
부채꼴 요소법을 이용한 3 차원 도자기 모델링

Pottery Modeling Using Circular Sector Element Method

이재봉, Jaebong Lee*, 한갑종, Gabjong Han**, 최승문, Seungmoon Choi***

요약 이 논문에서는 부채꼴 모양을 가진 요소의 집합으로 3 차원 도자기 모델을 구성하고 사용자가 촉감을 느끼면서 가상공간의 도자기를 제작할 수 있도록 하는 새로운 모델을 제안한다. 변형체를 다루기 위해 기존에 사용하던 유한 요소법(finite element method)과 같은 방법은 모델이 복잡하고 연산량이 많아 실시간 햅틱 렌더링(haptic rendering)에 사용하기에는 많은 제약이 있다. 제안한 모델에서는 도자기 모양의 특징에 착안하여 부채꼴 모양을 가진 요소들이 원통 형태로 모여 쌓여있는 구조를 이용하였다. 이를 통해 요소의 개수를 줄이고 복잡한 연산을 최대한 단순화면서 효율적인 모델링이 가능하도록 하였다.

Abstract This paper presents a fast modeling technique of virtual pottery using force feedback based on a circular sector element method. Previous techniques for simulating deformable objects such as finite element method (FEM) are limited in real-time haptic rendering due to their complexity and expensive computational cost. In our model, circular sector elements which fully represent features of pottery's shape are closely gathered and piled together. This allows efficient deformable object modeling through a decrease in the number of elements and reducing computational cost.

핵심어: *deformable object rendering, pottery modeling, virtual reality*

*주저자: 포항공과대학교 컴퓨터공학과 석박사통합과정 e-mail: novaever@postech.ac.kr

**공동저자: 포항공과대학교 컴퓨터공학과 석박사통합과정 e-mail: hkj84@postech.ac.kr

***교신저자: 포항공과대학교 컴퓨터공학과 교수 e-mail: choism@postech.ac.kr

1. 서론

도자기 체험 학습은 학교, 기업 및 각종 단체의 교육이나 연수 목적으로 자주 선택하는 주제이다. 하지만 대부분의 도자기 체험 학습장에서는 물레 없이 점토를 손으로 만져가며 도자기를 만들거나 표면에 그림을 그리는 정도의 체험을 할 수 있을 뿐, 직접 물레를 돌려가며 도자기를 성형하는 것을 체험하기란 쉽지 않다. 이 때 가상 현실을 이용하면 얻을 수 있는 몇 가지 장점이 있다. 먼저 기본적인 시스템 구축 이외의 추가적인 비용이나 노력이 거의 들지 않는다. 또한 특정 장소나 환경에 구애 받지 않기 때문에 사용자가 보다 쉽고 편리하게 접근 할 수 있다. 컴퓨터와 인터넷을 통해 도자기와 관련된 다른 콘텐트와 쉽게 연동하여 교육적인 효과를 극대화 할 수 있는 것도 장점이다.

도자기 성형과 같은 변형체(deformable object)를 다루는 방법에 관한 연구는 물리적인 요소를 고려하지 않고 시각적인 변형을 다루는 프리폼 디포메이션(free-form deformation) [1]에 관한 연구와 물리적인 성질을 고려해서 변형을 하는 유한 요소법 [2,3]에 관한 연구로 나눌 수 있다.

프리폼 디포메이션은 베지어(bezier) 곡선을 3 차원으로 확장하여 격자의 움직임을 통하여 곡면의 모양을 변화시키는 방법이다. 이에 관한 연구는 1986년 Barr [1] 가 맨 처음 이 방법을 발표한 아래로 Sanderberg [4], Coquillart [5,6] 등에 의해 계속해서 발전해 왔으며, 이 방법을 이용하여 도자기를 모델링 한 연구들이 많이 존재한다. Nishino [7]는 제스처 인터페이스를 통해 글로벌 및 로컬 프리폼 디포메이션을 수행하고 이를 통한 도자기 모델링 결과를 입체 영상 및 진동 피드백을 통해 주었다. 비슷한 연구로 Kameyama [8]는 글로벌 프리폼 디포메이션으로 모델링 한 결과를 입체 영상 및 진동을 통해 전달하는 시스템을 개발하였다. Han [9]은 중강 현실을 통해 가상 환경의 도자기를 제작할 수 있는 시스템을 개발하였다. 그러나 프리폼 디포메이션은 물체의 모양을 수식으로 표현하기 때문에 한 점에 대한 직접적인 조작이 쉽지 않고 기본적으로 시각적인 변형을 위한 방법이므로 물리적인 피드백을 주는 햅틱 렌더링을 구현하기에는 어려움이 있다.

