

# 할선강성해석법을 이용한 모멘트저항골조의 모멘트 재분배

## Moment Redistribution for Moment-Resisting Frames using Secant Stiffness Analysis Method

박 홍 근\*      김 창 수\*\*      엄 태 성\*\*\*

Park, Hong Gun    Kim, Chang Soo    Eom, Tae Sung

---

### ABSTRACT

A secant stiffness linear analysis method was developed for moment redistribution of moment-resisting frames. In the proposed method, rotational spring models are used for plastic hinges of the members whose flexural moments are needed to be redistributed. At the plastic hinges, secant stiffness is used to address the effect of the flexural stiffness reduced by inelastic deformation. Linear analysis is repeated with adjusted secant stiffness until the flexural equilibrium is satisfied in the structure and members. By using the secant stiffness analysis, the effect of the inelastic deformation on the moment redistribution can be considered. Further, the safety of plastic hinges can be evaluated by comparing the inelastic rotation resulting from the secant stiffness analysis with the rotational capacity of the plastic hinges. For verification, the proposed method was applied to a continuous beam tested in previous study. A application example for a multiple story moment-resisting frame was presented.

### 요 약

할선강성을 이용하여 모멘트저항골조의 모멘트재분배를 수행하는 선형해석법을 연구하였다. 제안된 방법에서는 모멘트재분배가 요구되는 부재의 소성힌지에 회전스프링을 모델링한 후, 이 스프링의 할선강성을 조정하여 비탄성변형으로 인해 저감된 부재의 휨강성을 반영한다. 회전스프링의 할선강성을 조정하여 선형해석한 결과, 해당 부재와 전체 구조물에서 힘의 평형이 만족될 때까지 계산을 반복한다. 할선강성해석을 통해, 소성힌지의 비탄성변형에 의한 하중의 재분배가 고려될 수 있으며, 해당 소성힌지에서의 요구회전변형이 변형능력을 초과하지 않는지 비교함으로써 안전성을 평가할 수 있다. 검증을 위해, 제안된 방법은 기존의 연속보에 대한 실험연구와 비교되었으며, 기존건물의 평가에 적용되었다.

---

\* 정회원, 서울대학교, 건축학과, 교수

\*\* 정회원, 서울대학교, 건축구조시스템연구실, 박사과정

\*\*\* 정회원, 대구가톨릭대학교, 건축학과, 전임강사

## 1. 서 론

철근콘크리트 구조의 강도설계는 구조물의 비탄성거동에 기반한 극한강도설계법 또는 한계상태설계법이 사용되고 있는 반면, 해석에서는 여전히 구조물의 탄성거동을 가정하는 탄성해석을 사용하고 있다. 탄성해석을 사용하는 경우, 일반적으로 보 단부의 부모멘트 요구량이 정모멘트 요구량보다 상대적으로 커지므로, 보-기둥 접합부에서의 배근이 어렵거나 또는 단면의 크기가 커져 비효율적인 설계가 될 수 있다. 따라서 ACI 318-05, CSA A23.3-94, EC2, CEB-FIB Model Code, KBC 2005 등 국내의 설계기준에서는 탄성해석 결과에 근거하여 모멘트재분배를 허용함으로써, 과도한 부모멘트의 크기를 줄여 설계할 수 있도록 허용하고 있다. 특히, 기존 구조물의 탄성해석평가결과, 일부 부재의 내력이 부족한 것으로 평가되는 경우에는, 극한상태에서 부재의 실제 안전성을 평가하기 위하여 모멘트재분배 규정이 흔히 사용되고 있다. 현재까지 Mattock(1959), Shakir and Rogowski(2000), Carmo and Lopes(2005) 등 모멘트재분배에 대하여 다수의 연구가 진행되었다. 이들 연구는 비교적 단순한 거동을 보이는 중력하중을 받는 연속보에 대한 것으로서, ACI 318-05, KBC 2005 등 현행 설계기준의 모멘트재분배 규정을 실험 및 이론적으로 뒷받침해주고 있다. 언급한 바와 같이, 기존의 설계기준에서는 엔지니어의 편리성을 위하여 탄성해석결과에 근거하여 모멘트재분배를 수행하도록 허용하며, 대신에 과도한 모멘트재분배로 인한 구조안전상의 문제점이나 오류를 막기 위하여 최대 모멘트재분배율을 제한하고 있다. 그러나 실제 골조에서 모멘트재분배는 소성힌지의 비탄성변형과 인접부재의 강성에 의하여 직접적으로 영향을 받으므로, 비탄성해석을 수행하는 것이 바람직하다. 다만, 기존의 비탄성해석을 수행하는 경우에는 복잡한 모델링과 단계별 해석을 사용해야 하므로, 실무적으로 사용하기에 불편하다. 따라서 본 연구에서는 실무적으로 사용하기 편리하면서도, 소성힌지의 비탄성변형과 인접부재의 강성의 영향을 고려하여 모멘트재분배를 수행하고 비탄성변형에 대한 안전성을 평가할 수 있는 할선강성해석방법을 제시하고자 한다. 일반적으로 모멘트재분배 설계는 전체 구조물에 사용하기 보다는, 문제가 발생하는 몇 개의 부재에 국부적으로 적용되므로, 제안된 모델은 이러한 목적에 편리하게 사용할 수 있도록 개발되었다. 또한, 소성힌지의 변형능력을 고려하여, 최대허용모멘트재분배율을 직접 고려하기 위한 계산방법을 개발하였다.

