

# Interval Type-2 퍼지 논리 시스템 기반의 비선형 모델 설계

## Design of Nonlinear Model by Means of Interval Type-2 Fuzzy Logic System

김인재, 오성권

경기도 화성시 수원대학교 전기공학과  
E-mail: ohsk@suwon.ac.kr

### 요 약

본 논문에서는 Type-1 퍼지 논리 시스템과 Type-2 퍼지 논리 시스템을 설계하고, 불확실한 정보를 갖는 입력 데이터에 대하여 각각의 성능을 비교한다. Type-1 퍼지 논리 시스템은 외부 잡음에 민감한 단점을 가지고 있는 반면, Type-2 퍼지 논리 시스템은 불확실한 정보를 잘 표현할 수 있으며 효율적으로 취급한다. 따라서 Type-2 퍼지 논리 시스템을 이용하여 이러한 단점을 극복하고자 2가지의 모델을 설계한다.

첫 번째 모델은 규칙의 전·후반부가 불확실성을 표현 할 수 없는 Type-1 퍼지 집합으로 구성된 Type-1 퍼지 논리 시스템을 설계한다. 두 번째는 규칙 후반부만 Type-2 퍼지 집합으로 구성된 두가지의 Type-2 퍼지 논리 시스템을 설계한다. 여기서 규칙 전반부의 입력 공간 분할에는 Min-Max 방법의 균등분할을 사용하고, 규칙 후반부 멤버십 함수의 중심 결정에는 입자 군집 최적화(Particle Swarm Optimization) 알고리즘을 사용하여 동정한다. 또한 입력 데이터에 인위적으로 가하는 노이즈의 정도에 따른 각각 모델의 성능을 비교한다. 마지막으로 비선형 모델 평가에 주로 사용되는 가스로 시계열 데이터를 제안된 모델에 적용하고, 실험을 통하여 불확실한 정보를 다루기에 Type-1 퍼지 논리 시스템 보다 Type-2 퍼지 논리 시스템이 효율적이라는 것을 보인다.

**Key Words :** Type-1 Fuzzy Logic System, Interval Type-2 Fuzzy Logic System, Uncertainty

### 1. 서 론

복잡한 실 시스템은 비선형성, 파라미터의 변동, 모델링 오차의 복합적인 문제를 포함하고 있으며, 일반적인 수학적 방법의 적용에는 상당한 어려움이 있다. 비선형 공정의 복잡성과 불확실성을 제어하기 위해 많은 연구가 계속되고 있으며, 퍼지 모델은 수학적 방법으로 해결하지 못했던 문제들의 어려움을 해결하고 있다.

Type-1 퍼지 논리 시스템은 퍼지 집합을 멤버십 함수로 이용함으로써 규칙의 불확실성을 직접적으로 다루지 못한다. 반면에 Type-2 퍼지 논리 시스템[1][6]은 퍼지 규칙의 전반부 또는 후반부를 Type-2 퍼지 집합을 이용함으로써 규칙의 불확실성을 직접적으로 다룬다. Type-1 퍼지 논리 시스템과 유사하게 Type-2 퍼지 논리 시스템은 퍼지화, 규칙, 퍼지 추론, 그리고 출력 연산부로 구성되어 있다. 출력 연산부는 Type-1 퍼지 집합의 출력을 생성하는 Type-reduction과

Crisp 값을 가지는 비퍼지화 과정으로 구성되어 있다.[2][3] Type-2 퍼지 논리 시스템은 IF-THEN 규칙으로 이루어 졌으며, 규칙의 전반부 또는 후반부는 Type-2 퍼지 집합으로 구성된다. 따라서 주어진 환경이 대단히 불특정하고, 노이즈에 의해 데이터가 훼손되었을 때, 효율적으로 이용할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 Type-2 퍼지 논리 시스템의 효율성을 확인하고, 비선형 시스템에 적용시켜 성능분석을 하고자 한다.