변형체를 다루는 또 다른 방법인 유한 요소법은 물체를 특정 요소의 집합으로 보고 그 요소들 사이의 상호작용을 통해 모델을 나타낸다. 유한 요소법은 물리적인 환경이 잘 적용된 모델링이 가능하지만 계산해야 할 요소의 수가 많기 때문에 1000Hz 정도의 속도를 요구하는 실시간 햅틱 렌더링에 사용하기에는 제약이 있다. 그래서 이를 개선하기 위한 유한 요소법의 다양한 개량형이 존재한다. 간단한 질량과 스프링을 사용하여 모델링 한 연구 [10,11], 내부 구조는 미리 계산한 후 표면 요소들의 상호작용을 고려하는 방법(boundary element method) [12~14], 그리고 긴 요소들이 2 차원으로 모인 형태로 구성하여 연산량을 줄이는 방법(long element method) [15] 등이 제안되었다. 현재 변형이 이루어지고 있는 부분은 잘게

쪼개고 나머지 부분은 큰 요소를 사용하는 방법 [16, 17]도 있다. 이외에도 유한 요소법의 느린 속도를 보완하기 위한 다양한 연구들이 있다 [18~21].

이 논문에서는 유한 요소법을 개량한 여러 가지 방법을 기초로 하여 도자기라는 특정 모델에 맞게 최적화 된 방법을 제시한다. 이미 이전 논문에서 도자기를 원통형 요소의 1 차 배열로 나타내는 방법으로 시스템을 구축하고 실행 시간을 크게 단축시켰다 [22]. 하지만 이 경우 모델이 지나치게 단순화 되어 현실감이 다소 떨어지고 원형으로 대칭되는 형태의 도자기만 성형할 수 있는 단점이 있었다. 본 논문에서는 이를 개선하기 위해 이전 방법을 확장하여 원통을 잘게 쪼갠 부채꼴 형태의 요소로 도자기를 구성하는 방법을 사용하고 이를 부채꼴 요소법이라 명명한다. 이 방법을 통해 보다 다양한 형태의 도자기를 제작할 수 있고 더 나은 현실감을 얻을 수 있었다.

논문의 구조는 다음과 같다. 먼저 2 장에서 부채꼴 요소법의 구조에 관해 설명하고, 3 장에서는 충돌 체크나 요소 변형, 사용자에게 전달하는 힘 계산에 사용하는 알고리즘을 설명한다. 4 장에서는 실제 구현에 관한 세부적인 사항과 성능 테스트 및 모델링 결과를 살펴보고, 5 장에서는 결론을 기술한다.

2. 도자기 모델의 구조

2.1 모델의 구조

부채꼴 요소법에서는 그림 1과 같이 부채꼴 모양 요소의 집합으로 도자기 모델을 구성한다. 이 모델을 사용하면 긴 요소를 사용하는 방법과 같이 요소의 2 차원 집합으로 모델을 구성할 수 있고, 요소의 변형을 도자기 표면에서 중심축을 향하는 방향으로만 제한할 수 있으므로 변형 연산을 단순화 할 수 있다. 또한 원통형 요소를 이용하는 방법에서 도자기와 햅틱 도구(HIP; Haptic Interface Point)의 거리 연산으로 간단하게 충돌 체크를 할 수 있는 것처럼, 부채꼴 요소법에서도 중심축으로부터의 거리와 각을 통해 쉽게 충돌 체크를 할 수 있다.

