

K^n 요인배치법에서 포화실험에 의한
요인효과의 검정
- Tests of Factor Effect Using Saturated
Design in K^n Factorial Design -

최성운*

Sungwoon Choi*

Abstract

This paper discusses tests of factor effect or contrast by the use of saturated design k^n factorial design. The nine nonparametric rank measures in normality test using normal probability plot are proposed. Length's PSE(Pseudo Standard Error) test [4] which relies on the concept of effect sparsity is also introduced and extended to the margin of error(ME) and Simultaneous margin of error(SME).

Keywords : Factor Effect, Contrast, Saturated Design, Nonparametric Rank Measures, Normal Probability Plot, Pseudo Standard Error, ME, SME

1. 서론

신제품 또는 신공정을 개발할 경우 효율적인 통계적 도구를 이용하여 새로운 스펙 또는 생산기술의 최적 조건을 찾는 것이 실험계획법(DOE : Design of Experiment)이다. DOE의 모수인자(Fixed Factor, 고정인자)인 완전 랜덤화법(CRD : Completely Randomized Design)실험에서 초기 개발 단계의 인자를 선별(Screening)하고 싶은 경우 수준수는 한정하고 많은 인자를 배치할 수 있는 k^n 요인 배치법을 사용한다.

* 경원대학교 산업공학과

오차항의 자유도가 0인 포화된 계획(SD : Saturated Design)에서는 오차항이 요구되는 분산분석(ANOVA : Analysis of Variance)방법을 사용할 수 없다. SD에 관련된 기존 연구로는 정규확률도(Normal Probability Plot)의 직선 여부에 의한 요인효과 흠어짐(Sparsity)검정[1,5]과 PSE(Pseudo Standard Error)에 의한 검정[3,4,6]이 있다. 그러나 기존의 정규확률도 검정에서는 누적확률 계산시 Blom 추정량의 제한된 방법만을 사용하고 있으며 PSE에 의한 검정도 개개의 요인효과를 판정할 수 있는 ME(Margin of Error)방법에 국한하고 있다[1].

따라서 본 연구에서는 정규확률도의 누적확률 계산방법으로 9가지의 비모수 순위척도를 제시하고, PSE 검정에서도 MINITAB에서는 지원하지 않는 SME(Simultaneous ME)방법을 소개한다.

2. PSE 검정

PSE 검정[4]은 CRD의 k^n 요인배치법에서 요인효과의 유의성 여부를 판정할 경우 오차항의 자유도가 0인 SD분석방법이다. PSE는 1단계로 요인 효과 또는 대비 C_j (Contrast)의 절대값의 메디안에 1.5를 곱하여 초기범위(R_0)를 구한 후 2단계로 요인효과가 $2.5R_0$ 를 초과하는 것을 제외한 메디안에 1.5를 곱하여 생성한다.

1단계 : 초기범위 R_0 계산

$$R_0 = 1.5 \cdot \text{Median}\{|C_j|\}$$

2단계 : PSE 계산

$$PSE = 1.5 \cdot \text{Median}\{|C_j| : |C_j| \leq 2.5R_0\}$$

예를 들어 2^3 요인배치법에서 요인효과의 절대값이 [11, 2.5, 0.5, 24.5, 3.5, 1.1, 5.3]일 경우 메디안은 3.5이고 초기범위 $R_0 = 1.5 \times 3.5 = 5.25$ 이다. $2.5R_0$ 인 13.125를 벗어나는 요인효과 24.5를 제외하고 $PSE = 1.5 \cdot \text{Median}\{11, 2.5, 0.5, 3.5, 1.1, 5.3\} = 1.5 \times 3 = 4.5$ 이다.

PSE는 요인효과의 유의성 판정기준이 되는 개개의 요인효과 비교 검정기준인 ME 또는 IER(Individual Error Rate)과 임의의 요인효과의 다중비교(Multiple Comparison) 검정기준인 SME 또는 ERR(Experimentwise Error Rate)를 계산할 시 사용된다.

3. 요인효과의 검정단계

정규확률도와 PSE의 검정단계는 다음과 같다.

1단계 : k^n 요인배치법 또는 k^n 일부실시법에 의해 실험을 배치하고 요인에 대한 수준별 평균을 구하고 요인효과 또는 대비를 구한다. 예를 들어 2^4 요인배치법인 경우 A, B, C, D, AB, AC, AD, BC, BD, CD, ABC, ABD, ACD, BCD, ABCD의 요인이 나오며 A의 -1수준 평균이 -5, +1수준 평균이 10일 경우 A요인효과=10-(-5)=15가 되며 ABC의 -1수준평균이 7, +1수준 평균이 -20일 경우 ABC 요인효과=-20-7=-27이 된다.

2단계 : 1단계에서 구한 요인효과를 오름차순으로 정렬한다.

