



이차모멘트 난류모델을 사용한 Rayleigh-Benard 자연대류 유동 해석

최 석 기,^{*1} 김 성 오¹

ANALYSIS OF RAYLEIGH-BENARD NATURAL CONVECTION WITH THE SECOND-MOMENT TURBULENCE MODEL

Seok-Ki Choi^{*1} and Seong-O Kim¹

This paper reports briefly on the computational results of a turbulent Rayleigh-Benard convection with the elliptic-blending second-moment closure (EBM). The primary emphasis of the study is placed on an investigation of accuracy and numerical stability of the elliptic-blending second-moment closure for the turbulent Rayleigh-Benard convection. The turbulent heat fluxes in this study are treated by the algebraic flux model with the temperature variance and molecular dissipation rate of turbulent heat flux. The model is applied to the prediction of the turbulent Rayleigh-Benard convection for Rayleigh numbers ranging from $Ra = 2 \times 10^6$ to $Ra = 10^9$, and the computed results are compared with the previous experimental correlations, T-RANS and LES results. The predicted cell-averaged Nusselt number follows the correlation by Peng et al. (2006) ($Nu = 0.162 Ra^{0.286}$) in the 'soft' convective turbulence region ($2 \times 10^6 \leq Ra \leq 4 \times 10^7$) and it follows the experimental correlation by Niemela et al. (2000) ($Nu = 0.124 Ra^{0.309}$) in the 'hard' convective turbulence region ($10^8 \leq Ra \leq 10^9$) within 5% accuracy. This results show that the elliptic-blending second-moment closure with an algebraic flux model predicts very accurately the Rayleigh Benard convection.

Key Words : 난류자연대류(Turbulent Natural Convection), Rayleigh-Benard 유동 (Rayleigh-Benard Convection), 이차모멘트 난류모델(Second-Moment Turbulence Model)

1. Introduction

Rayleigh-Benard 자연대류 유동은 바닥 벽이 고온이고 상부 벽이 저온인 두 평행한 벽사이의 유동을 의미한다. 이 유동은 공학이나 환경학의 분야들에 매우 중요하여 많은 연구가 수행되어 왔고, 기존의 수치적, 실험적 노력들은 Kenjeres[3]의 논문에 잘 정리되어 있다. Rayleigh-Benard 자연대류 유동은 큰 셀 모양의 유동(cellular motion)으로 특징지어진다. Rayleigh 수가 상대적으로 적을 때에는 이러한 셀 모양의 유동이 실험적으로나 수치적 계산으로 명확히 관찰될 수가 있으나, Rayleigh 수가 클 때에는 실험적으로 알려진 것이 매우 적다. 우리는 수치적 해법을 통하여 자세한 열 및 유동정보를 얻을 수 있으나, 문헌에 보고된 수치적 결과를 보면 직접수치모사

법(DNS:Direct Numerical Simulation)을 사용하여 계산할 수 있는 최대 Rayleigh 수는 $Ra \approx 10^8$ 근처이고, $Ra \approx 10^9$ 보다 큰 경우에 대한 대외동모사법(LES:Large Eddy Simulation) 결과는 아직 문헌에 보고되지 않고 있다. 공학적으로 중요한 Rayleigh-Benard 자연대류 유동은 최소한 $Ra \approx 10^{10}$ 보다 크다. Rayleigh 수가 크면 상부 및 하단 벽에서의 열전달이 벽면에 인접한 매우 좁은 경계층(boundary layer) 내부에서 일어나므로 수치적 정확도를 확보하려면 많은 수의 수치격자가 필요하다. 문헌에 보고된 대부분의 수치적 연구는 DNS나 LES 방법을 사용하고 있고, 그들의 수치해는 Rayleigh 수가 적은 경우의 유동에 국한된다. 실험적으로도 Rayleigh 수가 큰 유동에 대하여서는 자세한 유동의 정보를 얻을 수 없기 때문에 대부분의 저자들은 평균 Nusselt 수와 Rayleigh 수의 열전달 관계식($Nu \approx c Ra^a Pr^b$)을 구하는데 노력을 바쳐왔다.

