Proceedings of KIIS Spring Conference 2008 Vol. 18, No. 1.

C-Means 클러스터링 기반의 Type-2 퍼지 논리 시스템을 이용한 비선형 모델 설계

Design of Nonlinear Model Using Type-2 Fuzzy Logic System by Means of C-Means Clustering

백진열, 오성권, 김현기

경기도 화성시 수원대학교 전기공학과
E-mail: ohsk@suwon.ac.kr

요 약

본 논문에서는 비선형 모델의 설계를 위해 Type-2 퍼지 논리 집합을 이용하여 불확실성 문제를 다룬다. 퍼지 논리 시스템의 멤버쉽 함수와 규칙의 구조는 불확실성이 존재하는 언어적인 정보 또는 수치적 데이터를 바탕으로 설계된다. 기존의 Type-1 퍼지 논리 시스템은 외부의 노이즈와 같은 불확실성을 효율적으로 취급할 수 없다. 그러나 Type-2 퍼지 논리 시스템은 불확실한 정보까지 멤버쉽 함수로 표현함으로서 불확실성을 효과적으로 다룰 수 있다.

따라서 본 논문에서는 규칙의 전·후반부가 Type-2 퍼지 집합으로 구성된 Type-2 퍼지 논리 시스템을 설계하고 불확실성의 변화에 대한 비선형 모델의 성능을 비교한다. 여기서 규칙 전반부 멤버쉽 함수의 정점 선택은 C-means 클러스터링 알고리즘을 이용하고, 규칙 후반부 퍼지 집합의 정점 결정에는 입자 군집 최적화(PSO : Particle Swarm Optimization) 알고리즘을 사용한다. 마지막으로, 비선형 모델 평가에 대표적으로 이용되는 가스로 시계열 데이터를 제안된 모델에 적용하고, 입력 데이터에 인위적인 노이즈가 포함되었을 경우 Type-2 퍼지 논리 시스템이 기존의 Type-1 퍼지 논리 시스템보다 우수함을 보인다.

Key Words : Type-2 Fuzzy Logic System, Nonlinear modeling, Fuzzy Inference System, Mamdani Fuzzy Modeling, Particle Swarm Optimization

1. 서 론

알려지지 않은 시스템의 입출력 데이터로 시스템을 파악하는 것은 피할 수 없는 어려운 문제이며, 동적 시스템에 대한 효율적인 제어 메커니즘의 설계에는 일반적으로 프로세서에 대한 경험이 필요하게 된다. 그러나 실 시스템은 비선형성, 파라미터의 변동, 모델링 오차 등의 복합적인 문제를 포함하고 있으며, 프로세서에 대한 충분한 지식과 정보의 결핍으로 일반적인 수학적 방법 적용에는 상당한 어려움이 있다. 따라서, 비선형 공정의 복잡성과 불확실성을 제어하기 위해 많은 연구가 계속되고 있으며, 퍼지 논리 시스템은 수학적인 방법으로 해결하지 못했던 문제들을 해결하며, 사람들의 자연적인 언어 체계를 표현하는 데 효과적이다.

퍼지 논리 시스템의 멤버쉽 함수와 규칙의 구조는 불확실성이 존재하는 언어적 정보 또는 수치적 데이터를 바탕으로 설계된다. 기존의 Type-1 퍼지 논리 시스템의 멤버쉽 함수는 외부의 노이즈와 같은 불확실성을 표현하는데 한계가 있다. 그러나 Zadeh[1]에 의하여 소개된 Type-2 퍼지 집합에 기초한 Type-2 퍼지 논리 시스템은 이러한 불확실한 정보를 멤버쉽 함수로 표현함으로서 불확실성을 효율적으로 취급할 수 있다. Type-2 퍼지 논리 집합[2]은 Mendel등에 의하여 General Type-2 퍼지 논리 집합[3]과 Interval Type-2 퍼지 논리 집합[4]으로 구체화 되었으며, 현재 활발한 연구[5][6]가 진행 중이다.