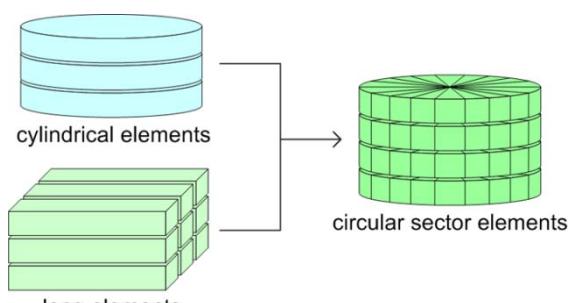


그림 1. 부채꼴 요소법

2.2 좌표축과 기호의 정의

그림 2에서 좌표축을 중심에 두고 있는 원통은 도자기를 나타내고 오른쪽의 작은 구는 HIP를 나타낸다. 도자기를 이루는 각 요소의 끝 점은 S^i 로 나타내며,

인덱스를 명시할 필요가 없는 경우에는 간단히 \mathbf{S} 로 표시한다. 각 요소는 원통 좌표계를 사용하여 기준면으로부터의 높이 S_h , x 축으로부터의 각 S_s 그리고 중심축으로부터의 거리 S_r 로 정의하며, 인덱스를 명시해야 할 경우에는 S_h^i , S_s^i , S_r^i 로 나타낸다. HIP의 중심은 \mathbf{H} , 반지름은 H_r 로 나타내며 y 축과 \mathbf{H} 사이의 거리는 d 로 정의한다. 이 기호들은 논문 전체에 걸쳐서 다른 추가적인 설명 없이 사용하도록 한다. 어떤 벡터 \mathbf{X} 의 좌표를 풀어서 쓸 경우, 좌표축의 이름을 명시하여 (X_x , X_y , X_z)로 쓴다.

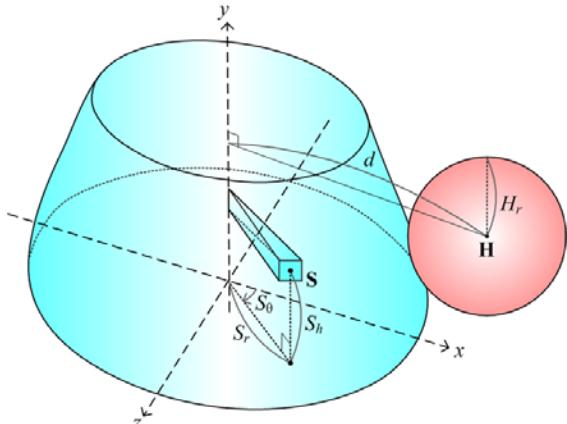


그림 2 좌표축과 기호의 정의

3. 부채꼴 요소법

3.1 충돌 체크

도자기 모델링을 위한 첫번째 단계는 HIP를 상징하는 구와 충돌하고 있는 부채꼴 요소를 모두 찾아내는 것이다. 이를 위해 먼저 충돌 체크를 수행할 요소의 범위를 정하고, 충돌 체크의 종류를 정한 후, 실제 계산을 수행하는 순서로 진행한다.

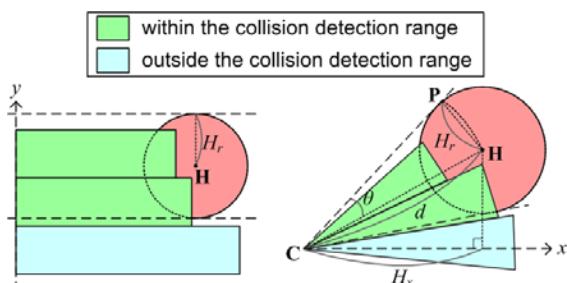


그림 3. 충돌 체크 범위를 구하는 방법

충돌 체크를 수행할 요소의 범위는 그림 3과 같이 수직 요소에 대한 계산과 수평 요소에 대한 계산으로 나누어서 구한다. 그림 3의 θ 는 부채꼴 CHP의 호의 길이와 H_r 이 균사적으로 같다고 생각하고 원주각에 대한 공식을 이용하여 계산한다. 모든 부채꼴 요소 \mathbf{S}^i 에 대하여, (1)의 수직 요소 제한 조건을 만족하는 S_h^i , (2)의 수평 요소 제한 조건을 만족하는 S_s^i 를 가지는 요소만을 먼저 선별한다.

$$S_h^i \in [H_y - H_r, H_y + H_r] \quad (1)$$

$$S_s^i \in \left[\cos^{-1}\left(\frac{H_x}{d}\right) - \frac{H_r}{d}, \cos^{-1}\left(\frac{H_x}{d}\right) + \frac{H_r}{d} \right] \quad (2)$$