Rayleigh 수가 큰 Rayleigh-Benard 자연대류 유동에 대한 해석이 가능한 난류모델(RANS : Reynolds Averaged

1 정희원, 한국원자력연구원

* Corresponding author, E-mail: skchoi@kaeri.re.kr



Navier-Stokes equation) 방법을 사용한 경우는 매우 제한적이고, 주로 Kenjeres 와 Hanjalic[4-7]에 의해 수행되었다. 이 저자들은 저 Reynolds 수 $k-\varepsilon-\overline{\theta^2}-\varepsilon_\theta$ 난류모델을 사용하였다. 이 모델에서 난류열유속(turbulent heat flux)을 처리할 때 온도 분산(variance)항 ($\overline{\theta^2}$)과 분자 소산항(molecular dissipation term) (ε_θ)을 포함하였다. 우리가 난류 Rayleigh-Benard 자연대류 유동을 해석 할 때 난류모델의 영향을 파악할 수 있으면 매우 유용할 것이다. 최근의 난류모델 개발 현황에서 중요한 두 연구는 Durbin[9]의 타원-완화 모델과 (elliptic relaxation model)와 Manceau and Hanjalic[8]의 타원-혼합 모델(elliptic-blending model)일 것이다. Durbin[9]의 타원-완화 모델은 매우 복잡하여 사용이 어렵다. 반면에 Manceau and Hanjalic[8]의 타원-혼합 모델은 사용이 간편하고, 수치격자의 영향이 적다고 알려져 있다. 이 모델은 Manceau[10] 와 Thielen et al.[11] 등에 의하여 수정되어 더 정확하고 간편한 모델로 발전되어 왔다. 본 저자들은 이 모델을 두 벽면사이 공동에서의 전단유동[12]과 열성층 유동[13]에 적용하여 시험한 결과, 기존의 이층모델(two-layer model)[14], 전단응력전달 모델(shear stress transport model)[15] 과 $\overline{v^2}-f$ 모델[16] 및 Dol and Hanjalic[17]의 이차모멘트 난류모델들 보다 우수한 해를 산출하였다. 본 연구에서는 이러한 기존의 연구결과를 바탕으로 타원-혼합 모델을 사용하여 난류 Rayleigh-Benard 유동을 해석하여 이 난류모델의 성능을 평가하고자 한다.

본 연구에서는 2차원 방법을 사용하였다. 2차원 모델이 시간 평균한 유동변수들과 국부열전달계수의 변화를 잘 묘사할 수 있으면 복잡하고, 계산시간이 많이 소요되는 3차원 해석법을 대신할 수 있을 것이다. Kenjeres와 Hanjalic[4]은 2차원 유동해석법을 사용하였는데 시간 평균한 유동변수들, 난류변수들 뿐 아니라 유동형태와 국부열전달계수들이 실험 또는 DNS 해석결과와 잘 일치함을 확인하였다. Kenjeres 와 Hanjalic[4]은 또한 기존의 2차원 해석법을 사용한 Goldhirsh et al.[18], Isshietari et al.[19] 및 Paolucci[20]의 계산결과들이 실험에서 관측된 roll의 형성 과정을 잘 묘사하고, 그에 대한 물리학적 예측을 충분히 설명함을 관찰하였다. 이러한 기존의 연구결과들을 바탕으로 본 연구에서는 계산시간이 과다하게 소요되는 3차원 해석법을 대신하여 2차원 해석법을 사용하였다.

본 연구에서는 타원-혼합 이차모멘트 난류모델을 사용하여 난류 Rayleigh-Benard 유동을 해석할 때 해석결과의 정확성과 수치적 불안정성에 관하여 연구하고자 한다. 6가지 서로 다른 Rayleigh 수의 경우에 대한 수치해석을 수행하여, 수치결과를 기존의 실험 및 수치결과와 비교하고자 한다.