따라서 본 논문에서는 비선형 모델의 설계를 위해 Interval Type-2 퍼지 논리 집합을 이용한 Type-2 퍼지 논리 시스템을 설계하여 불확실성의 변화에 대한 비선형 모델의 성능을 비교한다. 여기서 규칙 전·후반부의 멤버쉽 함수로 Interval Type-2 퍼지 논리 집합을 사용하고, 전반부 멤버쉽 함수의 중심결정에는 C-means 클러스터링 알고리즘을, 후반부의 경우 입자 군집 최적화[7](Particle Swarm Optimization) 알고리즘으로 동정한다. 마지막

으로 비선형 모델 평가에 대표적으로 사용되는 Box-Jenkins의 가스로 시계열 데이터[8]를 제안된 모델에 적용하고, 입력 데이터에 인위적인 노이즈가 포함되었을 경우 불확실성의 변화에 따른 Type-2 퍼지 논리 시스템의 근사화 능력이 기존의 Type-1 퍼지 논리 시스템보다 우수함을 보인다.

2. Interval Type-2 퍼지 논리 시스템

2.1 Type-2 퍼지 논리 집합

기존 Type-1 퍼지 집합의 멤버쉽 grade는 crisp 값으로 이루어져 있다. 반면에 Type-2 퍼지 집합의 멤버쉽 grade는 Type-1 퍼지 집합으로 구성된다. 따라서 Type-2 퍼지 집합을 "퍼지 속의 퍼지 집합"이라고 부른다.

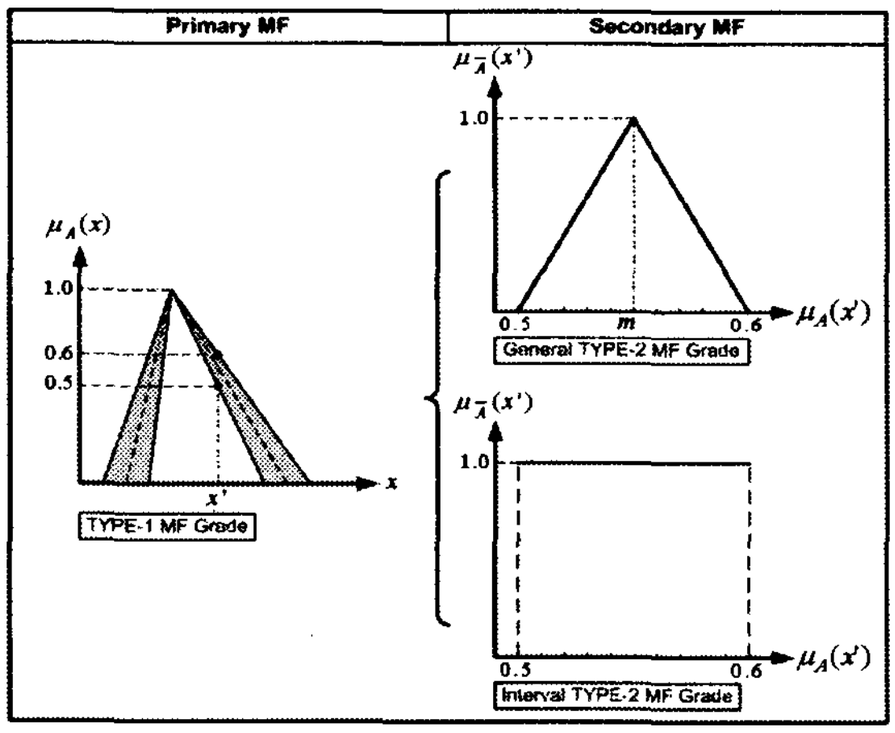

그림 1. Type-2 퍼지 논리 집합의 구성

그림 1은 Type-2 퍼지 집합의 두 가지 형태를 보여주고 있다. General Type-2 퍼지 논리 시스템은 Secondary MF grade가 퍼지 집합의 형태를 갖는다. 그러나 계산 과정이 복잡하고 Secondary 멤버쉽 함수의 구조를 결정하기 어렵다는 단점이 있다. 따라서 본 연구에서는 Secondary 멤버쉽 함수의 grade가 '1'의 값만을 갖는 Interval Type-2 퍼지 논리 시스템을 다룬다. 식 (1)은 General Type-2 퍼지 논리 집합을, 식 (2)는 Interval Type-2 퍼지 논리 집합을 표현 한 것이다.