## 2. 할선강성해석법의 개념

그림 1.(a)는 좌측단부에서 초기에 휨항복이 발생하여 보의 중앙과 다른 단부로 하중의 재분배가 발생하는 보를 보여주고 있다. 초기항복으로 인한 비탄성거동의 영향을 나타내기 위하여, 보의 좌측단부에 소성힌지를 나타내는 회전스프링요소를 모델링한다. 이 회전스프링은 소성변형을 보이면서, 일정한 소성모멘트를 유지하여야 한다. 이러한 비탄성거동을 나타내기 위하여, 소성힌지에 탄성강성으로부터 저감된 할선강성  $k_s$ 를 사용한다. 할선강성에 대한 선형해석을 수행하면, 소성힌지의 모멘트가 해당부재의 중앙과 다른 단부, 그리고 인접한 부재로 재분배된다. (그림 1.(b)) 초기해석에서는 힘의 평형을 만족하는 정확한 할선강성을 알 수 없으므로, 임의의 저감된 초기 할선강성( $k_1, k_2$ )을 사용하여 선형해석한 후, 해석결과 소성힌지에서의 휨모멘트가 단면의 소성모멘트와 일치하도록 할선강성을 조정하여 반복 계산한다. 모멘트재분배가 완료되면, 계산된 소성힌지의 비탄성변형에 대하여 안전성을 검토한다. 그림 2에 나타난 바와 같이, 요구되는 비탄성변형은 할선강성해석으로부터 산출되며, 이 비탄성변형이 소성힌지의 변형능력을 초과하지 않아야 한다. 만약 비탄성변형이 변형능력보다 크다면, 해당 소성힌지의 소성모멘트를 증가시켜 재설계한다. 만약 기존구조물의 경우라면, 해당부재는 안전하지 않으며, 따라서 구조보강이 필요한 것으로 평가해야 한다. 단면의 요구회전변형과 변형능력 계산방법은