2. 지배방정식

타원-혼합 이차모멘트 난류모델을 사용하여 수치해석을 수행할 때 질량, 운동량, 에너지 및 난류변수들에 대한 지배방정식들은 다음과 같다;

$$\frac{D}{Dt}(\rho) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D}{Dt}(\rho U_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{\rho u_i u_j} \right) - \rho \beta g_i (\Theta - \Theta_{ref}) \quad (2)$$

$$\frac{D}{Dt}(\rho \Theta) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} - \overline{\rho \theta u_j} \right) \quad (3)$$

$$\frac{D}{Dt}(\overline{\rho u_i u_j}) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\mu \delta_{kl} + C_s \rho \overline{u_k u_l} T \right) \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \right] + (P_{ij} + G_{ij} + \Phi_{ij} - \rho \varepsilon_{ij}) \quad (4)$$

$$\frac{D}{Dt}(\rho \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\mu \delta_{kl} + C_\varepsilon \rho \overline{u_k u_l} T \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_l} \right] + \frac{(C_{\varepsilon 1}(P_k + G_k) - \rho C_{\varepsilon 2} \varepsilon)}{T} \quad (5)$$

$$\frac{D}{Dt}(\overline{\rho \theta^2}) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\frac{\mu}{Pr} \delta_{kl} + C_{\theta\theta} \rho \overline{u_k u_l} T \right) \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x_l} \right] + \left(2P_\theta - R \frac{\varepsilon}{k} \rho \overline{\theta^2} \right) \quad (6)$$

$$\alpha - L^2 \frac{\partial^2 \alpha}{\partial x_j \partial x_j} = 1 \quad (7)$$

위 식에서

$$\Phi_{ij} = (1 - \alpha^2) \Phi_{ij}^w + \alpha^2 \Phi_{ij}^h \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{ij}^h = & -\left(C_1 + C_2 \frac{P_k}{\varepsilon}\right) \varepsilon A_{ij} + C_3 k S_{ij} \\ & + C_4 k \left(A_{ik} S_{jk} + A_{jk} S_{ik} - \frac{2}{3} \delta_{ij} A_{lk} S_{kl} \right) \\ & + C_5 k \left(A_{ik} \Omega_{jk} + A_{jk} \Omega_{ik} \right) \\ & - C_6 \left(G_{ij} - \frac{2}{3} G_k \delta_{ij} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\Phi_{ij}^w = -5 \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u_i u_k n_j n_k} + \overline{u_j u_k n_i n_k} \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \overline{u_k u_l n_k n_l} (n_i n_j + \delta_{ij}) \right) \quad (10)$$

$$\varepsilon_{ij} = (1 - \alpha^2) \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \varepsilon + \frac{2}{3} \alpha^2 \varepsilon \delta_{ij} \quad (11)$$

$$A_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij}, \quad n = \frac{\nabla \alpha}{\|\nabla \alpha\|} \quad (12)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (13)$$

$$T = \max \left(\frac{k}{\varepsilon}, C_T \left(\frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \right), \quad (14)$$

$$L = C_L \max \left(\frac{k^{3/2}}{\varepsilon}, C_\eta \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \right) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} C_S = 0.21, C_\varepsilon = 0.18, C_{\varepsilon 2} = 1.92, C_{\theta\theta} = 0.22, R = 2., \\ C_1 = 1.7, C_2 = 0.9, C_3 = 0.8 - 0.65 A_2^{1/2}, C_4 = 0.62, \\ C_5 = 0.2, C_6 = 0.3, C_7 = 6.0, C_L = 0.16, C_\eta = 50., \\ C_{\varepsilon 1} = 1.44 \left(1 + 0.1 \frac{(P_k + G_k)}{\varepsilon} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

이다. 본 연구에서는 Eq. (3)에 있는 난류열유속(turbulent heat flux) $\overline{\theta u_i}$ 는 다음의 대수열유속모델을 사용하였다[6].

$$\overline{\theta u_i} = -C_\theta T \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial \Theta}{\partial x_k} + \xi \overline{\theta u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \eta \beta g_i \overline{\theta^2} + \varepsilon \theta_i \right) \quad (17)$$

$$\varepsilon \theta_i = f_{\varepsilon \theta i} \frac{1 + \text{Pr}}{2 \sqrt{\text{Pr}}} \frac{\varepsilon}{RR} \overline{\theta u_i}, f_{\varepsilon \theta i} = \exp[-C_{c\theta} \theta_i R c_r (1 + \text{Pr})] \quad (18)$$

여기에서 $C_\theta = 0.2, \xi = 0.6, \eta = 0.6, C_{c\theta} = 7 \times 10^{-4}$ 이고 $RR = 0.75$ 이다.