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) / x$$

$$= \int_{x \in X} \left(\int_{u \in J_x} f_x(u) \; u \right) x \quad J_x \subseteq [0,1] \qquad (1)$$

$f_x(u)$: *the secondary membership function*

J_x : *the primary membership of x whitch is the domain of the secondary membership function*

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \left(\int_{u \in J_x} 1 / u \right) / x \qquad (2)$$

2.2 Interval Type-2 퍼지 추론 시스템

그림 2는 Type-1 FLS과 Type-2 FLS을 비교한 그림이다. Type-2 FLS에서는 "Type-reducer"라는 새로운 연산이 필요함을 알 수 있다.

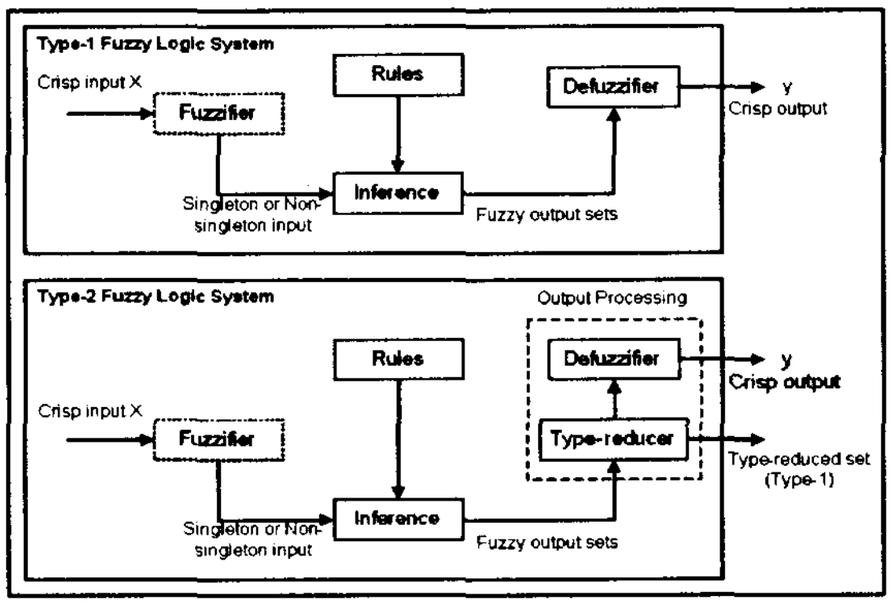

그림 2. Type-1 FLS와 Type-2 FLS 비교

2.2.1 불확실성을 갖는 멤버쉽 함수의 설계

그림 3은 삼각형 형태의 Type-1 멤버쉽 함수와 Type-2 멤버쉽 함수를 비교한 그림으로 Type-2의 경우 정점을 기준으로 동일한 거리만큼의 불확실성을 갖는다. 불확실성의 크기는 정점과 정점 사이 거리의 일정 비율(θ)만큼을 갖도록 하여 입력 데이터의 불확실성을 표현할 수 있도록 설계하였다.