부채꼴 요소법에서는 모델의 정의상 그림 4와 같이 한 점을 깊게 파고 들어간 후 옆으로 밀면서 변형하는 경우는 올바로 표현 할 수 없는 근본적인 제약이 있다. 이렇게 부채꼴 요소의 측면에서부터 충돌이 일어나는 경우를 선 충돌 체크, 요소의 끝 점에서부터 충돌이 일어나는 경우를 점 충돌 체크라 하고 이 둘을 서로 구분하여 충돌 체크를 한다. 선 충돌 체크의 경우 그림 4의 오른쪽과 같이 각 요소가 HIP와 만나는 두 접점 중 도자기의 중심축에서 가까운 방향에 있는 접점까지 요소의 길이를 줄이는 방법을 사용하였다.

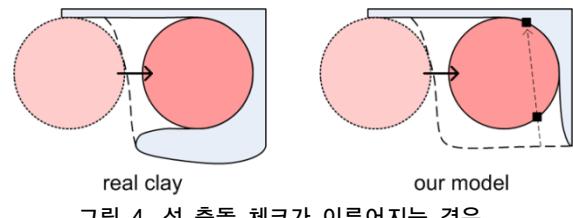


그림 4. 선 충돌 체크가 이루어지는 경우

수행할 충돌 체크의 종류는 d 와 S_r 을 비교하여 결정한다. 그림 5에서 보면, S_r^1 은 d 보다 작으므로 점 충돌 체크를 수행하고 S_r^2 는 d 보다 크기 때문에 선 충돌 체크를 수행한다.

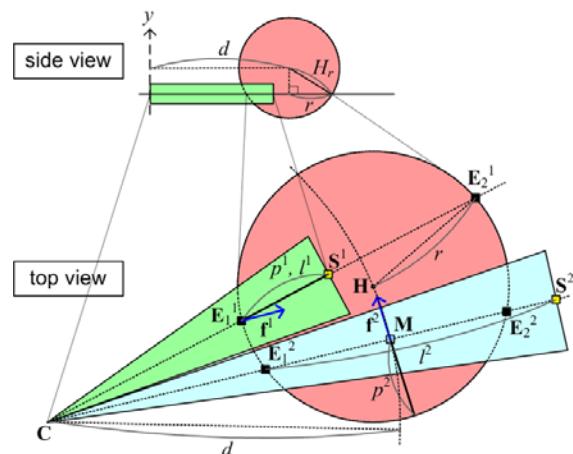


그림 5. 점 충돌과 선 충돌 알고리즘

충돌 체크의 종류를 정했으면 각 알고리즘에 따라 충돌 체크를 수행한다. 그림 5의 아래 그림은 현재 충돌 체크 중인 요소의 높이에서 y 축에 수직인 평면으로 잘라 그 단면을 위에서 내려다 본 것이다. 이 때 중심축인 y 축과 만나는 점을 \mathbf{C} , HIP 단면의 반지름을 r 이라 한다. \mathbf{C} 와 \mathbf{S} 를 잇는 연장선이 HIP 단면과 만나는 두 교점을 \mathbf{C} 와 가까운 순서대로 \mathbf{E}_1 , \mathbf{E}_2 라 한다. 점 충돌 체크의 경우, \mathbf{C} 와 \mathbf{E}_1 사이의 거리를 S_r 과 비교해서 충돌 여부를 알아내고, 선 충돌의 경우에는 \mathbf{E}_1 과 \mathbf{E}_2 의 중심점 \mathbf{M} 을 찾아 그 점이 HIP 단면의 반지름 r 안에 들어가면 충돌한 것으로 본다. 즉, (3)을 이용해 각 요소의 충돌 깊이 p^i 를 구하고 p^i 가 0보다 크면 충돌한 것으로 판정한다.

$$p^i = \begin{cases} S_r^i - \|\mathbf{E}_1^i - \mathbf{C}\| & \text{(point)} \\ r - \|\mathbf{H} - \mathbf{M}^i\| & \text{(line)} \end{cases} \quad (3)$$

3.2 요소 변형

요소의 변형은 점성 η 와 변형량 ε , 힘 σ 에 대해 점성을 가진 물체에 관한 공식 (4)를 이용한다 [23].

$$\sigma = \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (4)$$

각 요소와 HIP가 충돌했을 경우, 충돌 체크 종류에 상관 없이 그림 5의 \mathbf{E}_1 까지 요소의 길이를 줄인다. 따라서 변형해야 할 길이 l^i 는 (5)로 구한다. (점 충돌 체크의 경우 p^i 와 l^i 가 같다).