경계조건으로는 벽면에서 속도성분들은 no-slip 조건을, 온도에 대하여서는 등온조건을 사용하였다. Reynolds 응력들과 온도 variance는 벽면에서 영(zero)이다. 그리고 계산영역이 x-방향으로 무한하다고 가정하여 x-방향 양 끝, 즉 $x = 0$ 와 $x = L$ 에서는 대칭조건을 사용하였다.

$$U_w = V_w = 0, \overline{uu_w} = \overline{vv_w} = \overline{ww_w} = \overline{uv_w} = 0, \overline{\theta_w^2} = 0 \quad (19)$$

$$\alpha_w = 0, \varepsilon_w = 2\nu k / y^2 \quad (20)$$

$$\Theta(y = 0) = \Theta_{hot}, \Theta(y = H) = \Theta_{cold}, \frac{\partial \Theta}{\partial x}(x = 0, L) = 0 \quad (21)$$

3. 결과 및 토의

Rayleigh-Benard 유동의 전형적인 경우의 하나로 길이의 비가 8:1이고, 위 벽이 고온이고 아래 벽이 저온인 직사각형 공동 내부에서의 자연대류 유동에 대하여 고찰하고자 한다. 수직방향으로 82개의 비균일 격자를 사용하였고, 벽면 근처에서의 최소 길이는 $\Delta y/H = 4 \times 10^{-4}$ 로 하였다. 여기에서 H 는 두 평면사이의 거리이다. 수평방향으로는 127개의 균일한 격자를 사용하였다. 계산은 6가지 상이한 Rayleigh 수 ($2 \times 10^6, 10^7, 4 \times 10^7, 10^8, 5 \times 10^8, 10^9$)에 대하여 수행하였다. 유한체적법을 사용하였고, 속도와 압력의 연계(coupling)는 SIMPLE 알고리즘[21]으로 처리하였다. 대류항 처리법으로는 고차유계해법(higher-order bounded scheme)중의 하나인 HPLA 해법[22]을 사용하였다.

Fig. 1은 Rayleigh 수가 $Ra = 10^7$ 와 $Ra = 10^9$ 인 경우 계산된 속도벡터와 유선의 형태를 보여준다. Rayleigh 수가 $Ra = 10^7$ 인 경우에는 9개의 roll이, $Ra = 10^9$ 인 경우에는 7개의 roll이 존재함을 관찰할 수 있다. 중앙에 1개의 roll이 존재하고 나머

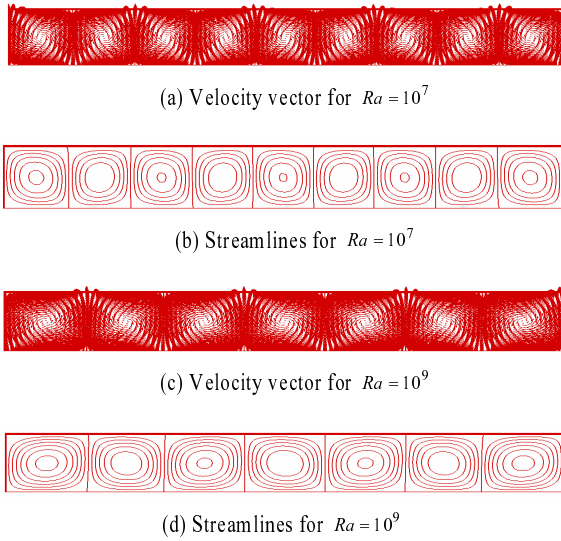


Fig. 1 The predicted velocity vectors and streamlines for $Ra = 10^7$ and $Ra = 10^9$

지 roll들은 이 중앙에 위치한 roll에 대하여 대칭임이 관찰된다. 그리고 두 경우 모두 roll의 수가 홀수(odd number)이다. Kenjeres 와 Hanjalic[4]의 계산에서는 roll의 수가 짝수(even number)였다. 그들의 계산에서는 $Ra = 10^7$ 인 경우 roll의 수가 8개였으며 x-방향 중심선에서 대칭인 형태로 roll이 형성되었다. 본 저자들의 시험계산에서는 roll의 수와 형태는 계산에 사용된 수치해법, 초기 및 경계조건과 Rayleigh 수에 의존함을 관찰할 수 있었다. 그러므로 본 연구에서는 이러한 현상에 대하여 구체적인 결론을 내릴 수 없었다. 그러나 계산된 국부적인 Nusselt 수(local Nusselt number)는 roll의 형상에 크게 의존하였으나 평균 Nusselt 수(overall Nusselt number)의 크기는 roll의 크기와 형상에 거의 무관하였다. Kenjeres 와 Hanjalic[4]의 계산과 동일하게 Rayleigh 수가 증가하면 roll의 크기도 증가함을 관찰할 수 있다.

