Proceedings of KIIS Spring Conference 2008 Vol. 18, No. 1.

시간 지연이 있는 비선형 상호 결합 시스템의 분산 퍼지 출력 궤환 제어기 설계

Decentralized fuzzy output feedback controller for nonlinear interconnected system with time delay

구근범[1], 주영훈[2], 박진배[1]

[1] 연세대학교 전기전자공학과
E-mail: {milbam, jbpark}@control.yonsei.ac..kr
[2] 군산대학교 전자정보공학부
E-mail: yhjoo@kunsan.ac.kr

요 약

본 논문은 시간 지연을 가지는 비선형 상호 결합 시스템에 대한 분산 퍼지 출력 궤환 제어기를 제시한다. Takagi-Sugeno (T-S) 퍼지 모델링을 통하여 비선형 상호 결합 시스템을 퍼지 모델로 표현한다. 상호 결합 시스템의 하위 퍼지 시스템을 안정화 시킬 수 있는 분산 출력 궤한 제어기를 설계한다. 폐루프 하위 시스템들의 안정도 조건을 선형 행렬 부등식으로 나타내고, 부등식을 이용하여 제어기의 이득값을 구한다. 모의실험을 통하여 시간 지연이 있는 비선형 상호 결합 시스템에 대한 분산 퍼지 출력 궤한 제어기의 효용성을 평가한다.

Key Words : 상호 결합 시스템, 출력 궤환 제어기, Takagi-Sugeno (T-S) 퍼지 모델, 분산 제어, 선형 행렬 부등식

1. 서 론

최근에 이르러 네트워크 제어 시스템이나 전력 시스템 등에서 시스템의 복잡성이 증가하고 있다. 특히나 각각의 시스템들이 다른 시스템에 영향을 주는 상호 결합 시스템의 형태가 많이 나타나고 있다. 이에 상호 결합 시스템에 대한 많은 연구가 진행 중에 있다. 이러한 상호 결합 시스템의 제어를 위해서는 분산(decentralized) 제어 기법이 필수적이다. 이는 집중제어나 분산(distributed) 제어와는 달리 시스템 간의 상호 결합을 고려하면서도 각 하위 시스템을 독립적으로 제어하는 방식이다. 하지만 상호 결합 시스템에 대한 많은 연구들 중에서 비선형성과 시간 지연의 문제를 고려한 연구는 극히 드물다.

몇몇의 연구가들이 상호 결합 시스템의 분산 제어에 대한 연구를 진행 중에 있다[1-5]. Tseng[3]는 비선형 상호 결합 시스템에 대하여 퍼지를 이용한 분산 제어를 연구하였다. 하지만 상호 결합 시스템에서 일반적으로 나타나는 시간 지연 문제를 고려하지는 못하였다. Wang[4]은 시간 지연을 가지는 비선형 상호 결합 시스템에 대한 분산 제어기법을 연구하였다. 하지만 분산 제어 기법을 상태변수를 궤환하는 방식을 취하였다. 이러한 상태변수 궤환 제어 기법은 시스템의 모든 상태변수를 파악해야 하는 조건을 가지게 된다. 하지만 이는 실제 시스템에서는 거의 불가능하다고 볼 수 있다. Park[5]은 상호 결합 시스템에 대한 동적 출력 궤한 제어기를 설계하였다. 하지만 비선형성을 고려하지 못하였다.

이에, 본 논문에서는 시간 지연이 있는 비선형 상호 결합 시스템에 분산 퍼지 출력 궤한 제어기의 설계를 제안한다. 비선형 상호 결합 시스템을 Takagi-Sugeno (T-S) 퍼지 모델로 모델링한 후, 퍼지 모델을 기반으로 분산 출력 궤한 제어기를 설계한다. 폐루프 시스템의 안정화를 위한 선형 행렬 부등식 (LMI) 을 유도하고 이를 통해 제어기의 이득값을 구한다. 모의실험을 통하여 설계된 제어기의 성능을 판단하고 시간 지연이 있는 비선형 상호 결합 시스템의 분산 퍼지 출력 궤한 제어기의 효용성을 입증한다.