$$l^i = S_r^i - \|\mathbf{E}_1^i - \mathbf{C}\| \quad (5)$$

변형량과 힘 사이에는 비례 관계가 있으므로 요소가 받은 힘은 l^i 에 비례한다고 가정한다. 정해진 단위 시간(1ms)마다 연산을 수행하는 것을 고려하면 (6)으로 정리할 수 있다. 여기서 ΔS_r^i 은 단위 시간 당 S_r^i 의 변형량, c_η 는 도자기의 점성과 비례하여 가상 공간에 맞게 조정된 계수이다.

$$\Delta S_r^i = \frac{l^i}{c_\eta} \quad (6)$$

3.3 사용자에게 전달하는 힘

사용자에게 전달하는 힘 \mathbf{F} 는 충돌한 각 요소에서 발생하는 점성에 의한 저항력 \mathbf{F}_v^i 와 물레의 회전에 의한 마찰력 \mathbf{F}_r 를 모두 더하여 (7)로 구한다.

$$\mathbf{F} = \sum_i \mathbf{F}_v^i + \mathbf{F}_r \quad (7)$$

도자기의 각 요소는 변형되며 점성에 의한 저항력을 준다. 저항력의 방향 \mathbf{f}^i 는 그림 5와 같이 충돌 반대 방향이며 충돌 체크 종류에 따라 (8)을 이용해 계산한다. 힘과 변형량 사이에는 비례관계가 있으므로 각 요소에서 발생하는 점성에 의한 저항력 \mathbf{F}_v^i 는 저항 계수 c_v 에 대해 (9)로 구한다.

$$\mathbf{f}^i = \begin{cases} \frac{\mathbf{H} - \mathbf{E}_1^i}{\|\mathbf{H} - \mathbf{E}_1^i\|} & \text{(point)} \\ \frac{\mathbf{H} - \mathbf{M}^i}{\|\mathbf{H} - \mathbf{M}^i\|} & \text{(line)} \end{cases} \quad (8)$$

$$\mathbf{F}_v^i = c_v p^i \mathbf{f}^i \quad (9)$$

또한 물레를 회전시키며 도자기를 성형할 때는 회전에 의한 마찰력을 준다. 마찰력은 수직항력과 마찰 계수의

곱으로 구할 수 있다. HIP에 작용하는 수직항력이 최대 충돌 깊이에 비례한다고 가정하면 마찰력은 마찰 계수 c_r 과 회전 방향의 접선 단위 벡터 \mathbf{t} 에 대해 (10)으로 구할 수 있다.

$$\mathbf{F}_r = c_r \max_i(p^i) \mathbf{t} \quad (10)$$

현실에서는 도자기 표면을 조금씩 세게 누를 때 서로 접하는 면의 넓이가 연속적으로 증가하지만 유한 요소를 이용한 가상 환경에서는 HIP와 충돌하는 요소의 수가 불연속적으로 증가한다. 따라서 (7)의 시그마 항 때문에 조금씩 떨리는 불안정한 힘이 발생하게 된다. 구축한 가상 환경에서는 무빙 에버리지 필터를 이용하여 이 문제를 개선하였다.

3.4 좁히기 모드와 넓히기 모드

3.3 장까지 설명한 알고리즘을 조금만 변형하면 내부에서 힘을 주어 도자기의 폭을 넓히는 방식의 성형도 쉽게 구현이 가능하다. 부채꼴 형태의 요소들이 도자기 바깥쪽으로 무한대의 길이로 연장되어 있다고 생각하고 좁히기 모드에서 했던 계산을 반대로 수행하면 넓히기 모드를 구현할 수 있다. 예를 들면 좁히기 모드에서는 그림 5의 S_r 과 \mathbf{E}_1 을 비교하여 점 충돌을 체크하고 변형량이나 힘을 계산하는데 넓히기 모드에서는 \mathbf{E}_1 대신 \mathbf{E}_2 를 비교하기만 하면 (11)과 같이 거의 동일한 수식과 방법으로 p^i 의 계산이 가능하다. 다른 모든 알고리즘도 이와 비슷한 방법으로 쉽게 확장 할 수 있다.

$$p^i = \|\mathbf{E}_2^i - \mathbf{C}\| - S_r^i \quad (\text{point}) \quad (11)$$

4. 구현

4.1 점수

3.1 장에서 설명했듯이 부채꼴 요소법이 가지는 제약으로 인해 표현 할 수 없는 몇 가지 형태가 있다. 그 중 대표적인 것은 그림 7과 같이 한 지점만 집중적으로 변형하며 중심 근처까지 HIP를 밀어 넣는 경우에 나타난다. 이와 같은 문제는 항상 선 충돌이 일어날 때 발생하며, 점 충돌만 일어날 때는 이런 현상이 일어나지 않는다.