Fig. 2는 Rayleigh 수가 $Ra = 10^7$ 와 $Ra = 10^9$ 인 경우 고온 및 저온 벽에서의 계산된 국부 Nusselt 수의 분포를 보여주고 있다. 잘 발달된 roll의 구조는 고온 및 저온 벽에서의 국부 Nusselt 수가 급격하게 변하게 한다. 국부 Nusselt 수의 크기와 파장은 roll의 구조와 깊은 연관이 있다. 이들 그림에서 관찰할 수 있는 것은 국부 Nusselt 수의 최대값은 유동이 벽과 충돌하는 위치(impinging point)에서 일어나며, 최소값은 유동이 벽으로부터 떨어져 나가는 위치에서 일어난다. 국부 Nusselt 수의 크기와 파장은 Rayleigh 수가 증가하면 증가하고, 그래서 roll이 수평방향으로 늘어난다. 국부 Nusselt 수의 급격한 변화

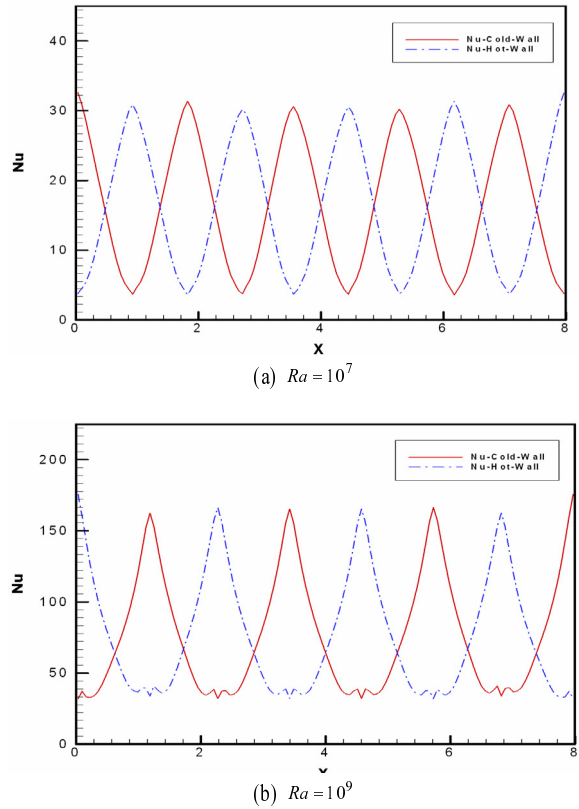
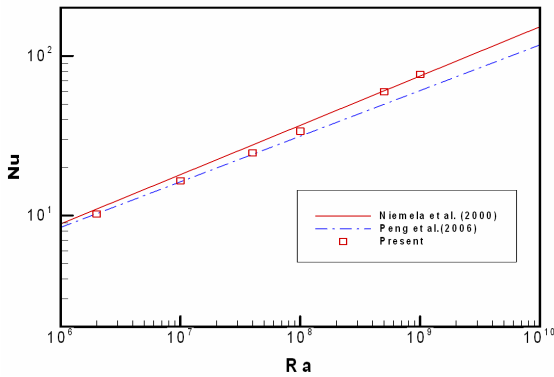


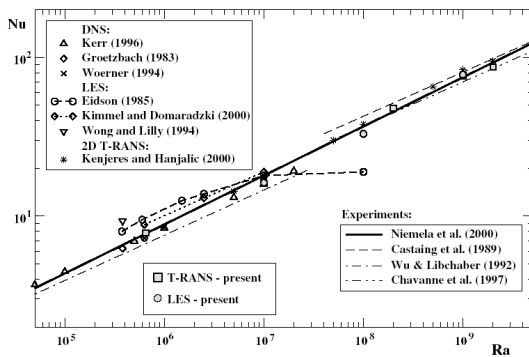
Fig. 2 The predicted local Nusselt number for $Ra = 10^7$ and $Ra = 10^9$

는 유동이 벽과 충돌하는 위치에서 일어나며, Rayleigh 수가 커질수록 ($Ra = 10^9$) 더 뾰족해진다. 또한 국부 Nusselt 수의 모양은 유동이 벽으로부터 떨어져 나가는 위치에서는 Rayleigh 수가 증가할수록 더 무디어진다.

