Proceedings of KIIS Spring Conference 2008 Vol. 18, No. 1.

CDM을 이용한 PD-PIDA 제어기 설계

PD-PIDA Controller Design using CDM

이창호*, 김종진*, 김승철**, 추연규***
*부경대학교, **(재)경남테크노파크, ***진주산업대학교
Chang-Ho Lee* · Jong-Jin Kim* · Seong-Cheol, Kim** · Yeon-Gyu Choo***
*Pukyong National University, **Gyeongnam TechnoPark, ***Jinju National University

Abstract

본 논문은 3차 이상의 고차 시스템에 적용 가능한 Jung & R. C. Dorf이 제안한 새로운 형태의 PIDA 제어기 설계에서 오버슈트에 대한 문제점을 해결하기 위해 Shunji Manabe에 의해 제안된 CDM(Coefficient Diagram Method)을 이용하여 PIDA 제어기를 설계하고, PD형 보상기를 추가하여 PD-PIDA 제어기를 제안한다. 설계된 PD-PIDA 제어기를 이용하여 3상 유도전동기에 적용하고 그 결과를 비교하였다.

Key Words : 전 보상기(Pre-Compensator), CDM(Coefficient Diagram Method)

Ⅰ. 서 론

산업현장에서 쓰이는 플랜트는 일반적으로 type 0이거나(3차에서 5차 지상 시스템이거나 데드타임을 가지는 1개의 1차 지상시스템) 또는 type 1(한 개 또는 두개의 1차 지상시스템)이다. 대부분의 플랜트는 적절하게 조절된 PID 제어기를 사용하여 제어하거나 설계된다. PID 제어기는 전형적으로 2차 시스템에 적용되는 경우가 대부분이며 3차 또는 고차의 경우 PID 제어기 자체에 존재하는 영점의 수보다 더 많은 수의 영점을 가지고 있기 때문에 PID 제어기로는 뛰어난 응답 특성을 얻기란 불가능하다.[1] 이러한 문제점을 해결하기 위하여 Jung & R. C. Dorf는 새로운 형태의 PIDA 제어기를 제안하여 3차 이상의 고차 시스템 문제를 해결할 수 있었다.[2],[3],[4] 즉 원하는 특성방정식을 얻고 제어기가 포함된 시스템의 전달함수를 구하여 이를 등가로 보고 풀어냄으로써 원하는 PIDA 제어기를 얻을 수 있었다. 그러나 설계된 PIDA 제어기를 사용하여 스텝응답을 살펴본 결과 스텝응답의 경우 상승시간이 매우 빠르지만 과도한 오버슈트가 발생하게된다. 또한 Shunji Manabe에 의해 제안된 CDM 기법을 이용하여 PIDA 제어기를 설계하는 경우 원하는 응답에 대해 오버슈트는 줄일 수 있으나 상승시간이 매우 늦어진다. 또한 CDM을 사용하는 경우 오버슈트는 적지만, 응답속도가 매우 늦으며, CDM에서 사용되는 안정도 지수(γ_i), 등가 시정수(τ)는 경험적으로 값을 선택하기 때문에 수학적 정의가 명확하지 않다. [5]
따라서 본 논문에서는 PD-PIDA 제어기를 제안하고자 한다. PD-PIDA 제어기는 제어시스템의 근궤적을 더욱더 안정한 형태로 변화시켜 응답속도가 빠르고 오버슈트가 적은 특성을 나타내며, 제안된 PD-PIDA 제어기를 이용하여 3상 유도전동기에 적용하고 그 결과를 비교 평가하였다.