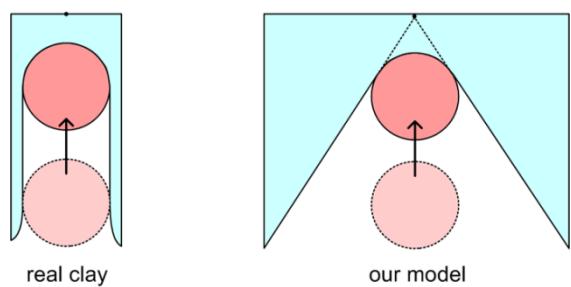


그림 6. 중심까지 한 점을 밀고 들어가는 경우

선 충돌은 도자기를 단계적으로 부드럽게 성형하지 않고 한 점만 집중적으로 밀어 넣거나 갑자기 큰 힘을 주어

성형하는 경우에 일어난다. 실제 도자기를 만들 때에도 이런 경우는 올바른 성형이라고 볼 수 없으며 결과적으로 도자기 표면에 구멍이 나거나 모양이 심하게 어그러지게 된다. 도자기 가상 환경 구축의 목적이 문화 체험이라는 교육적인 것에 있으므로, 이점에 착안하여 잘못된 성형과 잘 된 성형을 구분하여 점수를 매기는 방식으로 프로그램을 구현하였다. 선 충돌 요소수가 적정 수준 이상을 넘어서면 벌점을 주지만 점 충돌 위주의 올바른 성형을 할 때에는 점수가 올라간다. 올바른 성형을 오랜 시간 동안 유지하면 점수가 누적되어 큰 점수를 얻을 수 있기 때문에 흥미를 잃지 않고 도자기를 만들 수 있다.

4.2 가상 HIP

화면에 도자기를 출력할 때, 도자기 표면의 두께를 얇게 그리면 충돌면의 반대 방향으로 HIP 의 일부분이 돌출되는 문제가 발생한다. 그림 6은 한 개의 요소에 HIP 가 충돌한 것을 가정한 그림이다. 이 때 C 와 H 를 잇는 직선 방향으로 p 만큼 HIP 를 이동시키면 어떤 각도에서 충돌하더라도 요소의 끝 점 S 밖으로 벗어날 수 있다. 즉, 최대 충돌 깊이만큼 가상 HIP 를 이동하면 가상 HIP 는 도자기 표면을 관통하지 않는다. 이 방법을 사용하면 가상 HIP 와 도자기 표면 사이에 약간의 간격이 생기는 단점이 있지만 그 간격이 크지 않으므로 단순한 방법을 통해 빠른 실행 속도의 이점을 취하였다.

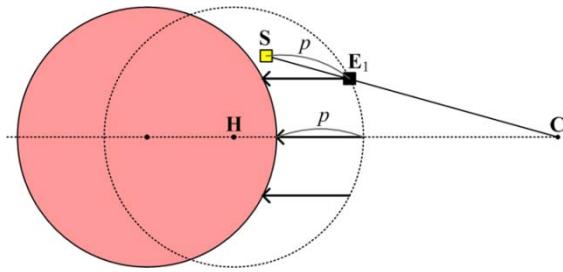


그림 7. 가상 HIP 위치의 계산

4.3 성능 테스트

테스트 시스템은 Intel Pentium4 3.2GHz CPU, 1.00GB 메모리, NVIDIA Geforce 8800 GTS 그래픽 카드, 그리고 Sensable 사의 PHANTOM Omni 로 구성하였다.