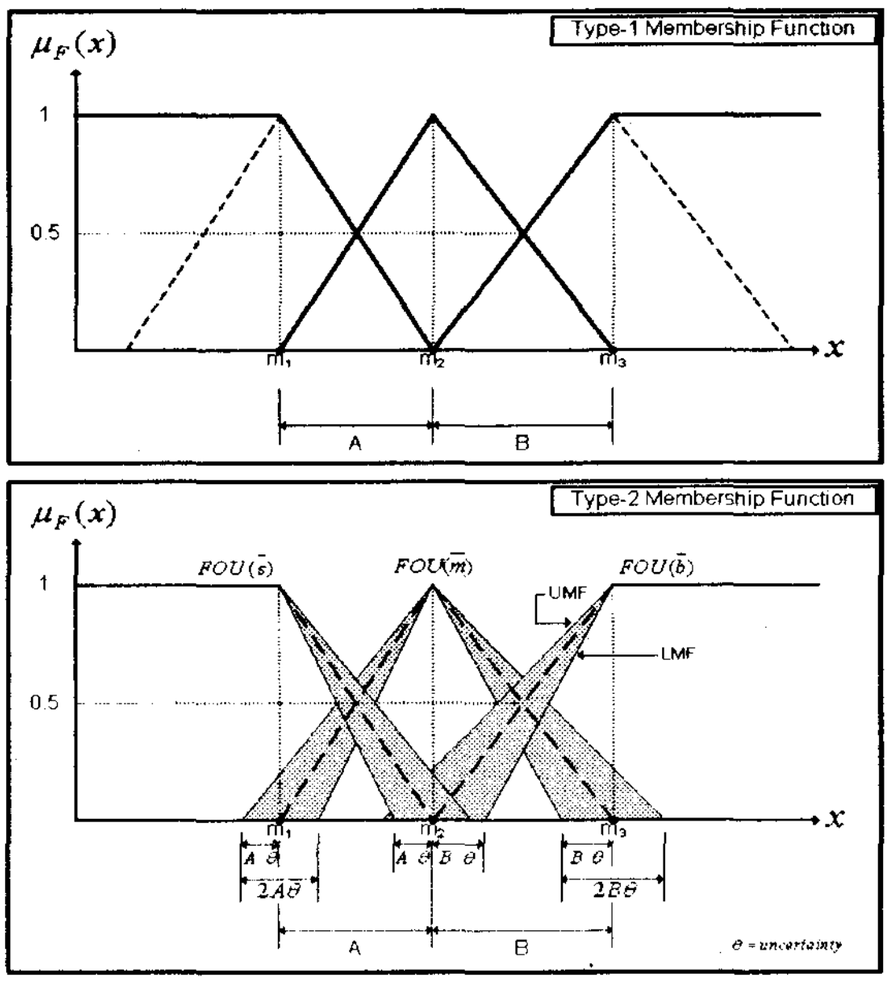

그림 3. Type-1 MF와 Type-2 MF의 비교

2.2.2 추론부 (Inference Engine)

Interval Type-2 퍼지 집합은 UMF(Upper

Membership Function)과 LMF(Lower Membership Function)으로 구성되어 있으며, 이는 모든 계산 과정의 간소화에 중요한 역할을 한다. 멤버쉽 함수 $\mu_{\tilde{F}_k^i}(x_k)$에서 $\underline{\mu}_{\tilde{F}_k^i}(x_k)$와 $\overline{\mu}_{\tilde{F}_k^i}(x_k)$를 $\mu_{\tilde{F}_k^i}(x_k)$에 대한 Lower와 Upper 멤버쉽 함수라 하면, Secondary 멤버쉽 함수는 식 (3)으로 표현된다.

$$\mu_{\tilde{F}_k^i}(x_k) = \int_{w^l \in [\underline{\mu}_{F_k^l}(x_k),\ \overline{\mu}_{F_k^l}(x_k)]} 1/w^l \qquad (3)$$

