

# 유한요소 해석을 이용한 단층 래티스 돔의 비선형비탄성 해석

## Geometric and Material Nonlinear Analysis of Single Layer Dome using ABAQUS

김 연 태\*  
Yeontae Kim

정 미 루\*\*  
Miroo Jeong

이 재 홍\*\*\*  
Jaehong Lee

### 요 약

대공간 구조물은 3차원적인 힘의 흐름과 면내력에 의해 외부하중에 대한 저항 능력을 극대화 시킨 형태 저항 구조로서, 일반적인 골조와는 달리 부재에 대한 유한 변형을 동반 하므로 정적, 동적 해석에 관계없이 비선형 해석이 요구 된다. 대공간 구조물의 정확한 구조 해석을 수행하기 위해서는 기하학적 비선형 및 재료적 비선형 뿐 아니라 복합적인 비선형 해석이 필요하다. 기하학적 비선형 문제가 구조재료의 특성 및 위치에 따른 비선형을 고려하지 못하고, 구조재료의 비선형 문제가 기하학적 형상에 따른 비선형을 고려하지 못한다는 상호간의 단점을 해결하기 위하여, 본 논문에서는 동일조건하에서 기하학적 비선형과 재료적 비선형을 함께 고려하며, 범용 유한요소 해석 프로그램인 ABAQUS를 이용하여 하중-변위 곡선을 추적하였다.

### Abstract

Space structure is a appropriate shape that resists external force only with in-plane force by reducing the influence of bending moment, and it maximizes the effectiveness of structure system. The space structure should be analyzed by nonlinear analysis regardless static and dynamic analysis because it accompanies large deflection for member. To analyze the structure of the space structure exactly generally geometrically nonlinear and material nonlinear, complex nonlinear analysis are considered. To settle the weakness that geometric nonlinear problem does not consider nonlinear as per trait and position of the structure material and that the nonlinear matter of structure material also does not consider nonlinear as per geometric form. Therefore, In this paper, analysis is considered geometric nonlinear and material nonlinear simultaneous conditioning, and traced load-deflection curve by using ABAQUS which is the general purpose of the finite element program.

키워드 : 기하학적 비선형성, 재료적 비선형성, 단층 래티스 돔, 공간트러스, 공간프레임, 아바쿠스  
Keywords : Geometric nonlinear, Material nonlinear, Single Layer dome, Space Truss, Space Frame, ABAQUS

## 1. 서 론

대공간 구조는 넓은 공간을 덮을 수 있는 구조 시

스템으로 좌굴 하중 및 좌굴 형상에 대한 검토가 필요하고, 일반적인 건축물과 달리 구조물의 내부에 기둥이 없는 공간을 내포하여 축력 및 면 내력에 의해 저항 되는 경우가 대부분이다. 이러한 특성상 대공간 구조에는 일반적으로 장스팬이 사용되는 경우가 많으며, 그 결과 일반적인 골조와는 달리 부재에 발생하는 변형도가 작은 경우에도 큰 변형이 발생하는, 즉 대변형 혹은 유한 변형을 동반하므로 정적, 동적 해석에 관계없이 비선형 해석이 요구 된다.

\* 학생회원, 세종대학교 건축공학과 석사과정  
E-mail : yonae\_kim@naver.com

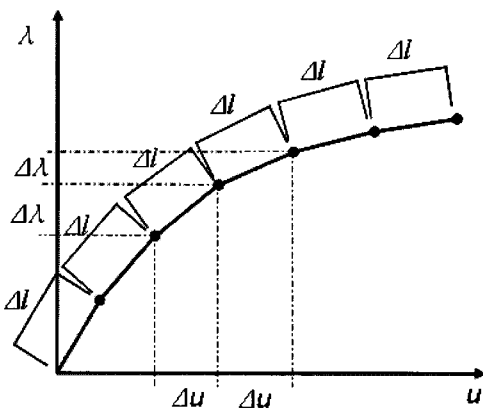
\*\* 학생회원, 세종대학교 건축공학과 석사과정  
E-mail : merooda@naver.com

\*\*\* 교신저자, 세종대학교 건축공학과 교수, 공학박사  
Tel: 02-3408-3287 Fax:02-3408-3671  
E-mail : jhlee@sejong.ac.kr