2. 상호 결합 시스템의 T-S퍼지 모델링과 퍼지 동적 출력 궤한 제어기 설계

N개의 하위 시스템을 가지는 시간 지연이 있는 비선형 상호 결합 시스템을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{x}_i(t) = f_i(x_i(t)) + \sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{N} f_{ij}(x_j(t-\tau_{ij})) + g_i(u_i(t)) \tag{1}$$

여기서 $f_i(x_i(t))$와 $g_i(u_i(t))$는 시간변수와 i번째 하위 시스템의 상태변수와 입력으로 이뤄진 비선형 함수이고, $f_{ij}(x_j(t-\tau_{ij}))$는 i번째 하위 시스템과 상호 결합을 이루고 있는 j번째 시스템의 상태변수로 τ_{ij}만큼의 시간 지연을 가진다.

주어진 비선형 상호 결합 시스템을 다음과 같은 퍼지 규칙을 통하여 T-S 퍼지 모델링이 이루어진다:

Plant Rule k:
IF x_{i1} *is* Γ_{i1}^k , ... , and x_{ip} *is* Γ_{ip}^k,
THEN

$$\dot{x}_i(t) = A_{ik}x_i(t) + B_{ik}u_i(t) + \sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{n} A_{ijk}x_j(t-\tau_{ij}) \tag{2}$$

여기서 Γ_{iq}^k는 $i\in I_n=\{1,2,...,n\}$에서 i번째의 $q\in I_p=\{1,2,...,p\}$를 만족하는 k번째 퍼지 규칙이다. A_{ik}와 B_{ik}는 적합한 크기를 가지는 시스템 행렬과 입력 행렬이고, A_{ijk}는 j번째 하위 시스템과의 상호 결합 행렬이다. 위의 규칙을 통하여 시간 지연을 가지는 비선형 상호 결합 시스템을 T-S 퍼지 모델링하면 다음과 같이 나타내어진다:

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{k=1}^{r}\mu_{ik}(x_i(t))(A_{ik}x_i(t) + \sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{N} A_{ijk}x_j(t-\tau_{ij}) + B_{ik}u_i(t)) \tag{3}$$

본 논문에서 제안할 출력 궤환 제어기를 위해서 시스템의 출력 시스템을 다음과 같이 가정한다:

$$y_i(t) = C_i x_i(t) \tag{4}$$

여기서 $y_i(t)$는 출력변수, C_i는 출력 행렬로 계산상의 편의를 위해 선형이라 가정한다.[6]

위의 퍼지 시스템 (3)의 제어를 위해 분산 퍼지 출력 궤한 제어기를 제안한다. 제어기는 다음과 같은 퍼지 규칙을 따르게 된다:

Controller Rule m:
IF x_{i1} *is* Γ_{i1}^m and , ... , x_{iq} *is* Γ_{iq}^m,
THEN $u_i(t) = K_{im}y_i(t)$ (5)

여기서 퍼지 규칙의 전제부는 상호 결합 시스템의 퍼지 규칙 전제부와 동일하고, K_{im}은 적합한 크기를 가지는 제어 이득 행렬이다.

제어기의 퍼지 규칙을 통하여 비선형 상호 결합 시스템의 제어를 위한 제어 시스템을 다음과 같이 제안한다:

$$u_i(t) = \sum_{k=1}^{r}\mu_{ik}(x_i(t))K_{ik}y_i(t) \tag{6}$$

분산 퍼지 출력 궤한 제어 시스템 (6)을 상호 결합 시스템 (3)에 대입하면 다음과 같은 폐루프 시스템을 얻을 수 있다:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i(t) = &\sum_{k=1}^{r}\sum_{m=1}^{r}\mu_{ik}(x_i(t))\mu_{im}(x_i(t))\\ &\times((A_{ik}+B_{ik}K_{im}C_i)x_i(t) + \sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{N} A_{ijk}x_j(t-\tau_{ij}))\end{aligned} \tag{7}$$

본 논문의 목적은 폐루프 시스템 (7)이 안정화되는 충분조건을 구하고 이를 통해, 제어 이득 행렬 K_{im}을 구하는 것이다. 하지만 위의 시스템의 상호 결합 부분 때문에 일반적인 방법으로는 그 조건을 구하기가 어렵다. 뿐만 아니라, 상호 결합 부분에 시간 지연이 존재하기 때문에 이득 행렬을 구하는 것이 더욱 어렵다.

