실험계획법에서 평균분석(ANOM)의 응용
- Application of Analysis of Means(ANOM) for Design of Experiment -

최 성 운*
Sungwoon Choi*

Abstract

Analysis of Means(ANOM) is a visualization tool for comparing several means to the grand mean like control chart type. This paper reviews five ANOM methods for continuous data such as ANOM, ANOME (ANOM for Treatment Effects), ANCON (Analysis of Contrasts), ANOMV (ANOM for Variance), ANOMC (ANOM for Correaltion). Three ANOM tools for discrete data such as ANOMNP (ANOM for Nonconforming Proportions), ANOMNC (ANOM for Nonconforming Unit), ANOMNPU (ANOM for Nonconfirmities Per Unit) are also developed.
Keywords : ANOM, Control Chart Type, ANOM, ANOME, ANCON, ANOMV, ANOMC, ANOMNP, ANOMNC, ANOMNPU

1. 서 론

실험계획법(DOE : Design of Experiment)에서 사용되는 분석방법으로는 회귀분석(Regression Analysis)과 분산분석(ANOVA : Analysis of Variance)이 있다. 회귀분석은 다양한 차수의 함수(Function)형태에 따라 적극적으로 분석하는 방법이며 ANOVA는 인자의 수준 간 분산과 인자의 수준 내 분산의 F비율로 세 개 이상의 모평균 차를 검정하는 방법이다. ANOVA 분석전에 각 수준내의 분산인 오차항의 등분산성(Equal Variance)을 Bartlett 검정, Hartley 검정, Cochran 검정 등으로 확인한 후 각 수준내의 오차분산이 작은 경우는 각 수준간의 분산을 중점적으로 점검하면 된다.

이와 같이 ANOVA에서 오차항이 등분산성을 만족하거나 오차분산이 작은 경우 각 인자간의 평균치를 총평균과 비교하는 평균분석(ANOM)을 실시하는 것이 효율적이다.

* 경원대학교 산업공학과

ANOM은 관리도의 UCL(Upper Control Limit), LCL(Lower Control Limit)관리한계와 유사하게 UPL(Upper Decision Line), LDL(Lower Decision Line)등의 의사결정 라인을 사용한다.

망목특성, 망소특성, 망대특성 등의 계량형 특성값에 대한 기존 연구로는 1원배치 ANOM, 2원배치 ANOME(ANOM for Treatment Effects), 1원배치 대비 ANCON (Analysis of Contrasts), 분산비교 ANOMV(ANOM for Variances) 상관계수 비교 ANOMC(ANOM for Correaltion)등이[1,2,3,4,5,6] 있으며 이 방법들은 정규분포로 가정된 ANOVA의 효율적인 방법으로 사용된다. 이항분포로 가정된 불량과 포아송분포로 가정된 결점은 동일성의 분할표 검정을 실시할 경우 χ^2분포를 이용하나 효율적인 대용방법으로 반복수가 일정한 불량률 ANOMNP (ANOM for Nonconforming Proportions), 결점수비교ANOMN (ANOM for Nonconformities)등[1,3]의 연구가 이러우져 왔다. 그러나 ANOM의 연구가 형태는 관리도이나 ANOVA 또는 상관분석의 데이터 배열을 사용한다는 관점에서 사용자의 혼란을 일으킬 수 있다.

따라서 본 연구에서는 ANOVA 또는 상관분석의 데이터 배열을 중심으로 ANOM에서 응용된 기법들을 계량형 ANOM과 계수형 ANOM으로 체계적으로 분류하고 UDL, LDL 산출방안을 고찰한다. 또한 계량형 ANOM의 확장으로 반복수가 일정한 ANOMNP, ANOMN를 확장하여 반복수가 일정하지 않은 불량률 비교 ANOMNP, 불량갯수 비교 ANOMNC (ANOM for Nonconforming Unit), 단위당 결점수 비교 ANOMNPU (ANOM for Nonconformances Per Unit)등을 개발한다.

2. 계량형 ANOM의 고찰

계량형 ANOM에는 1원배치 ANOM, 2원배치 ANOME, 1원배치 대비 ANCON, 분산 비교 ANOMV, 상관계수 비교 ANOMC 등의 다섯 가지를 중요 통계량과 플롯(Plot)된 점을 계산하기 위한 데이터의 배열과 CL(Central Line), UDL, LDL 공식을 고찰한다.[1,2,3,4,5,6]

