

# 국부적 균열을 지닌 프레임 구조체의 전체적인 거동 해석

## Global Behavior Analysis of Frame Structures with Local Cracks

김동조\* · 김세진\*\* · 김효진\*\*\* · 이상호†

Kim, Dong-Jo · Kim, Se-Jin · Kim, Hyo-Jin · Lee, Sang-Ho

### Abstract

This study is to analyze the global behavior of frame structures with local cracks in structural members by frame analysis, using the stiffness matrix of cracked frame element. This local compliance is utilized to derive the stiffness matrix of the cracked frame element and the effects of interaction among multiple cracks are also examined. The proposed technique is applied to frame structures with local cracks. Analysis results confirm the possibility of quantitative analysis of a structure damaged with local cracks and the feasibility of the technique as a tool for analyzing the global behavior of frame structures, reflecting effects of local cracks.

**key words** : Local crack, Stress intensity factor, Stiffness matrix

### 1. 서론

구조물에 발생한 균열로 인한 국부적 연성을 유한요소법으로 정확히 고려하기 위해서는 균열 선단에서 조밀한 요소들이 사용되거나 특수한 수치해석적 방법이 사용되어야 한다. Go와 Lin(1994)은 탄성재료의 균열을 모사하기 위해 직접적으로 유한요소법을 적용하는 것은 수많은 요소와 메모리가 필요하고 수렴특성이 매우 나빠진다는 것을 보였으며 미세요소(infinitely small element)를 이용한 방법을 제안하였다. 이러한 방법은 간단한 구조물에 발생한 균열을 고려하거나, 실측으로부터 얻어진 데이터를 이용하여 구조물에 발생한 균열의 크기와 위치를 예측하는 방법으로 이용될 수는 있지만, 국부적으로 발생한 균열이 복잡한 전체구조체에 미치는 영향과 이로 인한 거동을 파악하는 방법으로 이용하기에는 적절하지 않다. 이를 위해서는 발생한 균열의 크기, 위치 등과 같은 조건을 부재의 강성 또는 연성의 변화에 직접적으로 연관시키는 방법이 필요하다.

구조물의 건전성이나 성능평가를 위해 실시해 오던 기존의 구조해석은 토목 구조물의 경우 구조의 복잡성과 큰 규모로 인해 국부적으로 발생한 균열과 같은 결함의 영향이 고려되지 않았고 균열을 지닌 보나 프레임의 거동에 대한 현재까지의 연구는 내민보 등과 같은 간단한 구조에 대한 진동실험으로부터 얻어진 데이터를 이용하여 균열의 크기와 위치를 예측하기 위한 목적이 대부분이었으나, 이와 같은 해석 방법으로는 구조물의 강성이나 거동을 정확히 파악할 수 없다. 따라서, 구조물의 안전성 확보차원이나 효율적인 유지관리 측면에서 구조물의 손상을 효율적으로 해석에 반영할 수 있는 기술의 개발은 반드시 필요한 것이다.

본 연구에서는 선형탄성 파괴역학 이론을 바탕으로 프레임 부재에 발생한 국부적 균열의 위치와 크기가 부재의 강성에 어떠한 영향을 미치는가를 정량적으로 연구하고 이를 바탕으로 국부적 균열에 대한 상세해석 과정을 거치지 않고 손쉽게 손상의 영향을 반영해 프레임 구조를 해석할 수 있는 방법론을 제시하고자 한다.