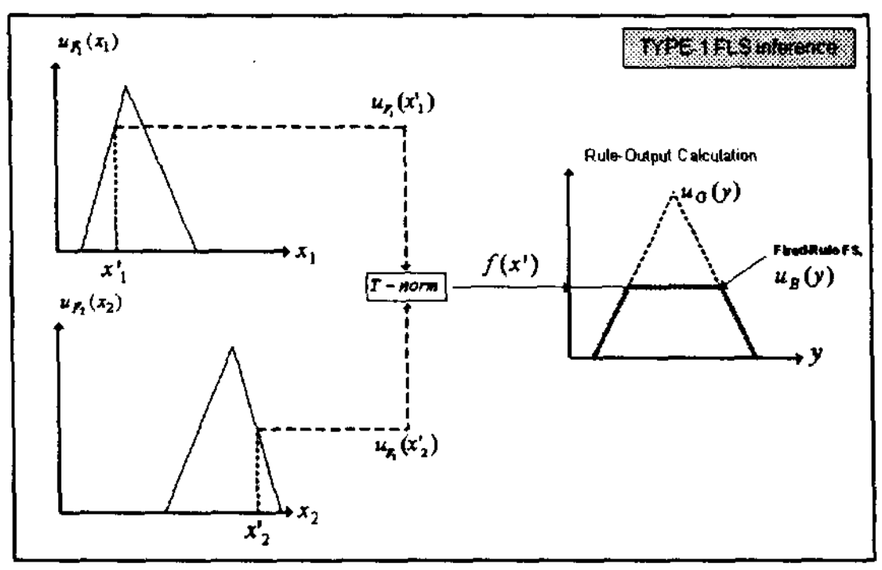

그림 4. Type-1 FLS와 Type-2 FLS의 추론 비교

입력에 대한 l 번째 규칙의 전반부 연산 결과는 식 (4)와 같다.

$$F^l(x') = [\underline{f}^l(x'),\ \overline{f}^l(x')] \equiv [\underline{f}^l, \overline{f}^l] \qquad (4)$$

여기에서,

$$\underline{f}^l(x') = \underline{\mu}_{\tilde{F}_1^l}(x_1') \star \cdots \star \underline{\mu}_{\tilde{F}_1^l}(x_p') \qquad (5)$$

$$\overline{f}^l(x') = \overline{u}_{\tilde{F}_1^l}(x_1') \star \cdots \star \overline{u}_{\tilde{F}_1^l}(x_p') \qquad (6)$$

$\star$ *is* $T-norm$ *operator*

따라서, 규칙 l 번째에 대한 *fired interval set*은 식(7)로 표현되며,

$$\mu_{\tilde{B}^l}(y) = \int_{b^l \in [\underline{f}^l \star \underline{\mu}_{\tilde{G}}(y),\ \overline{f}^l \star \overline{\mu}_{\tilde{G}}(y)]} 1\ \ b^l \qquad (7)$$

$$y \in \mathbb{Y}$$

모델의 최종 출력 집합은 식 (8)로 정리된다.

$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \int_{b \in \left((\underline{f}^1 \star \underline{\mu}_{\tilde{G}^1}(y)) \vee \cdots \vee (\underline{f}^N \star \underline{\mu}_{\tilde{G}^N}(y)),\ \left(\overline{f}^1 \star \overline{\mu}_{\tilde{G}^1}(y)\right) \vee \cdots \vee \left(\overline{f}^N \star \overline{\mu}_{\tilde{G}^N}(y)\right)\right)} 1/b^l$$
$$y \in \mathbb{Y} \qquad (8)$$

2.3 Centroid of Set(COS) Type Reducer

식 (8)에서 얻어지는 모델의 출력은 Type-1 퍼지 로직 집합의 형태를 갖는다. 따라서 crsip한 출력값을 얻기 위해 "Type reduction" 이라는 새로운 연산 과정이 필요하다. 본 논문에서는 규칙 후반부 멤버쉽 함수의 최소 가중 평균 무게 중심과 최대 가중 평균 무게 중심을 결정하는 COS Type reducer를 사용한다. 여기서 Type-2 퍼지 논리 집합의 최대·최소 무게 중심 결정에는 Karnix와 Mendel이 제안한 KM 알고리즘[9]을 사용한다.

Step-1) : KM 알고리즘을 이용하여 각 규칙 후반부 멤버쉽 함수의 최소 무게 중심과 최대 무게 중심 $[y_l^l, y_r^l]$을 구한다.

Step-2) : 각 규칙에 대한 fired set, $[\underline{f}^l, \overline{f}^l]$을 구한다.

Step-3) : KM 알고리즘을 이용하여 y_l^l의 최소 가중 평균 무게 중심(식9)과 y_r^l의 최대 가중 평균 무게 중심(식10)을 구한다.

$$y_{l(x)} = \min_{\forall f^l \in [\underline{f}^l, \overline{f}^l]} \left(\sum_{l=1}^{M} y_l^l f^l \Big/ \sum_{l=1}^{M} f^l \right) \qquad (9)$$

$$y_{r(x)} = \max_{\forall f^l \in [\underline{f}^l, \overline{f}^l]} \left(\sum_{l=1}^{M} y_r^l f^l \Big/ \sum_{l=1}^{M} f^l \right) \qquad (10)$$