2.1 1원배치 ANOM

1) 데이터의 배열

수준 \ 반복	A_1 A_2 · · · A_l	
1 2 · · · m	x_{ij}	
$\overline{x_{i.}}$ S_i		$\overline{\overline{x}}$

x_{ij} : $i = 1, 2, \cdots, l \qquad j = 1, 2, \cdots, m$

$$\overline{x_{i.}} = \frac{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}}{m}, \qquad \overline{\overline{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m} x_{ij}}{lm}$$

$$S_i = \left(\frac{\sum_{j=1}^{m} (x_{ij} - \overline{x_{i.}})^2}{m-1} \right)^{1/2}, \quad S^2 = \left(\frac{\sum_{j=1}^{m} S_i^2}{l} \right)^{1/2}$$

2) 플롯되는 점 $\overline{x_{i.}}$ 의 CL, UDL, LDL 공식

$$\begin{matrix} \text{UDL} \\ \text{LDL} \end{matrix} \quad = \overline{\overline{x}} \pm h(l, l(m-1) : \alpha) \frac{s}{\sqrt{m}} \sqrt{\frac{l-1}{l}}$$

$$\text{CL} \quad = \overline{\overline{x}}$$

3) $h(l, l(m-1) : \alpha)$ 계수표[1]
예 :

	$l = 20$
$l(m-1)$ =120	$\alpha = 5\% : 3.08$ $\alpha = 1\% : 3.58$

2.2 2원배치 ANOME

1) 데이터의 배열

B \ A	A_1 A_2 $\cdots$ A_l	$\overline{x_{.j.}}$
B_1 B_2 $\cdot$ $\cdot$ $\cdot$ B_m	x_{111} $\vdots$ x_{11r} x_{ijk}	
$\overline{x_{i..}}$ S_i		$\overline{\overline{x}}$

x_{ijk} : $i=1,2,\cdots,l \quad j=1,2,\cdots,m \quad k=1,2,\cdots,r$

$$\overline{x_{ij.}}=\frac{\sum_{j=1}^{m}x_{ijk}}{r},\quad S_{ij}=\left(\frac{\sum_{k=1}^{r}(x_{ijk}-\overline{x_{ij.}})^2}{r-1}\right)^{1/2},\quad S=\left(\frac{\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m}S_{ij}}{lm}\right)^{1/2}$$

$$\overline{x_{i..}}=\frac{\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{r}x_{ijk}}{mr},\quad \overline{x_{.j.}}=\frac{\sum_{i=1}^{l}\sum_{k=1}^{r}x_{ijk}}{lr},\quad \overline{\overline{x}}=\frac{\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{r}x_{ijk}}{lmr}$$

2) 플롯된 점 $\overline{x_{i..}}$의 CL, UDL, LDL 공식

$$\begin{matrix}\text{UDL}\\ \text{LDL}\end{matrix} = \overline{\overline{x}} \pm h(l, lm(r-1):\alpha)\frac{s}{\sqrt{r}}\sqrt{\frac{l-1}{lm}}$$

$$\text{CL} = \overline{\overline{x}}$$

3) 플롯된 점 $\overline{x_{.j.}}$의 CL, UDL, LDL 공식

$$\begin{matrix}\text{UDL}\\ \text{LDL}\end{matrix} = \overline{\overline{x}} \pm h(m, lm(r-1):\alpha)\frac{s}{\sqrt{r}}\sqrt{\frac{m-1}{lm}}$$

$$\text{CL} = \overline{\overline{x}}$$

4) 플롯된 점 $\overline{x_{ij.}}$의 CL, UDL, LDL 공식

$$\begin{matrix} \text{UDL} \\ \text{LDL} \end{matrix} = 0 \pm t(lm(r-1):(1-(1-\alpha)^{1/lm})\frac{s}{\sqrt{r}}\sqrt{\frac{(l-1)(m-1)}{lm}}$$

CL =0

5) $h(l,l,(r-1):\alpha)$와 $h(m,lm(r-1):\alpha)$는 참고문헌[1]의 표를 이용하고 $t(lm(r-1):(1-(1-\alpha)^{1/lm})$은 양쪽 α의 t표를 이용

2.3 1원배치 대비 ANCON

1) 데이터의 배열

A / 반복	A_1 A_2 · · · A_l
1 2 · · m_i	x_{ij}
$T_{i.}$	
$\overline{x_{i.}}$	

대비(효과) L은 수준간의 평균차로 두 개의 대비 $L_1 = \sum_{i=1}^{l} C_i T_{i.}$, $L_2 = \sum_{i=1}^{l} C_i' T_{i.}'$이라고 할 경우 $\sum_{i=1}^{l} m_i C_i = 0$이며, $\sum_{i=1}^{l} m_i C_i C_i' = 0$일 경우 직교대비라 하며 C_i, C_i'은 대비의 계수이다.

x_{ij} : $i = 1, 2, \cdots, l$ $\quad j = 1, 2, \cdots, m_i$

$$T_{i.} = \sum_{j=1}^{m_i} x_{ij}, \ \overline{x_{i.}} = \frac{T_{i.}}{m_i}$$

$$V_E = \frac{\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m_i}(x_{ij} - \overline{x_{i.}})^2}{\sum_{i=1}^{l} m_i - l}$$