여기서 규칙 전반부 멤버십 함수의 중심 결정에는 Min-Max 균등 분할을 사용하고, 규칙 후반부 멤버십 함수의 중심 결정에는 입자 군집 최적화(Particle Swarm Optimization) 알고리즘[4]을 사용하여 동정한다. 또한 입력 데이터에 인위적으로 가하는 노이즈의 정도에 따른 각각 모델의 성능을 분석한다. 마지막으로 비선형 모델 평가에 주로 사용되는 가스로 시계열 데이터 [1][5]를 제안된 모델에 적용하고, 실험을 통하여 불확실한 정보를 다루기에 Type-1 퍼지

논리 시스템 보다 Type-2 퍼지 논리 시스템이 효율적이라는 것을 보인다.

### 2. Type-1 퍼지 논리 시스템

Type-1 퍼지 논리 시스템은 퍼지 화, 규칙, 퍼지 추론, 비퍼지화의 4개의 구성요소로 이루어져 있으며, 이는 그림 1에서 나타내었다.

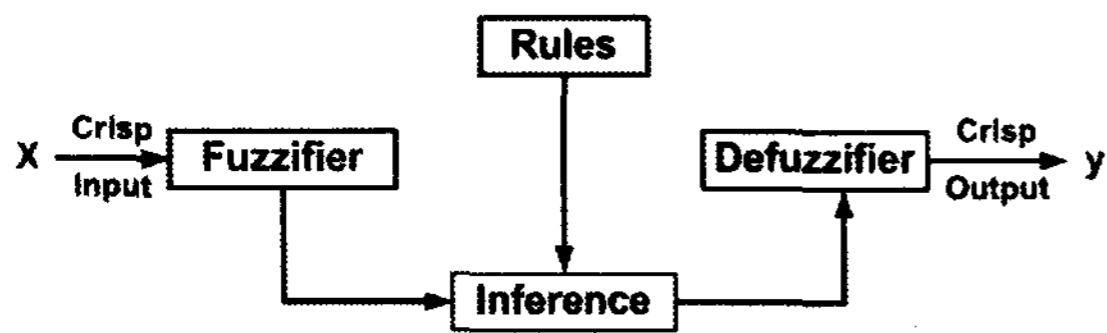


그림 1. Type-1 퍼지 논리 시스템

#### 2.1 규칙(Rules)

p개의 입력  $x_1 \in X_1, \dots, x_p \in X_p$ 과 하나의 출력  $y \in Y$ 를 갖는 Type-1 퍼지 논리 시스템을 가정한다. l 번째 규칙은 식 (1)과 같은 형식을 갖는다.

$$R^l: \text{IF } x_1 \text{ is } F_1^l \text{ and } \dots x_p \text{ is } F_p^l, \text{ THEN } y \text{ is } G^l \quad (l = 1, \dots, M) \quad (1)$$

#### 2.2 퍼지 추론(Fuzzy Inference Engine)

$$R^l: F_1^l \times \dots \times F_p^l \rightarrow G^l = A^l \rightarrow G^l, \quad (l = 1, \dots, M) \quad (2)$$

식 (2)에서,  $R^l$ 은 멤버십 함수  $\mu_{R^l}(X, y)$ 에 의해 표현되며,  $\mu_{R^l}(X, y) = \mu_{A^l \rightarrow G^l}(X, y)$  이고,  $X = (x_1, \dots, x_p)^T$  표현될 수 있으며, 결론적 식 (3)으로 정리된다.

$$\begin{aligned} \mu_{R^l}(X, y) &= \mu_{A^l \rightarrow G^l}(X, y) = \mu_{F_1^l \dots F_p^l \rightarrow G^l}(X, y) \\ &= \mu_{F_1^l \times \dots \times F_p^l}(X) \star \mu_{G^l}(y) \\ &= \mu_{F_1^l}(x_1) \star \dots \star \mu_{F_p^l}(x_p) \star \mu_{G^l}(y) \\ &= [T_{i=1}^p \mu_{F_i^l}(x_i)] \star \mu_{G^l}(y) \end{aligned} \quad (3)$$

식 (3)에서, 여러 개의 전반부 집합은 'and'에 의해 연결되어 있으며, T는 t-norm의 약자이다.