3단계 : 오름차순으로 정렬된 요인효과에 대한 누적확률(P_i)로 다음 9가지의 비모수 순위척도를 사용하여 계산한다.[2] 1단계 2⁴요인배치법의 예에서 $n = 15$, i 는 순위를 나타낸다.

i) Jacquelin 추정량

$$P_i = \frac{i - c}{n - 2c + 1}, \quad c = c_i + c_{n-i+1} - 0.2784$$

$$c_k = (1 - (k + 1)(0.5)^{1/k}) / (1 - 2(0.5)^{1/k})$$

ii) Filliben 추정량

$$P_i = \frac{i - 0.3175}{n + 0.365}$$

iii) 메디안(Median)순위(Benard) 추정량

$$P_i = \frac{i - 0.3}{n + 0.4}$$

iv) 수정 Kaplan-Meier(Hazen)추정량

$$P_i = \frac{i - 0.5}{n}$$

v) 평균(Mean)순위 (Herd-Johnson)추정량

$$P_i = \frac{i}{n + 1}$$

vi) IEC 56추정량

$$P_i = \frac{i - 0.5}{n + 0.25}$$

vii) Blom 추정량

$$P_i = \frac{i - 0.375}{n + 0.25}$$

viii) 모드(Mode)순위 추정량

$$P_i = \frac{i - 1}{n - 1}$$

ix) Kaplan-Meire 추정량

$$P_i = \frac{i}{n}$$

4단계 : 순위 i 를 가로축으로 누적확률 P_i 를 세로축으로 하여 정규확률도를 작성한 후 직선에 위치하는 요인효과 또는 대비에 대해 유의적으로 판정한다. 정규성 검정 방법으로는 χ^2 적합도 검정, Anderson-Darling 검정, Kolmogorov-Smirnov 검정, Sapiro-Wilk 검정, 표본 Entropy 검정, Kullback-Leibler 검정 등이 이쓰며 최[2]가 제시한 수정된 정규확률지 검정과 수정된 Ryan-Joiner검정을 사용할 수 있다.

5단계 : 4단계의 정규확률도 검정의 대체적인 방법으로 2장의 PSE에 의한 ME와 SME 판정기준이 있다. ME는 PSE에 자유도가 요인효과 또는 대비의 수를 3으로 나눈 값인 t 분포값을 곱하여 산출되며 SME 역시 마찬가지로 t 분포의 근사값으로 계산된다. 유의수준 $\alpha=1\%, 5\%$ 인 경우 요인효과 또는 대비의 수 n 에 의한 ME와 SME의 계수 값은 <표 1>, <표 2>와 같다.[6] ME와 SME는 PSE에 표에서 구한 계수값을 곱하여 산출한다.

<표 1> ME 계수

	7	11	15	19	26	31
1%	5.069	4.077	3.629	3.378	3.148	3.044
5%	2.297	2.211	2.138	2.120	2.082	2.064

<표 2> SME 계수

	7	11	15	19	26	31
1%	9.715	7.412	6.446	5.884	5.300	5.095
5%	4.867	4.438	4.240	4.118	3.985	3.925

단계 6 : 단계 5의 산출된 ME와 SME 값에 비해 큰 요인효과 또는 대비에 대해 유의적인 판정을 한다. 시각화(Visualization)를 위해 Pareto Chart, Bar Chart, Main (Interaction) Effect Plot 이 사용된다. 특히 Bar Chart는 0을 기준으로 $\pm ME$, $\pm SME$ 에 의해 유의성을 판정한다.

단계 7 : 요인효과 또는 대비의 정규확률도 검정과 PSE 검정에서 유의적으로 판정하지 않은 요인은 오차항에 풀링하고 ANOVA를 실시한다.

4. 결 론

본 연구에서는 신제품 또는 신공정 개발시 많은 인자를 선별해야 하는 K^n 요인배치법 또는 K^n 일부실시법일 경우 오차항의 자유도가 요구되지 않는 포화된 두가지 실험방법을 논의하였다. 요인효과 또는 대비의 정규확률도 검정에서 누적확률 계산방법으로 9가지 비모수 순위척도를 제시하였으며 식스시그마에서 많이 사용되는 MINITAB 등에서 제공되지 않는 SME(ERR) 비교기준에 의한 PSE검정방법을 소개하였다. 논의된 포화실험계획은 분산분석 실시전에 풀링여부를 결정할 수 있는 효율적인 방법이다.

5. 참 고 문 헌

- [1] 이승훈, Minitab을 이용한 공학통계 자료분석, 이레테크, 2006.
- [2] 최성운, “소표본인 경우 비모수 순위척도를 이용한 정규성검정”, 대한안전경영과학회, In press.
- [3] Hamada M. and Balakrishnan N., “Analyzing Unreplicated Factorial Experiments : A Review with Some New Proposals”, *Statistics Sinica*, 8(1998) : 1-41.
- [4] Lenth R.V., “Quick and Easy Analysis of Unreplicated Factorials”, *Technometrics*, 31(1989) : 469-473.
- [5] Olguin J. and Fearn T., “A New Look at Half-Normal Plots for Assessing the Significance of Contrasts for Unreplicated Factorials”, *Applied Statistics*, 46(4)(1997) : 449-462.
- [6] Ye K.Q. and Hamada M., “Critical Values of the Length Method for Unreplicated Factorial Designs”, *Journal of Quality Technology*, 32(1) (2000) : 57-66.