2) 플롯된 점 $L=\sum_{i=1}^{l} C_i T_i$의 CL, UDL, LDL

$$\begin{matrix} \text{UDL} \\ \text{LDL} \end{matrix} = 0 \pm \sqrt{V_E}\sqrt{lF(l, \sum_{i=1}^{l} m_i - l : \alpha)}\sqrt{\sum_{i=1}^{l} C_i^2} / \sqrt{m_i}$$

CL =0

3) $F(l, \sum_{i=1}^{l} m_i - l : \alpha)$를 F표를 이용

2.4 분산비교 ANOMV

1) 데이터의 배열

A / 반복	A_1 A_2 · · · A_l	
1 2 · · · m_i	x_{ij}	
$\overline{x_{i.}}$		
$s_{i.}$		
$y_{i.}$		$\overline{y}$

x_{ij} : $i=1,2,\cdots,l$ $j=1,2,\cdots,m$

$$\overline{x_{i.}} = \frac{\sum_{j=1}^{m_i} x_{ij}}{m_i}, \quad s_{i.} = \left(\frac{\sum_{j=1}^{m_i}(x_{ij}-\overline{x_{i.}})^2}{m_i - 1}\right)^{1/2}$$

$$C_1 = \frac{9n-11}{9(n-1)}, \quad C_2 = \frac{18(n-1)}{(9n-11)^2}$$

$$y_{i.} = \frac{s_{i.}^{2/3}}{C_1}, \quad \overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{l} y_{i.}}{l}$$

2) 플롯된 점 $y_{i.}$의 CL, UDL, LDL 공식

$$\begin{matrix} UDL \\ LDL \end{matrix} = \overline{y} \pm Z_{\frac{\alpha}{2l}} \overline{y} \left(\frac{C_2(l-1)}{l} \right)^{1/2}$$

$$CL = \overline{y}$$

3) $Z_{\frac{\alpha}{2l}}$는 표준정규분포표를 이용

2.5 상관계수 비교 ANOMC

1) 데이터의 배열

A \ 반복	A_1 A_2 · · · A_l	
1 2 · · · $m_{i.}$	x_{ij}	
r_i		
Z_i		$\overline{Z}$

x_{ij} : $i = 1, 2, \cdots, l$ $\quad j = 1, 2, \cdots, m$

r_i : 지정된 특정데이터와 각 수준별 데이터와의 상관계수

$$Z_i = \sinh r_i, \quad \overline{Z} = \frac{\sum_{i=1}^{l} Z_i}{l}$$

2) 플롯된 점 Z_i의 CL, UDL, LDL 공식

$$\begin{matrix} UDL \\ LDL \end{matrix} = \overline{Z} \pm Z_{\frac{\alpha}{2l}} \sqrt{\frac{1}{m-1}\left(1 - \frac{1}{l}\right)}$$

$$CL = \overline{Z}$$

3) $Z_{\frac{\alpha}{2l}}$는 표준정규분포표를 이용

3. 계수형 ANOM의 개발

계수형 ANOM에는 반복수가 일정한 불량률 비교 ANOMP, 결점수 비교 ANOMN의 기존 연구[1,3]를 응용하여 반복수가 일정하지 않는 불량률 비교 ANOMNP 불량갯수 비교 ANOMNC, 단위당 결점수 비교 ANOMNPU 등을 개발하고 중요 통계량과 플롯된 점을 계산하기 위한 데이터의 배열과 CL, UDL, LDL 공식을 제안한다.

3.1 불량률비교 ANOMNP

1) 데이터의 배열

A / 반복	A_1 A_2 · · · A_l	
1 2 · · · m_i	x_{ij}	
$P_{i.}$		$\overline{P}$

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, \text{양품} \\ 1, \text{불량품} \end{cases}$$

x_{ij} : $i = 1, 2, \cdots, l \quad j = 1, 2, \cdots, m_i$

$$P_{i.} = \frac{\sum_{j=1}^{m_i} x_{ij}}{m_i}, \quad \overline{P} = \frac{\sum_{i=1}^{l} p_{i.}}{l}$$

2) 플롯된 점 $P_{i.}$의 CL, UDL, LDL 공식

$$\begin{matrix} \text{UDL} \\ \text{LDL} \end{matrix} = \overline{P} \pm h(l, \infty : \alpha) \sqrt{\frac{\overline{P}(1-\overline{P})}{m_i}} \sqrt{\frac{l-1}{l}}$$

$$\text{CL} = \overline{P}$$

3) $h(l, \infty : \alpha)$[1]

