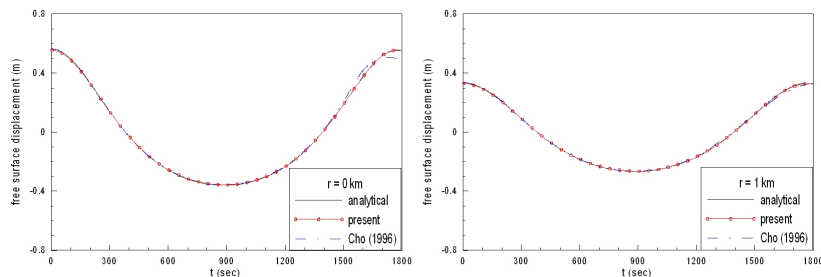


그림 5 시간의 경과에 따른 자유수면 변위

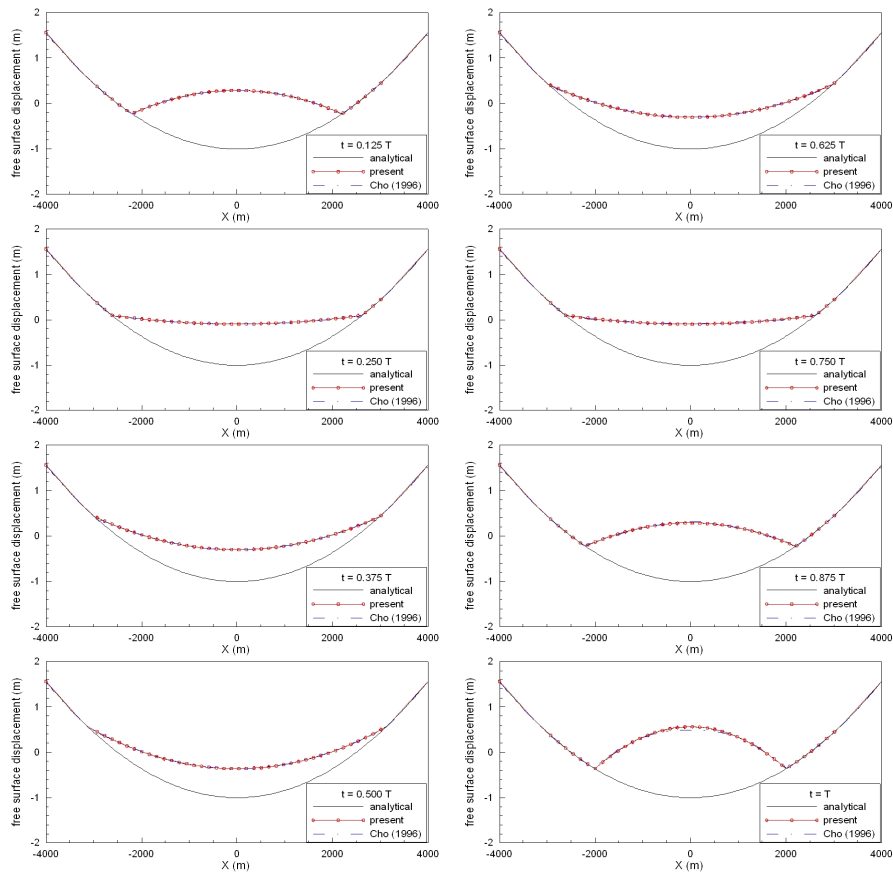


그림 6 각 주기에서의 자유수면 변위

## 5. 결론

본 연구에서는 2차원 비선형 천수방정식을 사면구조 격자를 이용하여 이동경계를 구현할 수 있는 모형을 개발하였다. 수치모형은 leap-frog 기법을 이용하여 지배방정식을 차분화 하였으며, 운동량방정식의 비선형항은 1차 정확도의 풍상차분기법을 이용하였다. Thacker(1981)가 제시한 포물형 수조에서의 자유수면 진동 현상의 정확해와 비교하여, 본 모형이 하안선이 이동하는 현상을 적절하게 모의할 수 있음을 검증하였다. 모의 결과, 사면구조 격자를 사용한 본 모형은 균일 격자를 사용한 Cho(1996)의 결과보다 효율성 측면에서 뛰어났으며, 정확성 측면에서도 개선됨을 알 수 있었다.

## 감사의 글

본 연구는 해양수산부 해양과학기술연구개발사업의 연구비 지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

1. Cho, Y.-S. and Yoon, S.-B. (1998). "A modified leap-frog scheme for linear shallow-water equations." *Coastal Engineering Journal*, Vol. 40, No. 2, pp. 191-205.
2. Park, K.-Y., (1999). Quadtree grid numerical model of nearshore wave-current interaction. Ph. D. thesis, Oxford University.
3. Park, K.-Y. and Borthwick, A.G.L., (2001). "Quadtree grid numerical model of nearshore wave current interaction." *Coastal Eng.* Vol. 42, pp. 219-239.
4. 조용식, 윤태훈 (1996). "경사 지형에서의 이동경계조건" 대한토목학회 논문집, 제 16권, pp. 73-81.
5. 소방방재청 (2007). "2007년도 주요 통계 및 자료"