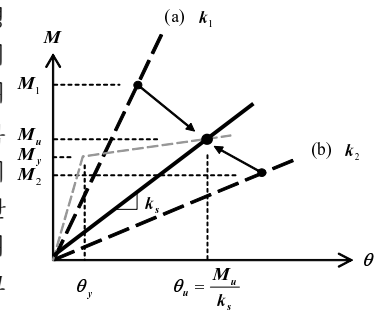


그림 2. Determination of secant stiffness

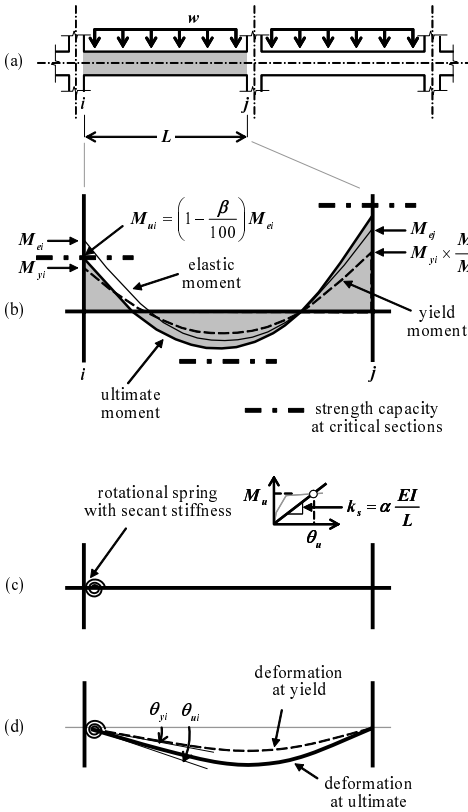


그림 1. Concept of secant stiffness linear analysis method (a) Continuous beam with uniformly distributed load (b) Bending moment diagrams at yield, elastic and ultimate (c) Rotational hinge modeling (d) Deformed shapes at yield and ultimate

를 이용하여, 식(4)를 무차원 활선강성계수  $\alpha$ 의 함수로 정리하면 식(5)와 같다. 허용되는 최대 모멘트재분배는  $\alpha$  (또는  $k_s$ )가 최소값을 가지는, 즉 식(5)의 등호가 성립할 때이다.

$$\beta = \frac{M_e - M_u}{M_e} \times 100(\%) \quad (3) \quad \theta_{pd} \leq \theta_{pc} \quad (4) \quad \alpha \geq \frac{1}{\frac{L_p}{L} \left( \frac{\phi_u}{\phi_y} - 1 \right) + \frac{1}{6} \left( 2 + \frac{M_{ej}}{M_{ei}} \right)} \quad (5)$$

인접부재로 분배되는 모멘트를 무시하면, 기존의 연속보는 양단부에 회전스프링( $k_{ei}$ ,  $k_{ej}$ )이 모델링된 반강접 단일 양단고정보로 근사화할 수 있으므로, 기존의 연속보에 회전스프링( $k_{si}$ ,  $k_{sj}$ )을 모델링한 경우의 양단부 회전강성( $k_i$ ,  $k_j$ )은 직렬연결관계를 통해 구할 수 있다. 따라서 양단부 회전강성  $k_i$ ,  $k_j$ 를 가진 반강접 양단고정보에 등분포하중이 작용하면, 양단부에 작용하는 휨모멘트는 식(6), (7)과 같다. 모멘트재분배율은 식(6)의 재분배 후 모멘트를 식(3)에 대입함으로써, 무차원 활선강성계수의 함수로 정의된다.

$$M_i = \frac{wL^2}{12} \frac{\alpha_i(\alpha_j + 6)}{\alpha_i\alpha_j + 4\alpha_i + \alpha_j + 12} \quad (6) \quad M_j = \frac{wL^2}{12} \frac{\alpha_j(\alpha_i + 6)}{\alpha_i\alpha_j + 4\alpha_i + \alpha_j + 12} \quad (7)$$

양단의 탄성모멘트와 극한강도가 동일한 경우, 최대 허용 모멘트 재분배율은 식(8)과 같이 정리된다. 양단고정보인 경우 인장철근의 순인장변형률  $\epsilon_t$ 와 유효폭-경간비  $L/d$ 에 따른  $\beta$ 의 변화를 나타내면 그림 3과

3장에 나타나 있다.

### 3. 소성변형의 평가

충분한 모멘트재분배를 가능케 하는 가장 중요한 변수는 소성힌지의 회전능력이다. 따라서 소성회전능력은 정확히 평가되어야 한다. 그림 1.(d) 또는 그림 2와 같이, 단면의 소성변형요구  $\theta_{pd}$ 는 회전스프링의 전체회전변형  $\theta_u$ 에서 탄성보의 항복변형  $\theta_y$ 를 감하여 식(1)과 같이 구할 수 있다. 회전스프링의 전체회전변형은 단면의 극한강도  $M_u$ 와 앞서 결정할 활선강성  $k_s$ 를 이용하여 구하며, 탄성보의 항복변형은  $i$ 단 항복시 모멘트분포(그림 1.(b))를 이용하여 구한다. 단면의 소성변형능력  $\theta_{pc}$ 는 단면의 변형도 관계를 통해 식(2)와 같이 구할 수 있다. 식(2)에서 구한 변형능력이 식(1)에서 구한 변형요구보다 크면, 해당 단면은 안전하다.