3.2 불량갯수 비교 ANOMNC

1) 데이터의 배열

A / 반복	A_1 A_2 $\cdots$ A_l	
1 2 · · m	x_{ij}	
$mP_{i.}$		$r\overline{P}$

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, \text{양품} \\ 1, \text{불량품} \end{cases}$$

x_{ij} : $i = 1, 2, \cdots, l \quad j = 1, 2, \cdots, m$

$$mP_{i.} = \sum_{j=1}^{m} x_{ij}, \; m\overline{P} = \frac{\sum_{i=1}^{l} mp_{i.}}{l}$$

2) 플롯된 점 $mP_{i.}$의 CL, UDL, LDL 공식

$$\begin{matrix}\text{UDL} \\ \text{LDL}\end{matrix} = m\overline{P} \pm h(l, \infty : \alpha)\sqrt{m\overline{P}(1-\overline{P})}\sqrt{\frac{l-1}{l}}$$

$$\text{CL} = m\overline{P}$$

3) $h(l, \infty : \alpha)$[1]

3.3 결점수 비교 ANOMN

1) 데이터의 배열

A / 반복	A_1 A_2 $\cdots$ A_l	
1 2 · · m	x_{ij}	
$c_{i.}$		$\overline{c}$

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, \text{비결점} \\ 1, \text{결점} \end{cases}$$

x_{ij} : $i = 1, 2, \cdots, l \quad j = 1, 2, \cdots, m$

$$c_{i.} = \sum_{j=1}^{m} x_{ij}, \ \bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^{l} c_{i.}}{l}$$

2) 플롯된 점 $c_{i.}$의 CL, UDL, LDL 공식

$$\begin{matrix} \text{UDL} \\ \text{LDL} \end{matrix} = \bar{c} \pm h(l-1, \infty : \alpha)\sqrt{\bar{c}}\sqrt{\frac{l-1}{l}}$$

$$\text{CL} = \bar{c}$$

3) $h(l, \infty : \alpha)$[1]

3.4 단위당 결점수 비교 ANOMNPU

1) 데이터의 배열

A / 반복	A_1 A_2 · · · A_l	
1		
2		
·	x_{ij}	
·		
·		
m_i		
$u_{i.}$		$\bar{u}$

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, \text{비결점} \\ 1, \text{결점} \end{cases}$$

x_{ij} : $i = 1, 2, \cdots, l \quad j = 1, 2, \cdots, m_i$

$$u_{i.} = \frac{\sum_{j=1}^{m_i} x_{ij}}{m_i}, \ \bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^{l} u_{i.}}{l}$$

2) 플롯된 점 $c_{i.}$의 CL, UDL, LDL 공식

$$\begin{matrix} UDL \\ LDL \end{matrix} = \overline{u} \pm h(l-1, \infty : \alpha)\sqrt{\frac{\overline{u}}{m_i}}\sqrt{\frac{l-1}{l}}$$

$$CL = \overline{u}$$

3) $h(l-1, \infty : \alpha)$ [1]

4. 결 론

본 연구에서는 ANOVA에서 오차항이 등분산이거나 오차분산이 작은 경우 각 수준별 평균을 총평균과 효율적으로 비교할 수 있는 관리도 형태의 ANOM을 고찰하고 개발하였다. 계량형 ANOM 다섯 가지 즉 1원배치 ANOM, 2원배치 ANOME, 1원배치 대비 ANCON, 분산비교 ANOMV, 상관계수 비교 ANOMC를 데이터 배열, CL, UDL, LDL 공식, 관련계수표로 분류하여 체계적인 고찰을 하였다. 계수형 ANOM의 기존 연구는 반복수가 일정한 불량률 비교 ANOMNP, 결점수 비교 ANOMN 등을 응용하여 반복수가 일정하지 않은 불량률 비교 ANOMNP, 불량갯수 비교 ANOMNC, 단위당 결점수 비교 ANOMNPU 등을 개발하였다.

5. 참 고 문 헌

[1] 안성진, Minitab 14를 이용한 통계적 품질관리, 자유아카데미, 2007.

[2] Nelson P.R., "Exact Critical Points for the Analysis of Means", Communications in Statistics-Theory and Methods," (1982) : 699-709.

[3] Ramig P.F., "Applications of the Analysis of Means", Journal of Quality Technology, 15(1983):19-25.

[4] Rao C.V., "Analysis of Means - A Review", Journal of Quality Technology, 37 (4) 2005:308-315.

[5] Schilling E.G., "A Systematic Approach to the Analysis of Means, Part I : Analysis of Treatment Effects", Journal of Quality Technology, 5 (1973):93-108.

[6] Schilling, E.G., "A Systematic Approach to the Analysis of Means, Part II, Analysis of Contrasts, Part III, Analysis of Non-Normal Data", Journal of Quality Technology, 5(1973):147-159.