\* 연세대학교 사회환경시스템공학부 토목환경공학전공 · 박사과정 · E-mail : kdjdoc@csem.yonsei.ac.kr

\*\* 비회원 · 연세대학교 사회환경시스템공학부 토목환경공학전공 · 석사과정

\*\*\* 정회원 · 연세대학교 사회환경시스템공학부 토목환경공학전공 · 연구교수

† 책임저자·정회원 · 연세대학교 사회환경시스템공학부 토목환경공학전공 · 교수

## 2. 균열을 고려한 프레임 요소의 강성행렬 유도

### 2.1 균열로 인한 국부 컴플라이언스 성분 유도

그림 1과 같이 균열이 발생한 부재에 하중이 가해졌을 경우, 균열전단의 응력집중으로 인하여 국부적인 컴플라이언스의 증가현상이 발생하며, 이로 인해 추가의 변형에너지  $W^c$ 가 생성된다. 이 추가의 변형 에너지는 Castigliano 제 2정리를 적용하면, 추가의 변형에너지  $W^c$ 에 대하여  $i$ 방향으로 작용하는 하중  $f_i$ 로 인해 발생하는 변위  $d_i^c$ 를 구할 수 있으며, 이를 이용하여  $W^c$ 로부터 컴플라이언스를 성분은 식 (1)과 같이 유도할 수 있다.

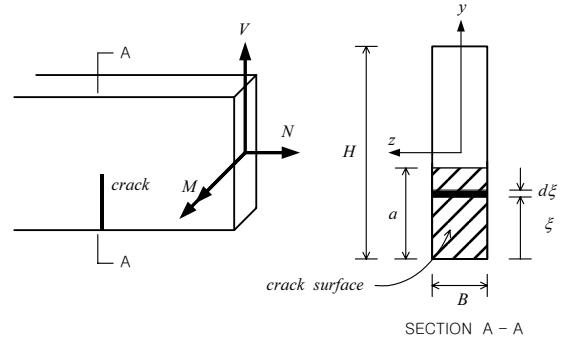


그림 1. 균열을 지닌 단면의 형상

$$C_{ij}^c = \frac{\partial d_i^c}{\partial f_j} = \frac{\partial^2 W^c}{\partial f_j \partial f_i} = \frac{\partial^2}{\partial f_j \partial f_i} \int_A G dA \quad (1)$$

특히, 중립축에 수직인 가장자리 균열에 대해서 2차원 평면응력상태에서는 mode III에 대한 고려가 필요 없으므로 에너지해방률 G는 mode I 과 mode II에 대한 함수로만 표현하여 식 (2)와 같이 균열로 인한 추가 변형에너지  $W^c$ 를 정의할 수 있다.

$$W^c = \int_A G dA = \frac{1}{E} \int_A [(K_I^N + K_I^M)^2 + (K_{II}^V)^2] dA \quad (2)$$

따라서, 식(1)에 식(2)을 대입한 후 각 방향별로 작용하는 하중을 고려함으로써 국부 컴플라이언스  $C^c$ 의 성분을 유도하게 된다. 중립축에 수직인 균열을 지닌 부재의 양단에 전단력 N, 휨모멘트 M, 교축방향 하중 V가 각각 작용할 경우 균열전단부의  $K_I^N$ ,  $K_{II}^V$ ,  $K_I^M$  값은 표 1의 형상보정함수를 사용하여 정의하였다. 이는 정확도와 계산의 편의성을 고려하여 각각의 하중에 대해 Gross와 Srawley(1964), Brown과 Srawley(1966), 그리고 Ichikawa와 Takamatsu(1985)에 의해 제시된 형상보정함수를 사용한 것이다.

표 1. 하중 재하조건에 따른 응력확대계수 및 형상보정함수

구분	응력확대계수	형상보정함수
축력	$K_I^N = \frac{N}{HB} \sqrt{\pi a} F_I^N(\bar{a})$	$F_I^N(\bar{a}) = 1.122 - 0.231(\bar{a}) + 10.550(\bar{a})^2 - 21.710(\bar{a})^3 + 30.382(\bar{a})^4$
모멘트	$K_{II}^V = K_0^V F_{II}^V(\bar{a})$	$F_I^M(\bar{a}) = 1.122 - 1.40(\bar{a}) + 7.33(\bar{a})^2 - 13.08(\bar{a})^3 + 14.0(\bar{a})^4$
전단력	$K_I^M = \sigma^M \sqrt{\pi a} F_I^M(\bar{a})$	$F_{II}^V(\bar{a}) = 4.886(\bar{a}) - 11.383(\bar{a})^2 + 28.198(\bar{a})^3 - 38.563(\bar{a})^4 + 20.555(\bar{a})^5$