대공간 구조를 형성하기 위한 효율적인 구조시스템인 트러스 구조는 부재의 주된 응력이 축방향임으로 보와 같은 휨 부재에 비해서 단면의 효율이 높고, 단순하면서도 합리적인 형태로 사용될 수 있어 입체적인 대공간 구조를 형성하는 장점이 있다. 그러나 트러스 구조는 세장하게 설계 되는 것과 국부좌굴의 영향만을 고려하여 구조물의 안정성을 감소시키는 요인이 된다. 따라서 트러스 구조물의 정확한 구조해석을 수행하기 위해서는 기하학적 비선형성(Geometric nonlinear)과 재료적 비선형성(Material nonlinear)을 함께 고려해야 한다. 또한 대공간 구조물의 비선형 거동 해석 시 프레임 구조물과 동시에 고려하여 비교할 경우 부재좌굴의 영향을 고려하게 되어 보다 정확한 해석을 수행할 수 있게 된다. 본 논문에서는 'CS 구조사무소'가 주관한 'PILOT PROJECT'의 Single Layer Dome 을 해석모델로 하였으며, 범용 유한요소 해석 프로그램인 ABAQUS를 사용하여 기하학적 비선형성과 부재의 응력-변형률 관계를 이용한 재료비선형성을 함께 고려하였다.

## 2. 수치해석기법

### 2.1 Modified Riks Method



<그림 1> Modified Riks Method

수정된 리크스법은 기하학적 비선형을 표현하기 위한 수치해석법으로 그림 1에 나타난 바와 같이 n스텝에서부터 n+1스텝으로 이동할

때 변위벡터의 길이 Δl을 증분파라메타로 사용하는 것이다.

여기서,  $\delta \Delta u = \delta \Delta \lambda \delta \Delta u_1 + \delta \Delta u_2$ 이며, 변위벡터 및 증분 파라메타는 다음과 같이 증분형태로 나타낸다. λ는 하중의 크기를 나타내는 파라메타이다.

$$\Delta u_{(i+1)} = \Delta u_{(i)} + \delta \Delta u \tag{1.1}$$

$$= \Delta u_{(i)} + \delta \Delta \lambda \delta \Delta u_1 + \delta \Delta u_2$$

$$\Delta \lambda_{(i+1)} = \Delta \lambda_{(i)} + \delta \Delta \lambda \tag{1.2}$$

(1.1)과 식(1.2)를 정리하여 δΔλ에 대한 2차 방정식을 풀면 다음과 같다.

$$\delta \Delta \lambda = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a} \tag{2.1}$$

$$a = (\delta \Delta u_1^T \delta \Delta u_1 + 1)$$

$$b = (\delta \Delta u_1^T (\Delta u_{(i)} + \delta \Delta u_2) + \Delta \lambda_{(i)})$$

$$c = (\Delta u_{(i)} + \delta \Delta u_2)^T (\Delta u_{(i)} + \delta \Delta u_2) + \Delta \lambda_{(i)}^2 - \Delta l^2 \tag{2.2}$$

식(2.1)에서 (+),(-) 부호의 결정은 식(13)에 대입하여 제 (i+1) 근사변위 증분벡터를 결정하고, 이 변위 증분 벡터와 i번째 근사변위 증분 벡터가 이루는 각 θ를 구한다.

$$\Delta u_{(i+1)}^{(\pm)} = \Delta u_{(i)} + \delta \Delta \lambda^{(\pm)} \delta \Delta u_1 + \delta \Delta u_2 \tag{3.1}$$

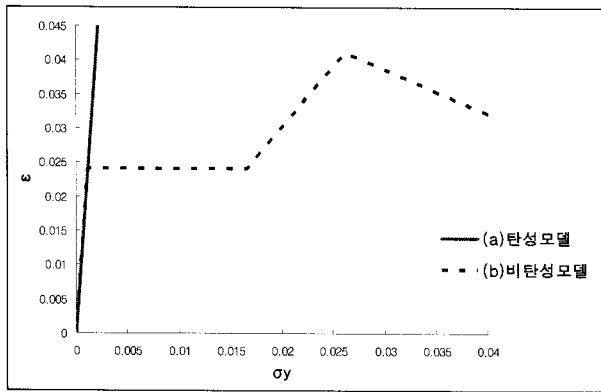
$$\theta^{(+)} = \arccos \left( \frac{\Delta u_{(i)}^T \Delta u_{(i+1)}^{(+)}}{|\Delta u_{(i)}| |\Delta u_{(i+1)}^{(+)}|} \right) \tag{3.2}$$

$$\theta^{(-)} = \arccos \left( \frac{\Delta u_{(i)}^T \Delta u_{(i+1)}^{(-)}}{|\Delta u_{(i)}| |\Delta u_{(i+1)}^{(-)}|} \right)$$

이 각도가 작은 쪽의 부호를 채택한다.