3. 제어 이득 값을 구하기 위한 선형 행렬 부등식

이 장에서는 시간 지연이 있는 비선형 상호 결합 시스템의 분산 퍼지 출력 궤환 제어기의 이득값을 구하기 위해 선형 행렬 부등식(LMI)을 유도한다. LMI를 유도하기 위해서 먼저 Lyapunov 함수을 다음과 같이 정한다:

$$V(t,x) = \sum_{i=1}^{N} V_i(t,x_i) \tag{8}$$

$$V_i(t,x_i) = x_i^T(t)P_ix_i(t) + \sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{N}\int_{t-\tau_{ij}}^{t} x_j^T(s)S_jx_j(s)ds \quad (9)$$

전체 Lyapunov 함수을 i번째 하위 시스템의 Lyapunov 함수의 합으로 나타낸다. 여기서 $P_i>0$, $S_j>0$ $(1\le i,j\le N)$를 항상 만족하게 된다. 위의 Lyapunov를 통해 선형 행렬 부등식을 구하기 위해서는 다음과 같은 보조 정리가 필요하다.

보조 정리 2 [6] 적합한 차원의 어떤 상수 대칭 행렬 N, O, L이 주어졌을 때 다음의 두 개의 부등식은 서로 필요충분조건이 된다.:

$$O>0, \qquad N+L^TOL<0 \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} N & L^T \\ L & -O^{-1}\end{bmatrix}<0 \text{ or } \begin{bmatrix} -O^{-1} & L^T \\ L & N\end{bmatrix}<0. \quad (11)$$

정리 1 만약 다음의 선형 행렬 부등식과 특정한 조건을 만족하는 양한정 행렬 P_i, S_i와 어떤 행렬 N_{imk}이 존재하기 된다면, 분산 퍼지 출력 궤한 제어가 된 시간 지연을 가지는 비선형 상호 결합 시스템 (7)은 점근적으로 안정하게 된다.

$$\begin{bmatrix} \Phi_{ikm} & * & * & \cdots & * \\ A_{i1k}^T & -S_1 & 0 & \cdots & 0 \\ A_{i2k}^T & 0 & -S_2 & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & 0 \\ A_{iNk}^T & 0 & \cdots & 0 & -S_N \end{bmatrix}<0 \quad (12)$$

그리고

$$P_iB_{ik} = B_{ik}M_{ik} \quad (13)$$

여기서,

$$\Phi_{ikm} = P_iA_{ik}+A_{ik}^TP_i+B_{ik}N_{im}C_i+C_i^TN_{im}^TB_{ik}^T+(N-1)S_i$$

$$M_{ik}K_{im} = N_{imk}$$

이고, $*$는 행렬에서의 전칭요소를 의미한다. 제어기 이득값은 다음을 통해 구한다.

$$K_{im} = \left\{(B_{ik}^TB_{ik})^{-1}B_{ik}^TP_iB_{ik}\right\}^{-1}N_{imk} \quad (14)$$

증명 앞에서 제시된 Lyapunov 함수 (8), (9)를 고려하면, P_i와 S_j가 양한정 행렬이기 때문에 (9)는 언제나 0보다 큰 값을 가지게 되고, 따라서 $V(t,x)$는 언제나 0보다 크게 된다. 따라서 (8)의 미분값이 항상 0보다 작게 된다면, $x_i(t)$의 평형점은 언제나 점근적으로 안정하게 된다. 이렇게 $\dot{V}(t,x)<0$을 만족하는 조건을 구함으로써 제시된 시스템의 안정화 조건을 구할 수 있다.

참조 1 앞의 정리에서 이득 행렬 K_{im}이 존재하기 위해서는 $B_i^TB_i$의 역행렬이 존재하여야 한다. 일반적인 시스템에서 입력 행렬인 B_i는 $B_i^TB_i$가 존재하게 된다.