표 1의 응력확대계수를 사용하여 이상의 결과로부터 유도된 국부 컴플라이언스 성분은 다음과 같다.

$$\therefore C^c = \frac{2\pi}{EB} \begin{bmatrix} \int_0^{\bar{a}} \bar{\xi} \{F_I^N(\bar{\xi})\}^2 d\bar{\xi} & 0 & \frac{6}{H} \int_0^{\bar{a}} \bar{\xi} F_I^N(\bar{\xi}) F_I^M(\bar{\xi}) d\bar{\xi} \\ 0 & \int_0^{\bar{a}} \bar{\xi} \{F_{II}^V(\bar{\xi})\}^2 d\bar{\xi} & 0 \\ Sym. & 0 & \frac{36}{H^2} \int_0^{\bar{a}} \bar{\xi} \{F_I^M(\bar{\xi})\}^2 d\bar{\xi} \end{bmatrix} \quad (3)$$

### 2.2 국부 컴플라이언스를 이용한 강성행렬의 유도

길이가  $l_0$  이고  $i$  지점에서  $l_1$  만큼 떨어져 있는 지점에 균열이 발생한 부재를 고려한다. 균열이 발생한

단면의 좌측과 우측의 변위를 각각 벡터  $d_L, d_R$  이라고 하면 다음의 식 (4)가 성립한다.

$$d_R - d_L = C^c f_R \quad (4)$$

여기서,  $f_R$  은 균열의 우측 단면에 작용하는 하중벡터이다. 또한,  $j$  점의 변위  $d_j$  는  $j$  점에 가해진 하중  $f_j$  와 균열의 우측 단면 R에서의 변위  $d_R$  로 다음과 같이 식 (5)로 표현할 수 있다.

$$d_j = C_b^0 f_j + A d_R \quad (5)$$

여기서,  $C_b^0$  는 길이가  $l_2$  인 균열이 없는 요소의 컴플라이언스,  $A$  는 균열의 우측 단면 R과  $j$  점의 상대적인 관계로부터 얻어지는 행렬이고 균열이 발생한 부재의 요소 컴플라이언스 행렬은 식 (6)과 같다.

$$C_c^e = B^T (C_l^0 + C^c) B + C_b^0 \quad (6)$$

이때 유도된 식 (6)의 요소 컴플라이언스 행렬로부터 강성행렬을 유도하기 위하여 절점  $i$  에 대한 절점  $j$  의 상대적인 변위  $d_{j/i}$  와  $f_j$  의 관계를  $C_c^{e-1}$  을 사용하여 정의한 후, 균열이 발생한 부재의 요소 강성행렬  $K_c^e$  는 식 (7)과 같은 형태의 균열이 발생한 프레임 부재의 요소 강성행렬을 유도하게 된다.

$$\therefore K_c^e = \Pi C_c^{e-1} \Pi^T \quad (7)$$

### 3. 해석 알고리즘 및 개발된 손상의 적용

#### 3.1 해석 알고리즘

균열의 영향을 반영하여 전체구조체를 해석하기 위해서는 균열의 형상이나 위치, 크기 등과 같은 매개변수들로 균열의 영향을 반영해야 한다. 전체 프레임 구조체에 국부적으로 발생한 균열의 영향을 해석에 반영하기 위한 해석 알고리즘을 그림 2에 나타내었다. 프레임 해석은 부재에 작용하는 하중을 등가의 절점하중으로 변환시켜 해석을 수행하며 이러한 등가하중의 개념은 절점 변위의 등가개념으로부터 유도되고 미지수도 절점의 변위가 된다.