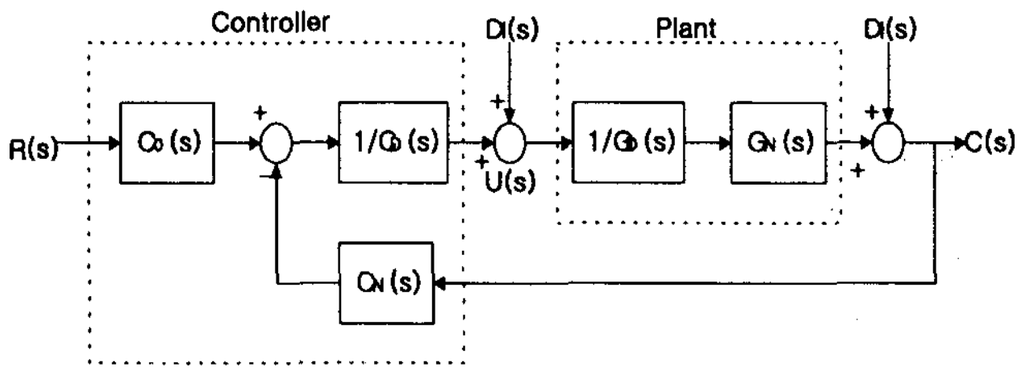

그림. 1. CDM을 이용하여 설계된 제어기의 기본 블록도

Ⅱ. PIDA 제어기 설계

1. CDM을 이용한 PIDA 제어기 설계

CDM을 사용하여 설계된 제어기는 단위계단 응

답에 대해 안정성, 그리고 강인성을 가지고 있다. 그림 1은 SISO(Single-Input Single-Output)에 대해 CDM을 이용하여 설계된 제어기의 기본 블록도 를 나타낸다. 각 블록의 다항식에서 시스템의 전달함수는 식 (1a), (1b)와 같다.[5]

$$G_D(s) = p_k s^k + p_{k-1} s^{k-1} + \cdots + p_0 \quad (1a)$$

$$G_N(s) = q_m s^m + q_{m-1} s^{m-1} + \cdots + q_0 \quad (1b)$$

그리고 제어기의 다항식은 식 (2a), (22b)와 같다.

$$C_D(s) = l_\lambda s^\lambda + l_{\lambda-1} s^{\lambda-1} + \cdots + l_0 \quad (2a)$$

$$C_N(s) = k_\lambda s^\lambda + k_{\lambda-1} s^{\lambda-1} + \cdots + k_0 \quad (2b)$$

$$C_0(s) = k_0 \quad (2c)$$

식 (1)과 (2)에서, $G_D(s)$ 는 시스템의 분모 성분, $G_N(s)$ 는 시스템의 분자성분, $C_D(s)$ 는 제어기의 분모 성분, $C_N(s)$ 는 제어기의 분자 성분을 각각 나타낸다.

여기서, $\lambda < k$, $m < k$, 이고 $C_0(s)$ 는 k_0 로 선택된다. 그림 11에서 보여준 제어시스템의 특성 다항식은 식 (3)과 같다.

$$P(s) = C_D(s)\,G_D(s) + C_N(s)\,G_N(s)$$

$$= a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_0 \quad (3)$$

$$= \sum_{i=0}^{n} a_i s^i$$

여기서, $a_0, a_1, \cdots a_n$은 특성 다항식의 계수들이다. 안정도 지수 γ_i, 등가 시정수 τ, 그리고 안정도 한계지수 γ_i^*는 식 (6), (7), (8)로 정의된다.

여기서, $a_0, a_1, \cdots a_n$은 특성 다항식의 계수들이다. 안정도 지수 γ_i, 등가 시정수 τ, 그리고 안정도 한계지수 γ_i^*는 다음과 같이 정의된다.

$$\gamma_i = \frac{a_i^2}{a_{i+1}\,a_{i-1}} \quad (4)$$

(단, 여기서 $i=n-1$)

$$\tau = \frac{a_1}{a_0} \quad (5)$$

$$\gamma_i^* = \frac{1}{\gamma_{i+1}} + \frac{1}{\gamma_{i-1}} \;:\; \gamma_0,\ \gamma_n = \infty \quad (6)$$

앞선 식들을 통하여 안정도 지수의 표준값과 등가 시정수는 다음과 같은 형태로 선택한다.

$$t_s = 2.5\tau \sim 3\tau \quad (7)$$

$$\gamma_{n-1} = \cdots = \gamma_3 = \gamma_2 = 2,\ \gamma_1 = 2.5 \quad (8)$$

일반적으로 식 (7), (8)은 원하는 단위계단 응답과 안정성에 크게 영향을 미친다. 그러나 반드시 $t_s = 2.5\tau$, $\gamma_2 \sim \gamma_{n-1} = 2$ 로써 선택할 필요는 없다. 즉 τ에 대해 다른 식 ($t_s = 3\tau$)을 선택하거나, γ_2 이상을 2.5로 선택해도 무관하다. 안정도 지수와 한계 안정도 지수와의 상관관계는 식 (9)와 같다.

$$\gamma_i > 1.5\,\gamma_i^* \quad (9)$$

만약 식 (3)과 같은 조건을 만족한다면 안정도 지수는 식 (10)과 같이 정의된다.