### 2.2 재료비선형 모델

구조물의 부재에 좌굴이나 항복이 발생할 수 있는 트러스 구조물을 해석하기 위하여 본 논문에서는 그림 2에 나타난 것과 같이 탄성모델과 비탄성모델의 응력-변형률 관계를 이용하도록 한다. 전 변형률 ε는 탄성변형률 ε<sub>e</sub> 및 소성변형률 ε<sub>p</sub>로 분리 가능한 것으로 하며,



<그림2> 응력-변형률 관계

위 그림에서  $\sigma_y$ 는 부재의 응력,  $E$ 는 탄성계수,  $\sigma_y$ 는 항복응력을 의미한다. 본 연구에서 항복응력  $\sigma_y$ 의 값은 임계좌굴 응력  $\sigma_{cr}$ 의 값을 채택하여 해석에 적용하는 것으로 한다.

### 2.3 기하학적 비선형변형률

기하학적 비선형변형률은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_{jk} = \frac{1}{2}(u_{i,k}u_{i,j} + u_{j,k} + u_{k,j}) \quad (4)$$

$\epsilon_{jk}$ 는 그린 변형률(Green strain)을 나타내며, 트러스 요소의 축방향의 변형률은 다음의 식으로 유도 된다.

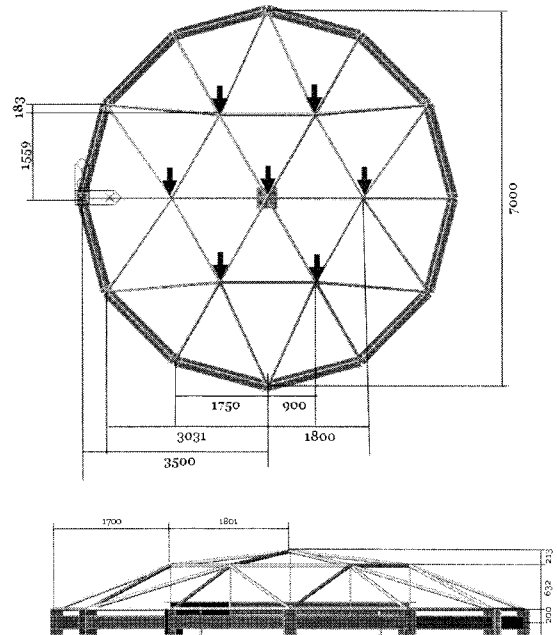
$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= u_{x,x} + \frac{1}{2}(u_{x,x}^2 + u_{y,x}^2 + u_{z,x}^2) \\ &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \right] \end{aligned} \quad (5)$$

식(6)에서 축방향의 2차항  $(\frac{\partial u}{\partial x})^2$ 을 고려하지 않으면 일반적인 공학 변형률(Engineering strain)이 된다. 본 연구에서는 대변형을 대상으로 하므로 축방향의 2차항  $(\frac{\partial u}{\partial x})^2$ 을 고려한 그린 변형률(Green strain)을 적용하도록 한다.