#### 3.2 국부적 균열을 지닌 트러스 구조물의 거동해석

국부적 균열의 영향을 반영할 수 있도록 제한된 강성행렬을 이용하여 교량 등 토목분야의 구조물에서 흔히 사용되는 트러스 구조물에 대하여 국부적 균열이 발생한 상황을 가정하고 해석을 수행하였다. 트러스 해석을 위해 프레임 해석에서 고려하는 모멘트를 해체시키고 앞에서 제시된 알고리즘에 따라 트러스에 국부적으로 발생한 균열로 인한 전체구조체의 거동을 분석하였다. 대상 구조체는 그림 3과 같이 지간 중간부위의 연결판에 연결된 9번 부재에 균열이 발생한 트러스로 가정하였고, 재료의 물성치는 SM400인 강재로써 탄성계수  $E = 2.1 \times 10^6 (kg/cm^2)$ 이다.

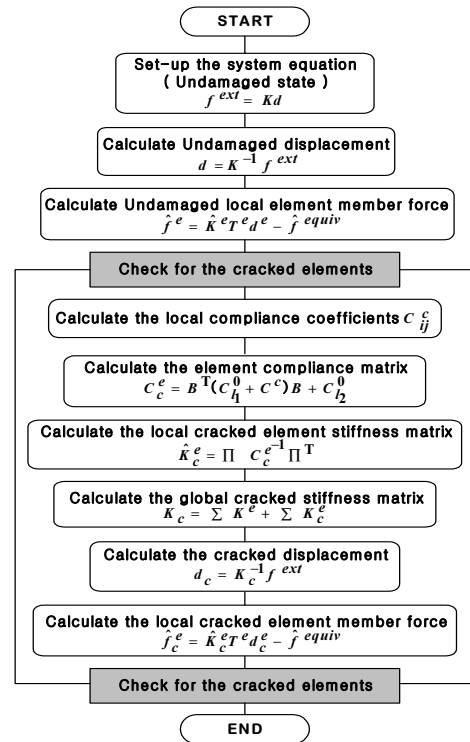


그림 2. 프로그램 흐름도

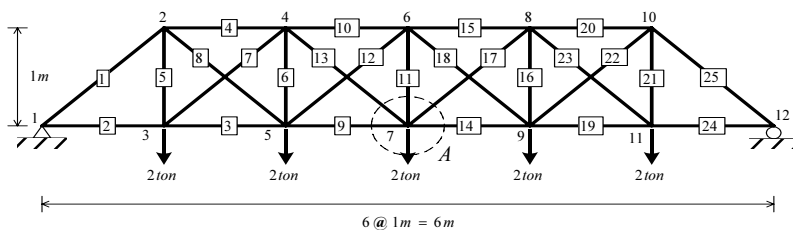
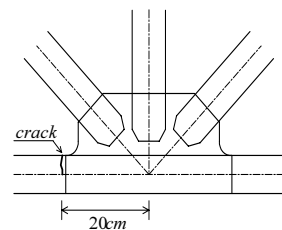


그림 3. 균열을 포함한 트러스 모형



① 국부적 균열의 영향에 의한 변위

균열의 상대길이  $a/H$ 를 0부터 0.6까지 0.1씩 증가시키며 해석을 수행하여 12개 절점에서의 수평방향 및 수직방향 변위를 구한 후 손상을 입지 않은 상태의 해석결과에 대한 상대적인 변화를 그림 4(a)와 그림 4(b)에 도시하였다. 해석결과로부터 균열의 길이가 증가할수록 각 절점의 변위가 증가하는 것을 알 수 있었다.

② 국부적 균열의 영향에 의한 부재력

균열의 상대길이를 증가시킬 때 트러스 구조물의 각각의 부재에 작용하는 축력의 변화를 손상이 발생한 9번 부재의 인근에 있는 부재에 대하여 계산한 후 균열이 없는 상태의 축력에 대한 상대적인 변화량으로 그림 4(c)에 백분율로 나타내었다. 그림 4(c)로부터 구조물 각각의 부재에 작용하는 축력은 손상이 발생한 부재에 직접 연결되어 있지 않거나 멀리 떨어져 있는 부재의 경우 큰 변화를 보이지 않지만, 부근에 위치한 부재의 경우 상당한 변화를 보인다는 것을 알 수 있으며 그 증가 비율 역시 정량적으로 분석이 가능하였다.