$$p_k / p_{k-1} > \tau / (\gamma_{n-1}\gamma_{n-2}\cdots\gamma_1) \quad (10)$$

여기서 p_k와 p_{k-1}은 제어기의 k와 k_{n-1}항에 해당한다. 만약 식 (10)의 조건을 만족하지 못한다면 첫 번째, γ_{n-1}을 증가시키고, 그런 다음 γ_{n-2}를 증가시키는 형태로 한다. 나머지 값들도 같은 방법으로 변화시키면 식 (10)를 만족하게 된다. 식 (4) ~ (8) 로부터 계수 a_i를 식 (11)과 같이 표현 할 수 있다.

$$a_i = a_0\tau^i \frac{1}{\gamma_{i-1}\cdots\gamma_2^{i-2}\gamma_1^{i-1}} = a_0\tau^i \prod_{j=1}^{i-1} \frac{1}{(\gamma_{i-j})^j} \quad (11)$$

따라서 특성다항식은 식 (12)와 같다.

$$P(s) = a_0\left[\left\{\sum_{i=2}^{n}\left(\prod_{j=1}^{i-1}\frac{1}{\gamma_{i-j}^j}\right)(\tau s)^i\right\} + \tau s + 1\right] \quad (12)$$

2. PD 형 전보상기를 이용한 PIDA 제어기 설계

본 논문에서는 제어시스템의 성능규격을 만족하면서, 빠른 응답특성과 안정성, 그리고 강인성을 가지는 PD-PIDA 제어기를 설계한다. 일반적으로 하나의 강건한 제어기 설계 방법으로서 요구되는 시스템의 성능지수를 수치적으로 최적화하는 방법이 있다. 이 방법을 사용하면 제어 대상의 차수에 관계없이 정해져 있는 변수를 사용하게 되므로 매우 간단하게 PIDA 제어기를 설계할 수 있지만, 만약에 시스템을 주어진 성능규격을 따르는 지수 외에 다른 성능규격을 따라 가도록 하려면 다시 그 기준에 맞는 지수를 구해야 하는 단점이 있다. 또한 외란이 있을 경우에 그에 대한 영향을 최소화하기가 어렵다. 그러므로 아무런 기준의 제약없이 쉽게 효율적으로 제어기를 설계할 수 있는 방법이 필요하다. 본 논문에서는 임의로 주어진 성능규격을 만족하기 위해 해석적인 설계 방법을 통하여 설계한 제어기가 영점과 열세근의 시스템 수행에 대한 나쁜 영향들을 최소화하도록 우세근을 더욱 지배적으로 조정함으로써 제어기를 설계하는 과정에서 오는 시행착오의 번거로움을 줄이고자 한다. 설계 기법은 Jung&Dorf 방법을 이용하여 수학적으로 규명하고 오버슈트를 줄이기 위하여 PD형 전보상기를 추가하여 PD-PIDA 제어기를 설계한다. PD-PIDA 제어기에서 PD 보상기의 기능은 제어시스템의 근궤적을 변화시키는데 목적이 있다. 이는 설계하고자 하는 PIDA 제어기의 설계기법에서 안정화된 응답특성을 얻기 위하여 PD형 보상기를 추가함으로써 근의 위치를 좀더 안정된 형태로 변화시키는 것이다.

Ⅲ. 시뮬레이션

본 논문에서 제안한 PD-PIDA 제어기를 이용한 경우와 Jung & Dorf 방법에 의해 설계된 PIDA 제어기에 대한 시뮬레이션 결과를 살펴보았다. 설계된 제어기에 대한 원하는 성능규격은 다음과 같이 설정하고, AC 유도모터에 대해 시뮬레이션 하였다.