#### 2.3 퍼지화(Fuzzifier)

singleton fuzzifier는 한 점에서만 값을 갖는다. 식 (4)를 가정해 볼 때 singleton fuzzifier의 경우에는  $\mu_{X_i}(x_i)$ 가  $x_i = x_i'$ 에서만 값을

가지므로 그림 2에서 계산 과정이 간단하다는 것을 볼 수 있다.

$$\begin{aligned} \mu_{X_i}(x_i) &= 1 \text{ for } x_i = x_i' \text{ and} \\ \mu_{X_i}(x_i) &= 0 \text{ for } \forall X_i \text{ and } x_i \neq x_i' \end{aligned} \quad (4)$$

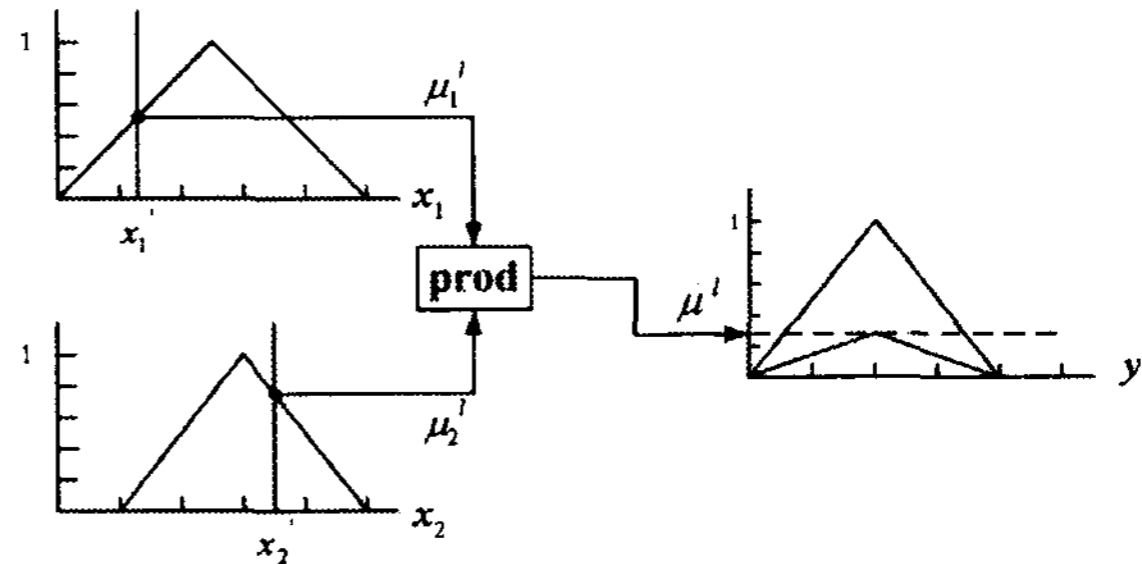


그림 2. Type-1에 대한 전반부와 후반부 product 연산

#### 2.4 비퍼지화(Defuzzification)

비퍼지화는 추론을 거친 출력에 나타난 퍼지 집합을 Crisp 집합으로 연산한다. 본 논문에서는 Center of sets defuzzifier를 사용한다.

$$y_{\text{cos}}(X) = \frac{\sum_{l=1}^M c^l T_{i=1}^p \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^M T_{i=1}^p \mu_{F_i^l}(x_i)} \quad (5)$$

식 (5)에서,  $c^l$ 은 l 번째 후반부 집합의 중심값이다.

### 3. Type-2 퍼지 논리 시스템

Type-2 퍼지 논리 시스템 구조는 Crisp 출력 값을 Type-1 집합에서 얻는다. 그러므로 Type-1 비퍼지화 방법의 확장된 형태를 사용해야 Crisp 값을 얻을 수 있다. 이러한 과정을 'Type-reduction' 이라고 하며, 그림 3을 통해 Type-2 집합에서 Type-1 집합을 얻을 수 있다.