## 3. 수치해석 및 결과

### 3.1 해석 모델

본 논문에서는 19개의 절점과 42개의 부재로 이루어진 Single Layer Dome 을 해석모델로 하였다. 이는 'CS 구조사무소'에서 주관한 'PILOT PROJECT'의 형상과 같다. 본 해석 모델의 기하학적 형상 및 해석 조건과 공통적인 물성치는 그림 3과 같으며, 경계 조건으로는 외곽의 절점에 각 절점과 구조물의 중심의 방향에 수직인 방향으로 수평변위만을 제외한 모든 방향을 구속하였다.



$$\begin{aligned} E &= 2.1 \times 10^4 N/cm^2 \\ \sigma_y &= 0.024 \times 10^3 N/mm^2 \end{aligned}$$

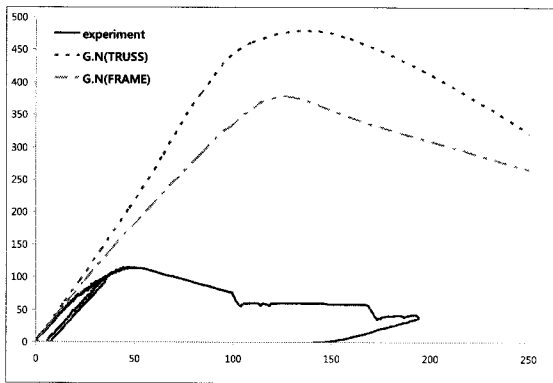
<그림 3> 해석 모델

### 3.2 해석 및 고찰

본 논문에서는 해석방법에 따른 불안정 거동특성을 살펴보기 위하여 기하학적비선형 해석과 재료적비선형 해석, 그리고 부재요소에 따라 트러스와 프레임을 각각 적용하였다. 또한 모든 해석은 아바쿠스의 릭스 해석을 사용하여 가력지점중 하나이며 구조물의 중앙에 위치한 절점의 하중변위곡선을 추적하였다.

### 3.2.1 기하학적 비선형

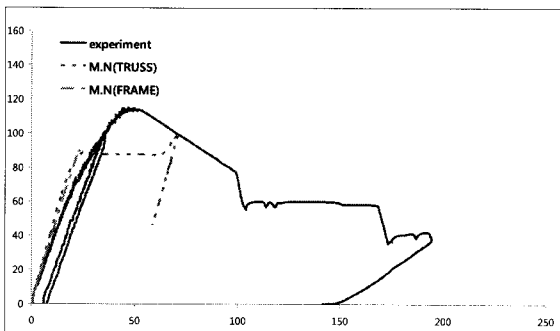
그림4에서 보여주는 기하학적 비선형은 2.2절의 비선형 변형률을 고려하였다. 유한요소 해석결과, 트러스(470N)와 프레임(378N)의 좌굴 하중 값을 얻었으며 이는 실험 값(114N)과 75.7% 와 69.8%의 큰 오차를 나타내어 본 해석모델에 기하학적 비선형 해석만을 적용함은 적합지 않음을 확인하였다.



<그림 4> 기하학적 비선형 해석 하중-변위 관계

### 3.2.2 재료적 비선형

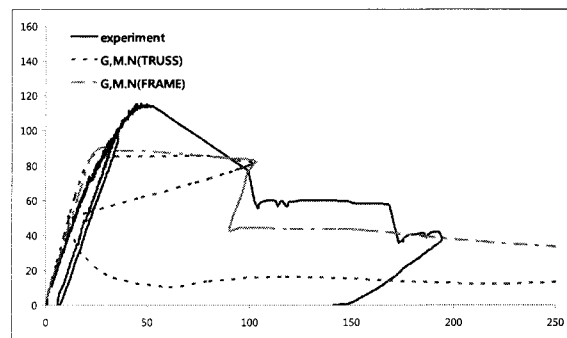
그림5에서 보여주는 기하학적 비선형은 2.3절의 재료비선형 변형률을 고려하였다. 유한요소 해석결과, 트러스(88N)와 프레임(87N)의 좌굴 하중 값을 얻었으며 이는 실험 값(114N)과 29% 와 25%의 큰 오차를 나타내어 본 실험과의 차이를 보였지만 기하학적 비선형 해석에 비하면 상대적으로 접근하였다.