$$t_s \leq 2\text{초},\ P.O = 5\,\%$$

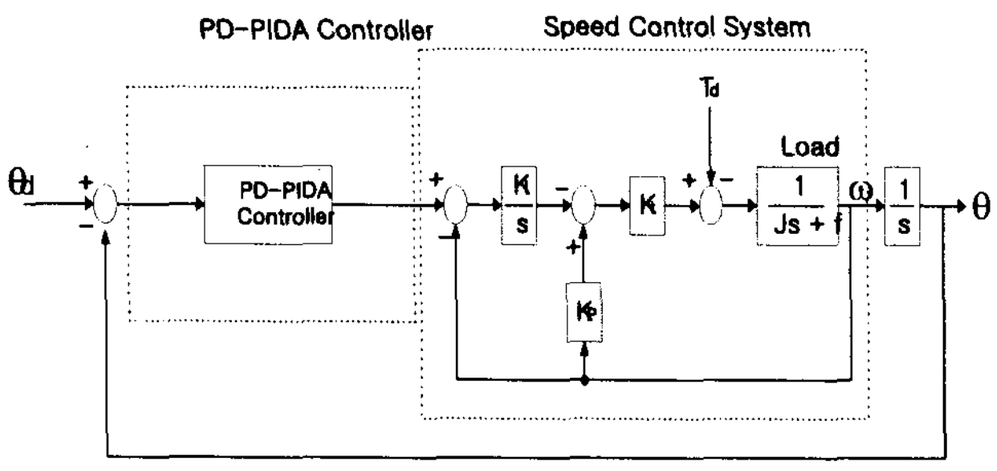

그림 2. 3상 유도전동기의 위치제어 시스템

그림 3은 3상 유도전동기의 위치제어 시스템의 블록도를 나타낸 것이다. 유도전동기의 전달함수는 식 (13)과 같다.

$$G(s) = \Theta_d \frac{(s)}{\Theta(s)} = \frac{K_I K_t}{s(Js^2 + (f + K_P K_t)s + K_I K_t)} \quad (13)$$

Jung & Dorf 방법을 이용하여 3상 유도전동기를 시뮬레이션 하기 위하여 성능규격을 퍼센트 오버슈트 = 5%, 정착시간 = 1 sec로 설정하면 다음과 같은 감쇠율과 고유진동수를 얻을 수 있다.

$$\zeta = 0.7244,\ \omega_n = 2.7618$$

이 값을 통해 원하는 실수근 r, R을 다음과 같이 선택한다.

$$r = 28,\ R = 2$$

그림 4의 결과에서 Jung&Dorf 방법을 사용한 경우, 많은 오버슈트를 발생시켜 퍼센트 오버슈트 = 5%라는 성능규격을 만족할 수 없었으나 정착시간은 성능규격내에서 응답하였다.

본 논문에서 제안한 PD-PIDA 제어기를 이용하여 3상 유도전동기의 단위계단 응답에 대해 시뮬레이션 하였다. 시뮬레이션 결과 앞서 보았던 Jung&Dorf 방법과 비교하여 응답이 빠르고 오버슈트도 적어 성능규격을 충분히 만족하여 우수한 특성을 보인다. 시뮬레이션에서 사용된 계수는 다음과 같다.

$\zeta = 0.7244,\ \omega_n = 2.7618,\ K_P = 1.2,$
$K_D = 0.3,\ r = 28,\ R = 2$

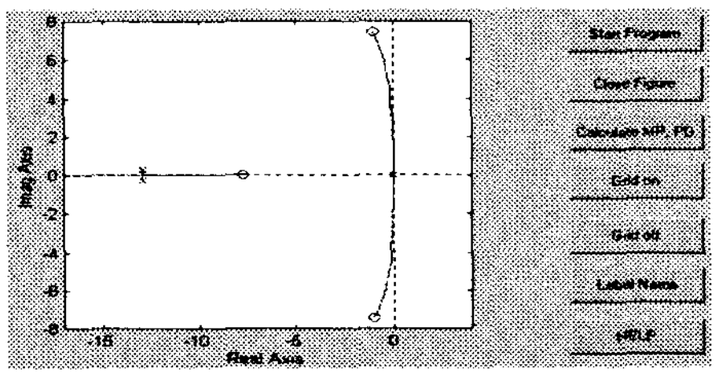

그림 3. 근궤적도 (Jung&Dorf 방법)

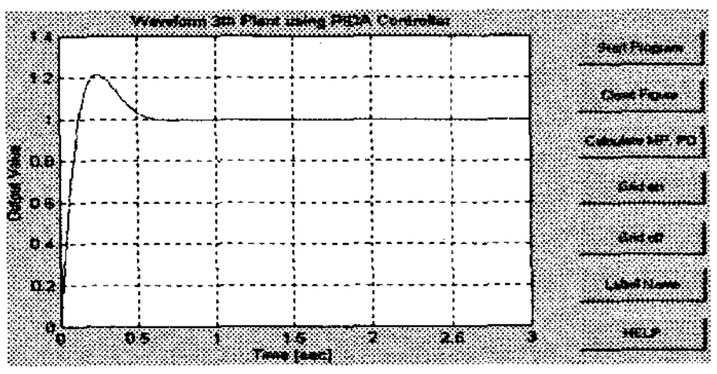

그림 4. 계단응답 (Jung&Dorf 방법)