$$\theta_{pd} = \theta_u - \theta_y = \frac{M_u}{k_s} - \frac{M_y L}{6EI} \left( 2 + \frac{M_{ej}}{M_{ei}} \right) \quad (1)$$

$$\theta_{pc} = \phi_{pc} \times L_p = (\phi_u - \phi_y) \times L_p \quad (2)$$

### 4. 허용 모멘트재분배율의 계산

소성힌지의 변형능력을 고려하여 최대 허용모멘트재분배율을 직접적으로 계산하기 위한 방법을 제시한다. 모멘트 재분배율은 식(3)과 같이 정의할 수 있다. 모멘트재분배가 허용되기 위해서는, 해당 단면의 변형능력이 변형요구보다 커야 하므로 식(4)의 관계가 성립한다. 완전탄소성 모멘트-곡률관계 ( $M_y \approx M_u$ ,  $\phi_y \approx M_u/EI$ )를 가정하고  $k_s = \alpha \times EI/L$ 의 관계를

같다.

$$\beta = \left( 1 - \frac{wL^2/12}{M_e \left[ \frac{2L_p}{L} \left( \frac{\phi_u}{\phi_y} - 1 \right) + 1 \right]} \right) \times 100 \quad (8)$$

### 5. 설계예제 적용

제안된 활선강성해석법은 Mattock의 실험결과와 비교·검토되었으며, 기존의 철근콘크리트 모멘트저항골조에 대한 평가에 적용되었다.

### 6. 결론

활선강성을 이용하여 모멘트저항골조의 모멘트재분배를 수행하는 선형해석법을 연구하였다. 모멘트 재분배가 요구되는 부재단면에 소성힌지(회전스프링)를 모델링한 후, 이 소성힌지에 활선강성을 사용하여 선형해석한다. 해석결과, 해당 소성힌지에 작용하는 모멘트가 단면의 소성모멘트와 일치하면, 부재내 다른 위험단면 또는 인접부재의 재분배된 휨모멘트에 대해 안전성을 평가하고, 해당 단면에서의 요구회전변형이 변형능력을 초과하지 않는지 검토한다. 이와 같이 간단한 선형해석을 이용한 활선강성 해석법을 통해, 탄성모멘트분포에 부재의 소성거동을 추가적으로 고려하여 실시하던 기존의 모멘트재분배 방법과 달리, 실무 엔지니어가 쉽게 모멘트재분배를 이용한 설계를 수행할 수 있고, 기존구조물의 평가에도 적용할 수 있다.

### 감사의 글

이 논문은 2008년 “성능중심 콘크리트구조설계기준 개발” 연구비 지원에 의해 수행되었습니다. 이에 감사드립니다.

### 참고문헌

1. 대한건축학회, “건축구조설계기준”, 2005.
2. ACI 318-05, “Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-02) and Commentary-ACI 318 R-05.”, ACI, Farmington Hills, MI, USA. 2002.
3. Mattock, A. H., Corley, W.G.(ed.), “Discussion of the paper; Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams,” Journal of the Structural Engineering, Vol.92, No.ST5, 1967, pp.519~522.
4. Shakir, A., and Rogowsky, D. M., “Evaluation of Ductility and Allowable Moment Redistribution in Reinforced Concrete Structures”, Canadian Journal of Civil Engineering, Vol.27, 2000, pp.1286~1299.
5. do Carmo, R.N.F., Lopes, S. M. R., “Ductility and Linear Analysis with Moment Redistribution in Reinforced High-strength Concrete Beams”, Canadian Journal of Civil Engineering, Vol.32, No.1, 2005, pp.194~203.

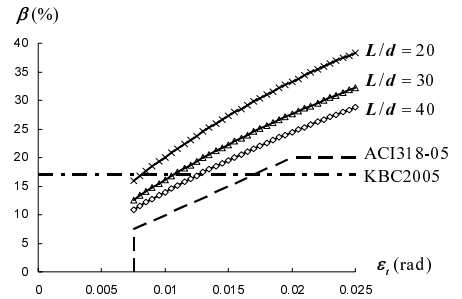


그림 3, Comparison of maximum allowable moment redistributions for a beam with fixed ends