2.4 비퍼지화기 (Defuzzifier)

식 (9)에 구한 모델의 최소 출력과 식(10)에서 얻은 모델의 최대 출력의 평균을 취하여 최종 모델 출력을 얻는다.

$$y(x) = \frac{y_l + y_r}{2} \qquad (11)$$

2.5 멤버쉽 함수의 정점 결정

규칙의 전반부 멤버쉽 함수의 정점 결정에는 데이터들 간의 *euclidean distance*를 기준으로 중심을 결정하는 C-means 클러스터링 알고리즘을 사용하고, 후반부의 경우 입자 군집 최적화 알고리즘을 이용한다. 초기 파라미터 값은 표 1과 같다.

표 1. 모델링을 위한 초기 파라미터들

파라미터	값
세대 수	20
Particle	300
최대 이동 속도 (v_{max})	탐색공간의 20%
관성 계수 [w_{min} w_{max}]	[0.4 0.9]
가속 상수 (c_1, c_2)	2.0 2.0
정점 탐색 공간	[40.0 70.0]

3. 시뮬레이션 및 결과 고찰

제안된 모델의 평가를 위해 가스로 시계열 데이터를 적용한다. 입력 u(t)는 가스 흐름율이고 출력 y(t)는 이산화탄소 농도인 1입력 1출력의 데이터 296쌍으로부터 u(t-3), u(t-2), u(t-1), y(t-3), y(t-2), y(t-1)의 6개 입력변수와 한 개의 출력변수 y(t)를 설정하고, 학습데이터로 145개, 테스트 데이터로써 각각 145개의 데이터 쌍을 사용한다.

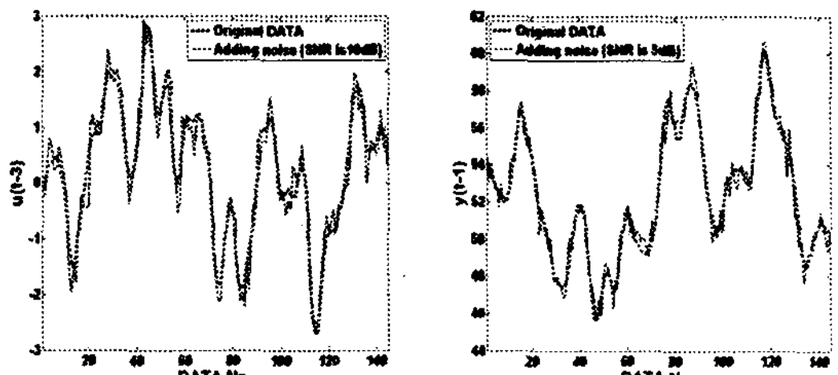

그림 5. 인위적인 노이즈를 갖는 입력 데이터

입·출력 데이터 집합 [u(t-3), y(t-1); y(t)] 이외에서는 그 분포는 균일하지 못하고 흩어진 분포 구조를 보여줌으로 가스로 공정의 모델링에 적합하지 못하다. 따라서 본 논문에서는 [u(t-3), y(t-1); y(t)] 입출력 구조를 이용한다. 여기에서, 그림 5의 인위적인 노이즈를 갖는 입력 데이터를 사용하고, 각 입력마다 2개의 멤버쉽 함수를 사용하여 규칙 4개인 모델을 설계 한다. 그림 6은 앞서 설명한 불확실성(θ)의 변화에 따른 Type-1 FLS과 Type-2 FLS의 근사화 성능을 보여 준다. 그림 6에서 볼 수 있듯이 불확실한 정보를 규칙 멤버쉽 함수로 표현하는 척도로 사용한 *uncertainty*(θ)가 증가할수록 근사화 오차가 감소하고 있음을 알 수 있다. 더욱이 $\theta = 0.5$에서 오리지날 입력 데이터를 사용한 Type-1 FLS의 근사화 성능과 근접한 수준의 오차를 보여 주고 있다.