4. 모의실험

논문에 대한 예제로 다음과 같은 chaotic Lorenz 시스템을 고려한다[7].

$$\begin{bmatrix}\dot{x}(t)\\ \dot{y}(t)\\ \dot{z}(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10x(t)+10y(t) \\ 28x(t)-y(t)-x(t)z(t-0.5) \\ x(t-0.5)z(t-0.5)-\frac{8}{3}z(t)\end{bmatrix}$$

Lorenz 시스템을 (x,y)와 z의 두 개의 하위 시스템으로 이루어진 상호 결합 시스템으로 간주한다. 그리고 T-S 퍼지 모델링을 하면 다음과 같다:

$$A_{11}=A_{12}=\begin{bmatrix}-10 & 10\\ 28 & -1\end{bmatrix},\quad A_{121}=\begin{bmatrix}0\\20\end{bmatrix},$$

$$A_{122}=\begin{bmatrix}0\\30\end{bmatrix},\ B_{11}=B_{12}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix},\ C_1=[1\,1],$$

$$A_{21}=A_{22}=-\frac{8}{3},\quad A_{211}=[0\ \ -20],$$

$$A_{212}=[0\ \ 30],\ B_{21}=B_{22}=1,\quad C_2=1$$

위의 값들을 선형 행렬 부등식에 대입하여 안정화를 위한 이득값을 구하면 다음과 같이 나타난다:

$K_{11}=-31.5875,\ K_{12}=-30.7923,$

$K_{21}=1.7420,\quad K_{22}=1.7204$

그림 1은 모의실험의 결과를 나타낸 것으로 보는 바와 같이 모든 변수들이 안정화 됨을 볼 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 시간 지연이 있는 비선형 상호 결합 시스템의 분산 퍼지 출력 궤한 제어기를 소개하였다. 제어기 설계 문제는 제약 조건이 있는 선형 행렬 부등식의 형태로 표현하였다. 선형 행렬 부등식의 해를 통하여 분산 퍼지 출력 궤한 제어기의 이득값을 구할 수 있고, 그 이득값에 따라 시간 지연이 있는 비선형 상호

결합 시스템이 안정화됨을 증명하였다. 앞으로 제약 조건이 없는 경우에서도 제어가 가능한 이론을 개발하는 것이 중요하다고 고려된다.