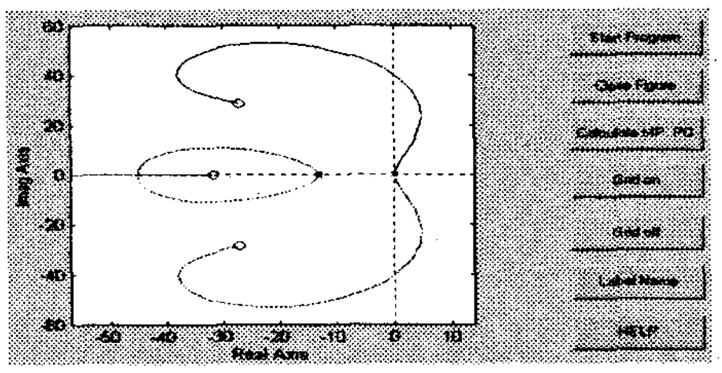

Fig. 5. 근궤적도 (PD-PIDA 제어기)

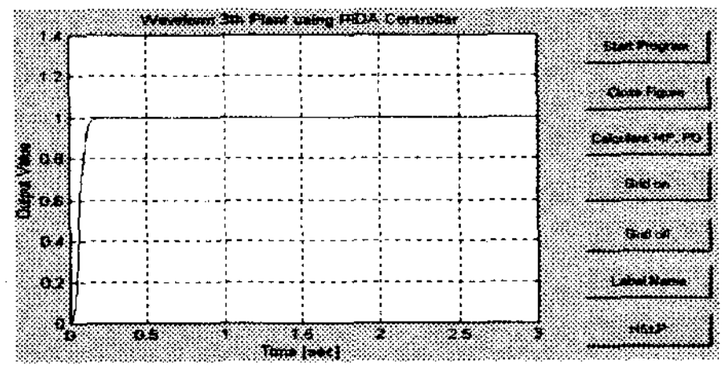

그림 6. 계단응답(PD-PIDA 제어기)

Ⅳ. 결 론

본 논문에서는 PIDA 제어기를 설계하여 3차 시스템에 대하여 시뮬레이션하고 이를 3상 유도전동기의 위치제어에 적용하여 그 결과를 살펴보았다. PIDA 제어기 설계 기법으로는 Jung&Dorf 방법과 Shunji Manabe의 CDM이 있다.[Jung&Dorf 방법을 이용하는 경우 PIDA 각 계수값에 대한 수학적 정의가 명확하다. 즉 원하는 근의 위치를 구함으로써 요구되는 응답특성에 대한 정확한 계수값을 구할 수 있다. 그러나 Jung&Dorf 방법을 사용한 경우, 3차 시스템, 특히 2형 시스템(0인 극점이 2개)인 경우 초기에 큰 오버슈트를 수반한다. 그리고 Shunji Manabe의 CDM을 이용하여 설계된 PIDA 제어기의 경우 응답시간이 늦다. 또한 PIDA 제어

기 설계시 사용되는 지수들, 즉 안정도 지수(γ_i)와 시정수(τ_s)가 경험적으로 얻어진 것이기 때문에 수학적으로 정의할 수가 없다. 따라서 본 논문에서는 수학적 정의를 명확하게 내릴 수 있는 Jung&Dorf 방법을 이용하면서 초기에 발생되는 오버슈트를 줄이기 위하여 제어기 전단에 보상기 역할을 수행하는 PD형 보상기를 추가하여 PD-PIDA 제어기를 제안하였다. 제안한 제어기를 이용하면 초기에 발생되는 오버슈트를 줄일 수 있었고, 여러 가지 형태의 3차 시스템에 적용할 경우에도 기존의 방법들에 비해 우수한 특성을 얻을 수 있었다.

참고문헌

1. P. N. Paraskevopoulos, "On the design of PID output feedback controllers for linear multi-variable systems", IEEE Trans. on Industrial Electronics and Control Instrumentation, vol. IECI-27, pp. 16-18, Feb, 1980.

2. R. C. Dorf and D. R. Miller, "A method for enhanced PID controller design", Journal of Robotics and Automation, vol. 6, pp. 41-47, 1991.

3. R. C. Dorf and R. H. Bishop, Modern Control Systems, 7th edition, Addison Wesley, 1995.

4. Seul Jung and Richard C. Dorf, "Analytic PIDA Controller Design Technique for A Third Order System", Proc. of 35th, Conference on Decision and Control, Kobe, Japan, 1996, pp. 2513-2518

5. Photong Pathm Ngamwiwit Jongkol, Tirasesth Kitti, Komine Noriyuki, Manabe Shunji, "PIDA Controller Design by CDM", Proc. of 13th, KACC, 1998, pp. 395-400