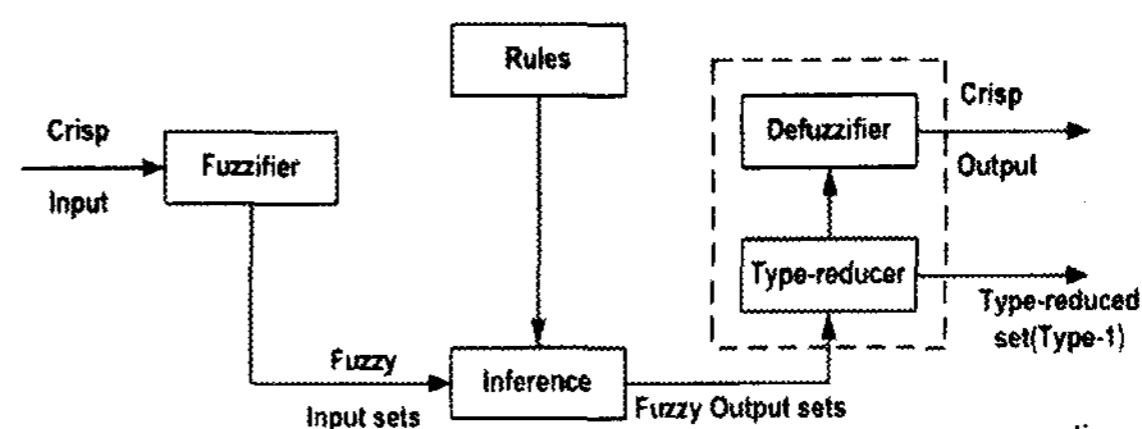


그림 3. Type-2 퍼지 논리 시스템

본 논문에서는 Secondary membership grade가 퍼지 집합으로 구성되는 General Type-2 퍼지

논리 시스템과는 달리 계산상 편의를 위해 Secondary membership grade가 항상 '1'의 값을 가지는 Interval Type-2 퍼지 논리 시스템을 다룬다.

3.1 Upper and Lower 멤버십 함수

Upper와 Lower 멤버십 함수는 모든 계산과정을 간단히 하는데 중요한 역할을 한다. 멤버십 함수  $\mu_{\bar{F}_k}(x_k)$ 와  $\mu_{\underline{F}_k}(x_k)$ 를  $\mu_{\bar{F}_k}$ 에 대한 lower와 upper 멤버십 함수라고 한다

3.2 Interval Type-2 퍼지 논리 시스템에 대한 추론

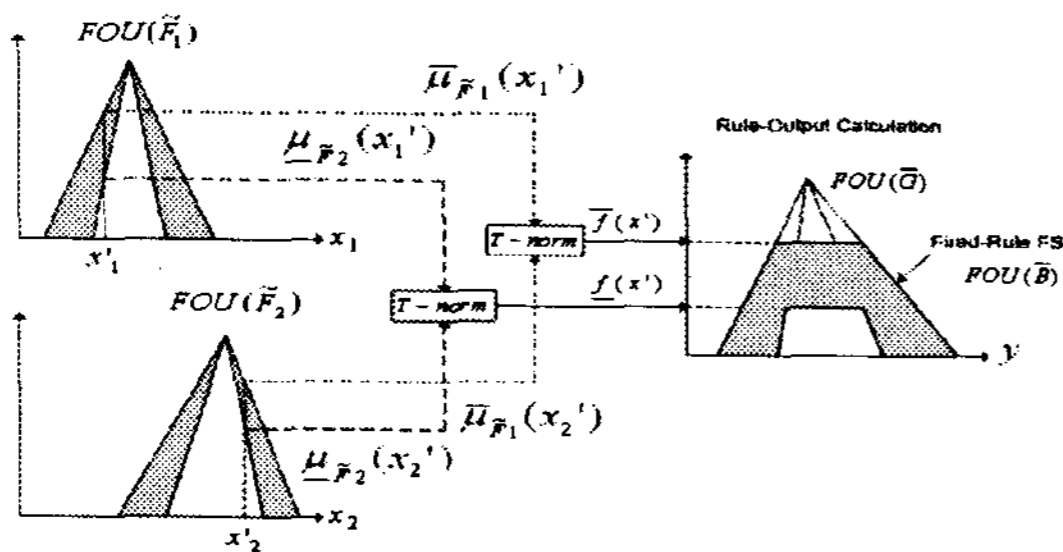


그림 4. Interval Type-2 Inference

Interval Type-2 퍼지 논리 시스템은 식 (7)에서와 같이 Secondary 멤버십 함수의 grade가 항상 '1'의 값만 갖는다.