수직 200 개 (0.36mm), 수평 180 개 (2°), 총 36,000 개 요소			
충돌 요소수 (개)	51	103	152
시간 (μs)	85.9	126.1	171.0
충돌 요소 100 개당	168.5	122.5	112.5
수직 400 개 (0.18mm), 수평 360 개 (1°), 총 144,000 개			
충돌 요소수 (개)	235	509	720
시간 (μs)	321.8	577.0	789.5
충돌 요소 100 개당	136.9	113.4	109.7
수직 800 개 (0.09mm), 수평 720 개 (0.5°), 총 576,000 개			
충돌 요소수 (개)	988	1725	2526
시간 (μs)	1365.6	2027.5	2747.9
충돌 요소 100 개당	138.2	117.5	108.8

표 1. 실행 속도 측정 결과

다양한 해상도의 도자기에 대해 충돌 체크, 요소 변형 그리고 힘 전달에 이르기까지 전체 계산을 한 번 수행하는데 걸리는 시간을 마이크로 초 단위로 측정하여 표 1 에 정리하였다. 테스트 시스템에서 수직 0.18mm, 수평 1° 의 매우 조밀한 해상도를 가진 도자기에 대해 1000Hz 의 햄팅 처리가 가능함을 확인 할 수 있다.

4.4 도자기 모델링 결과

그림 8 에 가상 환경에서 제작한 다양한 모양의 도자기를 나열해보았다. 왼쪽 위는 넓히기 성형을 통해 대접 모양을 만든 것이고, 오른쪽 위는 좁히기와 넓히기 모드를 번갈아 사용하면서 만든 도자기이다. 왼쪽 아래는 물레 성형에 의한 도자기 표면의 결이 현실적으로 잘 나타남을 보여주고 있으며 일정 간격으로 점을 찍어 놓은 것을 통해 비대칭적인 모양의 도자기를 만들 수 있음을 알 수 있다. 마지막으로 오른쪽 아래는 도자기 내부에서 무작위로 점을 찍으며 넓히는 방법으로 유통불통한 모양의 도자기를 만들어보았다.

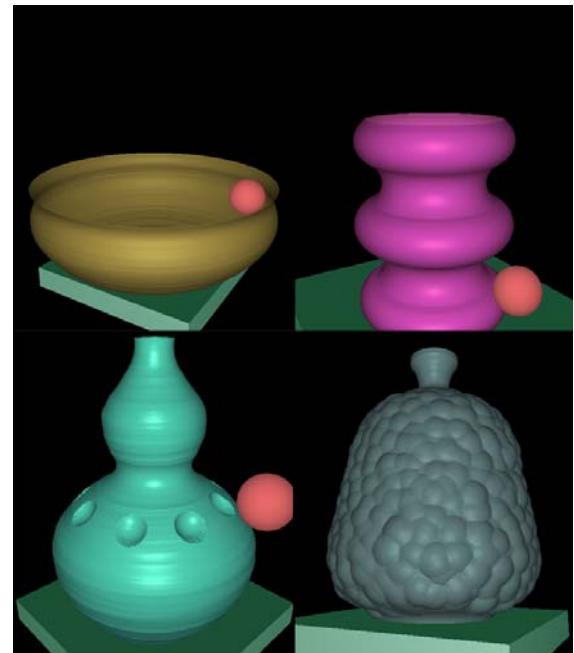


그림 8. 다양한 도자기 성형 결과

5. 결론

가상 환경에서 변형체를 모델링 하기 위해 사용되었던 다양한 방법의 장점을 취합하여 도자기라는 주제에 적합하게 개선하였다. 이를 통해 일반적인 성능의 컴퓨터 시스템에서 수십 만개의 요소에 대해 고속처리가 가능함을 확인할 수 있었다.

지금은 HIP 의 모양이 구로 한정되어 있기 때문에 한면을 평평하게 다듬거나 타원 모양의 도자기를 만드는 것과 같은 성형을 하기가 현실적으로 어려운 점이 있다. 충돌 체크 알고리즘을 확장하여 HIP 의 모양을 구 외에 다른 도형으로 바꾸며 성형할 수 있도록 하면 다양한 모양의 도자기를 보다 쉽게 만들 수 있을 것이다. 처음에

소개했던 것처럼 도자기와 관련된 다양한 콘텐트를 충분히 추가해 프로그램을 제작하면 교육적으로 활용할 수 있는 유용한 기술이 될 것이다.