4. 결론

본 논문은 데이터의 불확성을 멤버쉽 함수로 표현 할 수 있는 Interval Type-2 퍼지 로직 시스템을 설계하고, 실제 노이즈를 갖는 비선형 실험 데이터를 사용하여 Type-2 퍼지 로직 시스템의 우수성을 증명 하였다. 따라서, 노이즈에 취약한 실제 공정에서 보다 유연한 적용을 기대 할 수 있겠다.

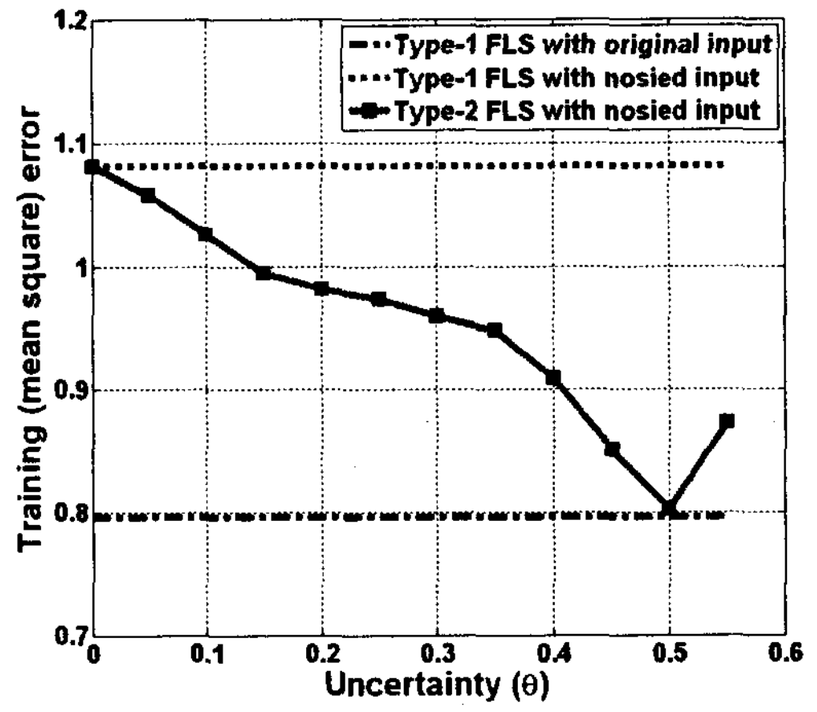

그림 6. 노이즈를 갖는 입력 데이터에 대한 Type-1 FLS과 Type-2 FLS의 근사화 성능 비교

감사의 글

본 연구는 2007년도 교육인적자원부의 지원에 의하여 한국학술진흥재단의 주관으로 수행된 연구임. (KRF-2007-313-D00710)

참 고 문 헌

[1] L.A Zadeh, "The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-1," Information Sciences, vol. 8, pp. 199-249, 1975.
[2] J.M. Mendel, "Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic System: Introduction and New Directions," Prentice-Hall, Upper-Saddle River, Nj, 2001.
[3] J.M. Mendel, "Advances in type-2 fuzzy sets and systems," Information Sciences, vol. 177, pp.84-110, 2007.
[4] J.M. Mendel, R.I. John, and F. Lui, "Interval type-2 fuzzy logic system made simple," IEEE Trans. on Fuzzy System, vol. 14, pp. 808-821, Dec. 2006.
[5] S. Coupland and R.I. John, "Towards more efficient type-2 fuzzy logic system," Proc. IEEE FUZZ Conf., pp.236-241, Reno, NV, May 2005.
[6] J.T. Starczewski, "A triangular type-2 fuzzy logic system," Proc. IEEE-FUZZ 2006, pp.7231-7238, Vancouver, CA, July 2006.
[7] J. Kennedy, "Minds and cultures; Particle Swarm implications. Socially Intelligent Agents", Paper from the 1997 AAAI Fall Symposium, 1997.
[8] G.E. P Box and F.M. Jenkins, "Time Series Analysis : Forecasting and Control 2nd ed," Holden-day, 1976.
[9] N.N, Karnik and J.M. Mendel, "Centroid of a type-2 fuzzy set," Information Sciences, vol. 132, pp. 195-200, 2001.