① 입력과 전반부의 연산 결과

$$F^l(x') = [f^l(x'), \bar{f}^l(x')] = [f^l, \bar{f}^l]$$

$$f^l(x') = \mu_{\bar{F}_1}(x_1) \star \dots \star \mu_{\bar{F}_P}(x_P)$$

$$\bar{f}^l(x') = \mu_{\underline{F}_1}(x_1) \star \dots \star \mu_{\underline{F}_P}(x_P) \quad (6)$$

② R' 번째 규칙에 대한 fired 출력

$$\mu_{\bar{B}^l}(y) = \int_{b \in [f^l \star \mu_{\bar{C}^l}(y), \bar{f}^l \star \mu_{\bar{C}^l}(y)]} 1/b$$

$$\mu_{\underline{B}^l}(y) = \int_{b \in [f^l \star \mu_{\underline{C}^l}(y), \bar{f}^l \star \mu_{\underline{C}^l}(y)]} 1/b$$

$$\langle y \in Y \rangle \quad (7)$$

③ 최종 출력

$$\mu_{\bar{B}}(y) = \int_{b \in [f^1 \star \mu_{\bar{C}^1}(y) \vee \dots \vee f^M \star \mu_{\bar{C}^M}(y), \bar{f}^1 \star \mu_{\bar{C}^1}(y) \vee \dots \vee \bar{f}^M \star \mu_{\bar{C}^M}(y)]} 1/b$$

$$\mu_{\underline{B}}(y) = \int_{b \in [f^1 \star \mu_{\underline{C}^1}(y) \vee \dots \vee f^M \star \mu_{\underline{C}^M}(y), \bar{f}^1 \star \mu_{\underline{C}^1}(y) \vee \dots \vee \bar{f}^M \star \mu_{\underline{C}^M}(y)]} 1/b$$

$$\langle y \in Y \rangle \quad (8)$$

3.4 Centroid of Set(COS) Type Reducer

본 논문에서 Type-2 퍼지 논리 시스템의 최소·최대 무게 중심 결정에는 Karnik와 Mendel이 제안한 KM 알고리즘을 사용한다.

- ① 각 규칙 후반부 멤버십 함수의 최소·최대 무게 중심을 구한다.  $[y_l^l, y_r^l]$
- ② 각 규칙에 대한 fired set을 구한다.  $[f^l, \bar{f}^l]$
- ③  $y_l^l$ 의 최소 가중 평균 무게 중심과  $y_r^l$ 의 최대 가중 평균 무게 중심을 구한다.

$$y_l(x) = \forall f^l \in [f^l, \bar{f}^l] \left( \frac{\sum_{l=1}^M y_l^l f^l}{\sum_{l=1}^M f^l} \right)$$

$$y_r(x) = \forall f^l \in [f^l, \bar{f}^l] \left( \frac{\sum_{l=1}^M y_r^l f^l}{\sum_{l=1}^M f^l} \right) \quad (9)$$

3.5 비퍼지화(Defuzzifier)

식 (9)에서 최소 가중 평균 무게 중심  $y_l^l$ 과 최대 가중 평균 무게 중심  $y_r^l$ 의 최대 출력의 평균을 취하여 최종 모델 출력을 구한다.

$$y(x) = \frac{y_l + y_r}{2} \quad (10)$$

3.6 멤버십 함수의 정점 결정

규칙의 전반부 멤버십 함수의 정점 결정에는 데이터들 간의 Min-Max를 통하여 중심을 결정하고, 규칙의 후반부 멤버십 함수의 정점 결정은 입자 군집 최적화(Particle Swarm Optimization) 알고리즘을 사용하여 동정한다.

<표 1. 모델링을 위한 초기 파라미터들>

파라미터	값
세대수	20
Particle 수	300
최대 이동 속도	탐색 공간의 20%
관성 계수 [w <sub>min</sub> w <sub>max</sub> ]	[0.4 0.9]
가속 상수 (C <sub>1</sub> , C <sub>2</sub> )	2.0 2.0
정점 탐색 공간	[35.0 71.0]

4. 시뮬레이션 및 결과 고찰

본 논문에서는 가스로 시계열 데이터를 적용하여, 모델 평가를 수행한다. 시계열 데이터는 비선형성이 강하며, 최종목적인 미래 값을 예측하기 위해 과거 값을 이용하는 것이다. 1 입력 1출력의 데이터 296쌍으로부터 u(t-3),

$u(t-2)$ ,  $u(t-1)$ ,  $y(t-3)$ ,  $y(t-2)$ ,  $y(t-1)$ 의 6개의 입력 변수와 1개의 출력변수  $y(t)$ 를 설정하고, 학습데이터로 145개, 테스트 데이터로 145개의 데이터 쌍을 사용한다. 본 논문에서는  $[u(t-3), y(t-1); y(t)]$ 입출력 구조를 이용하여 모델링 한다.