참고문헌

- [1] A. H. Barr, "Global and Local Deformations of Solid Primitives", Proc. the 11th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, pp. 21–30, 1984.
- [2] J. Lee and G. Hirota, "Modeling Real Objects Using Video See-Through Augmented Reality", Presence: Teleoperators and Virtual Environments, Vol. 11, No. 2, pp. 144–157, 2002.
- [3] O. C. Zienkiewics, R. L. Taylor, P. Nithiarasu, and J. Z. Zhu, "The Finite Element Method", Elsevier/Butterworth-Heinemann, 2005.
- [4] T. W. Sederberg and S. R. Parry, "Free-Form Deformation of Solid Geometric Models", Proc. the 13th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, pp. 151–160, 1986.
- [5] S. Coquillart, "Extended Free-Form Deformation: a Sculpturing Tool for 3D Geometric Modeling", Proc. the 17th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, Dallas, TX, USA, pp. 187–196, 1990.
- [6] S. Coquillart and P. Jancene, "Animated Free-Form Deformation: An Interactive Animation Technique", Proc. the 18th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, pp. 23–26, 1991.
- [7] H. Nishino, K. Utsumiya, D. Kuraoka, K. Yoshioka, and K. Korida, "Interactive Two-Handed Gesture Interface in 3D Virtual Environments", Proc. the ACM Symposium on Virtual Reality Software and Technology, pp. 1–8, 1997.
- [8] K. Kameyama, "Virtual Clay Modeling System", Proc. the ACM Symposium on Virtual Reality Software and Technology, Lausanne, Switzerland, pp. 197–200, 1997.
- [9] G. Han, J. Hwang, S. Choi, and G. J. Kim, "AR Pottery: Experiencing Pottery Making in the Augmented Space", Lecture Notes on Computer Science (Virtual Reality, HCII 2007), Vol. 4563, pp. 642–650, 2007.
- [10] F. Conti, O. Khatib, and C. Baur, "Interactive Rendering of Deformable Objects Based on a Filling Sphere Modeling Approach", Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 3716–3721, 2003.
- [11] C. Mendoza, C. Laugier, I. R. A. Zirst, and F. Saint Martin, "Simulating Cutting in Surgery Applications Using Haptics and Finite Element Models", Proc. IEEE International Conference on Virtual Reality, pp. 295–296, 2003.
- [12] C. A. Brebbia, "The Boundary Element Method for Engineers", Pentech Press, 1978.
- [13] D. L. James and D. K. Pai, "ArtDefo: Accurate Real Time Deformable Objects", the 26th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, pp. 65–72, 1999.
- [14] D. L. James and D. K. Pai, "A Unified Treatment of Elastostatic Contact Simulation for Real Time Haptics", International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, pp. 141–153, 2005.
- [15] I. F. Costa and R. Balaniuk, "LEM – An Approach for Real Time Physically Based Soft Tissue Simulation", Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 2337–2343, 2001.
- [16] J. Fish, "The s-Version of the Finite Element Method", Computers and Structures, Vol. 43, No. 3, pp. 539–547, 1992.
- [17] S. Jun, J. Choi, and M. Cho, "Physics-based s-Adaptive Haptic Simulation for Deformable Object", Proc. the Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems, pp. 477–483, 2006.
- [18] O. R. Astley and V. Hayward, "Multirate Haptic Simulation Achieved by Coupling Finite Element Meshes Through Norton Equivalents", Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 989–994, 1998.
- [19] J. Kim, S. De, and M. A. Srinivasan, "An Integral Equation Based Multiresolution Modeling Scheme for Multimodal Medical Simulations", Proc. the 11th Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems, pp. 221–228, 2003.
- [20] G. DeBunne, M. Desbrun, M. P. Cani, and A. H. Barr, "Dynamic Real-Time Deformations Using Space & Time Adaptive Sampling", Proc. the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, pp. 31–36, 2001.

- [21] G. Debunne, M. Desbrun, M. P. Cani, and A. Barr, "Adaptive Simulation of Soft Bodies in Real-Time", Computer Animation, pp. 133–144, 2000.
- [22] G. Han, J. Kim, and S. Choi, "Virtual Pottery Modeling with Force Feedback Using Cylindrical Element Method", Proc. the International Conference on Next-Generation Computing Seoul, pp. 125–129, 2007.
- [23] A. Beiser, "Physics", Addison-Wesley, 1991