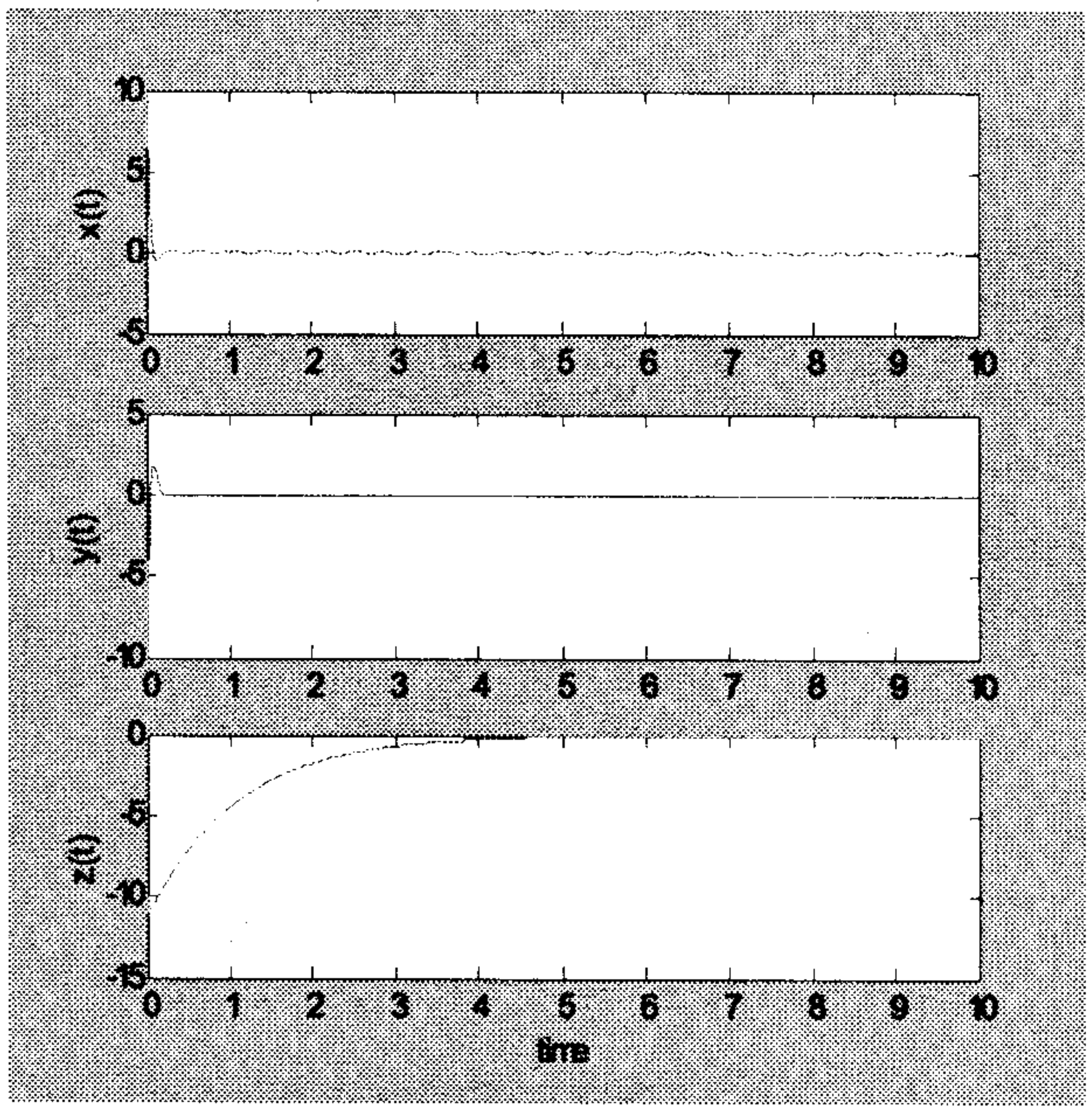

그림 1. chaotic Lorenz 시스템의 상태 변수

감사의 글

본 연구는 산업자원부 전력기반조성사업센터의 고급인력양성사업을 통한 연세 대학교 계통적용 신전력기기 연구센터의 지원으로 수행되었습니다.

이 논문은 2007년도 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음

참 고 문 헌

[1] X. G. Yan, J. J. Wang, X. Y. Lü, and S. Y. Zhang, "Decentralized Output Feedback Robust Stabilization for a Class of Nonlinear Interconnected Systems with Similarity," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 43, No. 2, pp. 294-299, 1998.

[2] X. G. Yan, Edwards and S. K. Spurgeon, "Decentralized Robust Sliding Mode Control for a Class of Nonlinear Interconnected Systems by Static Output Feedback," Automatica, Vol. 40, pp. 613-620, 2003.

[3] C. S. Tseng, and B.S. Chen, "H_∞ Decetralized Fuzzy Model Reference Tracking Control Design for Nonlinear Interconnected Systems," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 9, No. 6, pp 795-809, 2001.

[4] R. J. Wang, "Nonlinear Decentralized State Feedback Controller for Uncertain Fuzzy Time-delay Interconnected Systems," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 151, pp. 191-204, 2005.

[5] J. H. Park, H.Y. Jung, J. I. Park, and S. G. Lee, "Decentralized Dynamic Output Feedback Controller Design for Guaranteed Cost Stabilization of Large-scale Descrete-delay Systems," Applied Mathematics and Computation, Vol. 156, pp. 307-320, 2004.

[6] L. Xie, "Output Feedback H_∞ Control of Systems with Parameter Uncertainties," Int. J. Contr.,, Vol. 63, No. 4, pp. 741-750, 1996.

[7] S. H. Strogatz, "Nonlinear Dynamics and Chaos," New York: Addison Wesley Publishing Company, 1994.