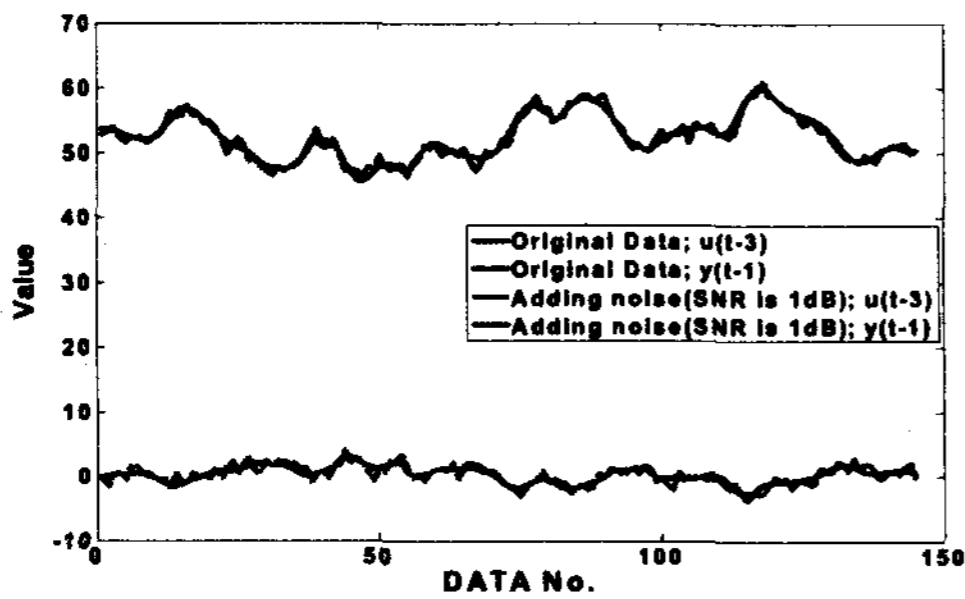


그림 5. 1dB의 노이즈를 갖는 입력 데이터

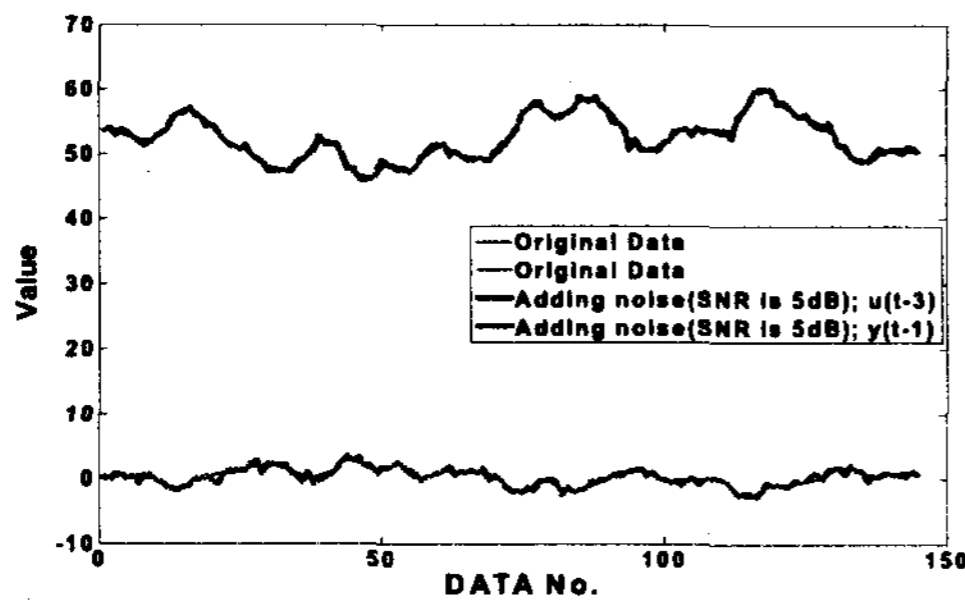


그림 6. 5dB의 노이즈를 갖는 입력 데이터

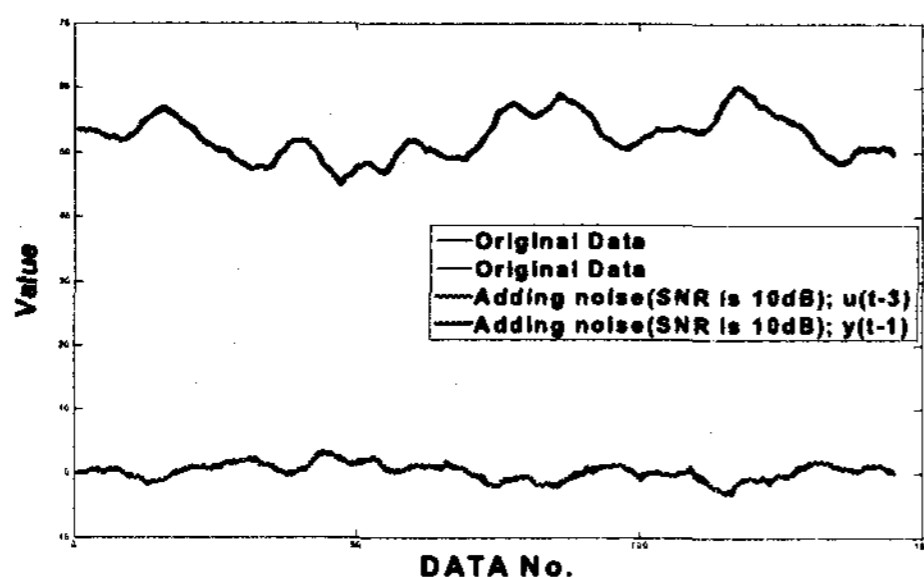


그림 7. 10dB의 노이즈를 갖는 입력 데이터

그림 5-7에서 인위적인 노이즈를 갖는 입력 데이터를 사용하고, 각 입력마다 2개의 멤버쉽 함수를 사용하여 규칙 4개의 모델을 설계한다. 표 2 에서 불확실한 정보를 규칙의 멤버쉽 함수로 표현하는 척도로 사용한  $uncertainty(\theta)$ 가 증가 할수록 근사화 오차가 감소하고 있음을 알 수 있다. 여기서  $\theta$ 는 불확실성을 표현한다.

<표 2. 노이즈를 갖는 입력 데이터에 대한 Type-1, Type-2 퍼지 논리 시스템에 대한 근사화 성능 비교>

전반부 구조	후반부 구조	uncertainty ( $\theta$ )	노이즈 (dB)	근사화 오차
Type-1	Type-1	0 %	10	0.1715
Type-1	Type-2	50 %		0.1694
Type-1	Type-1	0 %	5	0.4475
Type-1	Type-2	50 %		0.4406
Type-1	Type-1	0 %	1	0.8140
Type-1	Type-2	50 %		0.8095

감사의 글

이 논문은 2007년도 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (KRF-2007-313-D00710).

참 고 문 헌

[1] Nilesh N.Karnik, and Jerry M.Mendel. "Applications of type-2 fuzzy logic systems to forecasting of time -series", Information Sciences, Vol. 120, pp.89-111, 1999

[2] J.T. Starczewski, "A triangular type-2 fuzzy logic system", Proc. IEEE-FUZZ 2006, pp.7231-7238, Vancouver, CA, July 2006

[3] NN, Karnik and J.M Mendel, "Centroid of a type-2 fuzzy set", Information Sciences, vol. 132, pp.195-200,2001

[4] J. kennedy, "Minds and culture; Particle Swarm implications. Socially Intelligent Agents", Paper from the 1997 AAI Fall Symposium, 1997

[5] Dongrui Wu Wei Wan Tan, "A simplified type-2 fuzzy logic controller for real-time control", Vol. 45, No. 4, October 2006

[6] Nilesh N.Karnik, and Jerry M.Mendel, "Applications of Type-2 Fuzzy Logic System : Handling the Uncertainty Associated with Surveys", IEEE International Fuzzy Systems Conference Proceedings, pp.22-25, August 1999