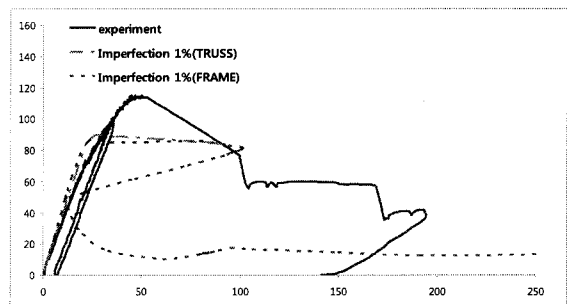
<그림 5> 재료적 비선형 해석 하중-변위 관계

### 3.2.3 기하학적, 재료적 비선형

그림6에서는 위 해석 방법을 동시에 고려하여 적용하였다. 해석결과, 트러스(88N)와 프레임(88N)의 좌굴 하중 값은 비선형 해석과 같았으며 오차 또한 마찬가지로 실험 값(114N)과 29% 와 25%의 값을 보였다. 하지만 좌굴 이후의 거동에서 3.2.2의 해석에 비해 개선되었으며 특히 프레임에서 확인하였다. 그림7은 초기형상불완전을 고려한 해석으로 비대칭적인 형상을 보이는 MODE2에 1%의 Imperfection을 수행하였다.

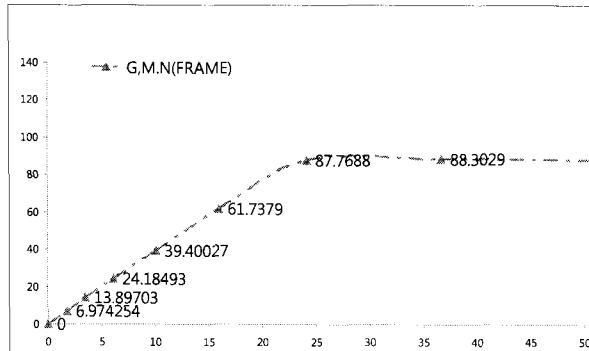
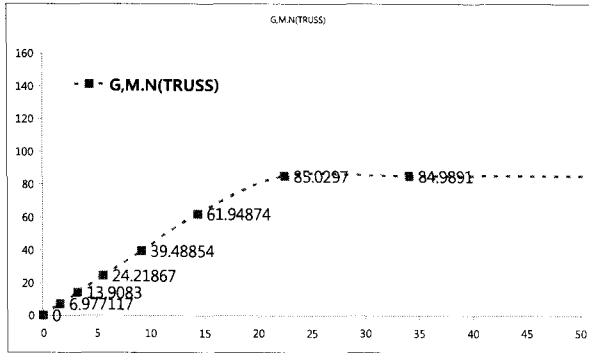


<그림 6> 기하학적, 재료적 해석 하중-변위 관계



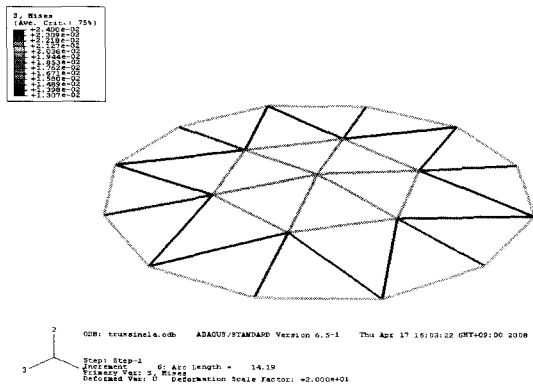
<그림 7> 기하학적, 재료적 해석의 초기형상불완전에 의한 민감도

그림 8은 그림 6의 좌굴하중 주위의 하중 값을 확대시킨 그림으로 트러스의 항복 직전(85N)과 항복 직후(88N), 그리고 프레임의 항복 직전(87N)과 항복 직후(90N) 값을 보여주고 있다.