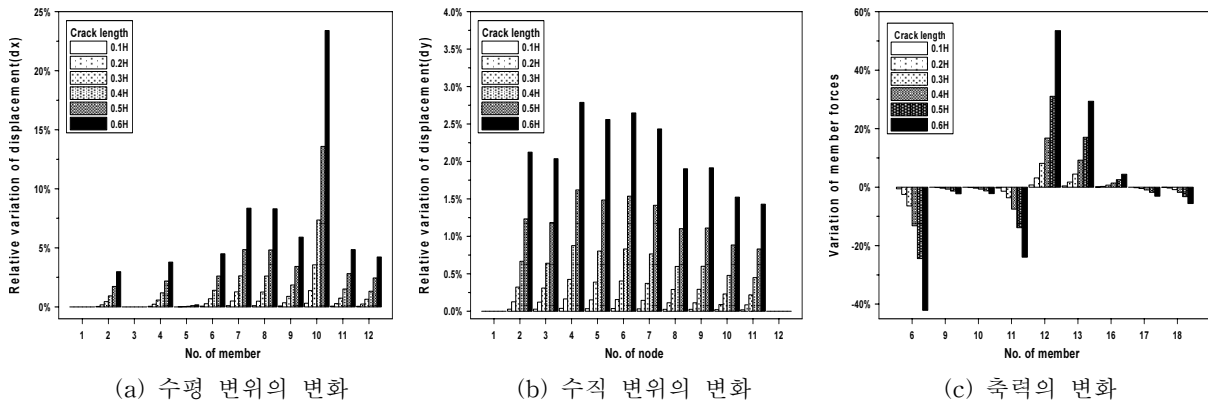


그림 4. 균열을 고려한 전체구조체의 상대적인 변위 및 응력 변화

4. 결 론

본 연구에서는 국부적 균열의 영향을 전체 프레임 구조의 해석에 반영하기 위해 균열을 지닌 프레임 부재의 강성행렬을 제한하였으며, 이를 이용하여 국부적 균열을 지닌 프레임 구조체의 전체적인 거동을 정량적으로 파악할 수 있는 알고리즘을 개발하였다. 개발된 알고리즘을 이용하여 균열을 지닌 부재를 포함한 트러스 구조에 대해 균열의 길이와 개수 및 위치에 따른 분석적 연구를 수행하여, 구조물의 전체적인 거동을 정량적으로 파악할 수 있었다.

부재에 발생한 균열을 고려함에 있어서 인접해 있는 복수의 균열의 경우, 사이 간격이 균열길이 내에 들어올 경우 프레임 해석은 실제 해석결과보다 부재의 강성을 과소평가한다. 그리고 축력만을 고려하는 트러스 구조에 대해서 국부적 균열이 발생하였을 경우, 기존에는 이러한 간단한 구조물의 거동을 정성적으로 예측하였으나 본 연구에서 개발한 알고리즘을 이용하면 균열의 영향을 반영한 정량적인 해석결과를 얻을 수 있다.

참고문헌

1. Dirr, B.O. and Schmalhorst, B.K. (1988) "Crack depth analysis of a rotating shaft by vibration measurements", *ASME Journal of Vibrations, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, Vol. 110, pp. 158-164.
2. Gross, B. and Srawley, J.E., (1964) "Stress intensity factors for a single edged notch tension specimen by boundary collocation of a stress function", *NASA TN D-2395*.
3. Brown, W.F. and Srawley, J.E., (1966) "Plane strain crack toughness testing of high strength metallic materials", *ASTM STP 410*.
4. Ichikawa, M. and Takamatsu, T., (1985) "Fracture toughness test for thin plate under mode II loading", *Transactions of JSME*, Vol.51, pp.1115-1121.