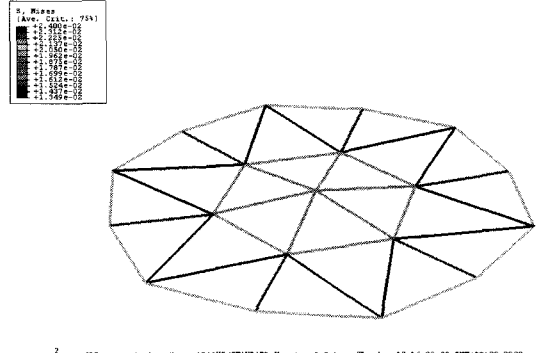


<그림 8> 트러스와 프레임 각각의 항복 전후 하중 값

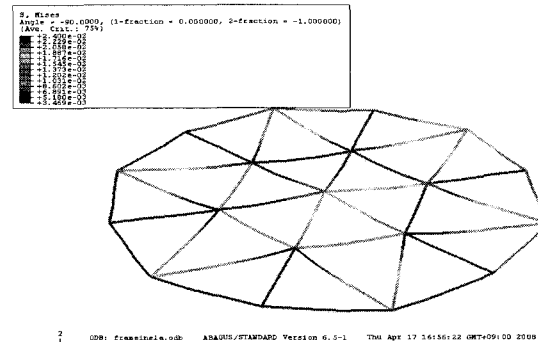
아래의 그림들은 각각 아바쿠스의 기능을 이용한 트러스와 프레임의 항복응력 도달 전후의 변형도를 비교한 그림이다. 부재좌굴을 고려하지 않은 트러스는 부재의 축력만을 받는 데에 비해 프레임은 국부좌굴로 인한 부재의 휨이 눈에 띄게 발생하였다.



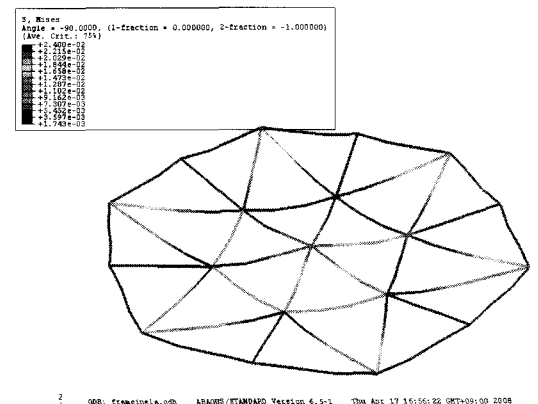
<그림 9> 3.2.3 트러스의 항복응력 도달 직전(85N)의 변형도



<그림 10> 3.2.3 트러스의 항복응력 도달 후(88n)의 변형도



<그림 11> 3.2.3 프레임의 항복응력 도달 전(87N)의 변형도



<그림 12> 3.2.3 트러스의 항복응력 도달 후(91N)의 변형 비교

## 6. 결 론

- (1) 해석 방법에 따라 하중변위 곡선을 추적한 결과 비선형 해석보다는 비탄성해석이 상대적으로 실험값에 유사하게 접근하므로 본 구조물은 비탄성에 의해 지배된다.
- (2) 초기형상불완전에 의한 민감도 수행 결과 해석 값은 완전형상 해석 값과 큰 차이를 보이지 않았다. 그러므로 이 구조물은 초기형상불완전에 의한 민감도가 크지 않음을 확인할 수 있었다.
- (3) 트러스와 프레임은 기하학적 비선형만을 적용하였을 때 큰 좌굴하중 값의 차이를 보였다. 이는 트러스 해석 시 부재좌굴의 영향을 고려하지 않았기 때문에 실제 구조물에서는 부재좌굴로 인한 영향을 고려해야 할 것이다.
- (4) 실험값과 유한요소 해석 값의 차이가 발생하는 원인은 유한요소 해석 시 부재가 항복 후 소성이 된 후, 접합부의 소성 힌지를 고려되지 않았으며 또한, 잔류응력이 검토되지 않았기 때문이다.

## 참고문헌

1. 김광중, 백기열, 이재홍, (2007) 호장법을 이용한 평면트러스 구조의 비탄성 비선형 해석, 한국공간구조학회 논문집
2. 김광중, (2007) 평면 및 공간 트러스 구조의 비탄성 비선형 해석, 세종대학교 건축공학과 석사학위논문
3. 김승덕(2002), 반강접합 프레임형 대공간 구조물의 비선형 불안정 해석에 관한 연구, 대한건축학회논문집 제18권 제3호(통권161호) 2003년 3월
4. 한상을, 이경수 공간구조물의 비선형 탄소성 후좌굴해석에 관한 연구, 대한건축학회논문집 제23권 제12호(통권230호) 2007년 12월
5. ABAQUS Version 6.5 Manual
6. C. D. Hill and S. T. Wang (1989) Post-Buckling Analysis of Steel Space Trusses, J. Struct Engrg, ASCE, Vol. 115
7. Hakan Erdem, Orhan Aksogan and H.Murat Arslan(2001) The non-linear analysis of flexibly connected space frames, Commum. Numer. Meth. Engng 2002; 18:529-535