본 연구의 계산결과를 실험결과나 다른 DNS나 LES 결과와 상세하게 비교하기가 어렵다. 왜냐하면 Rayleigh 수가 큰 영역에서 그러한 연구결과가 문헌에 보고되어진 것이 없기 때문이다. 전산코드를 검증할 수 있는 유일한 방법은 시간 평균된 Nusselt 수를 실험에서 구한 상관식과 비교하는 것이다. 그러나 Nusselt 수와 Rayleigh 수 및 Prandtl 수와의 상관식 ($Nu \approx cRa^a Pr^b$)에 대한 많은 논쟁이 있어 왔다. DNS나 LES 및 실험으로부터 구한 많은 상관식들은 Kenjeres [3] 및 Kenjeres and Hanjalic[4]에 잘 요약되어 있다. 연구의 초기에는 $Nu \approx Ra^{1/3}$ 의 관계식이 제안되었으나, Wu 와 Libchaber [23]는 이 상관식은 Rayleigh 수가 적은 영역에서만 사용할 수가 있



(a) Present study



(b) Kenjeres and Hanjalic[6]

Fig. 3 The predicted overall Nusselt number versus Rayleigh number

다고 주장하였다. 이 영역 ($Ra \leq 4 \times 10^7$)을 'soft' 난류영역이라고 부르고, 이것보다 큰 영역 ($Ra \geq 4 \times 10^7$)을 'hard' 난류영역이라 부른다. 과거 대부분의 저자들은 위의 2영역에서의 평균 Nusselt 수를 하나의 상관식으로 표현하려고 하였다.

Fig. 3(a)는 평균된 Nusselt 수의 Rayleigh 수에 대한 상관관계를 본 연구의 결과와 Peng et al.[1]의 LES에 의한 상관식 ($Nu = 0.162Ra^{0.286}$) 및 Niemela et al.[2]의 실험상관식 ($Nu = 0.124Ra^{0.309}$)과 함께 보여주고 있다. 이 그림은 본 연구의 계산결과가 'soft' 난류 영역 ($Ra \leq 4 \times 10^7$)에서는 Peng et al.[1]의 상관식과 일치하고, 천이점 ($Ra = 4 \times 10^7$)을 지나면 Peng et al.[1]의 상관식에서 벗어나기 시작하여 'hard' 난류영역 ($10^8 \leq Ra \leq 10^9$)에서는 Niemela et al.[2]의 실험상관식과 일치함을 관찰할 수 있다. 본 저자들의 지식으로는 지금까지 문헌상에 보고된 어떠한 수치연구나 실험연구도 이러한 현상을 보고한 적이 없다. Rayleigh 수가 적을 때에는 실험적 어려움으로 충분히 조밀한 격자를 사용한 Peng et al.[1]의 LES 결과가

Niemela et al.[2]의 실험결과와 보다 정확하다고 추정할 수 있다. 그러나 Fig. 3(a)에서 관찰할 수 있는 바와 같이 그 차이는 매우 적다. Fig. 3(b)는 Rayleigh 수가 $10^8 \leq Ra \leq 10^9$ 인 영역에서는 본 연구의 계산결과가 조밀한 격자($256 \times 128 \times 256$)를 사용한 Kenjeres 와 Hanjalic[6]의 LES 계산결과와 거의 동일함을 보여주고 있다. Kenjeres 와 Hanjalic[6]이 Rayleigh 수가 $Ra = 10^7$ 보다 적은 영역에서 LES 계산을 수행하지 않는 것은 유감스러운 일이다. Fig. 4는 Kenjeres 와 Hanjalic[4]의 이차원 계산결과가 'soft' 난류영역에서도 Niemela et al.[2]의 실험결과와 일치함을 관찰할 수 있다. 이 저자들은 Launder 와 Sharma[24]의 저 Reynolds 수 $k-\epsilon$ 모델을 사용하였다. Fig. 1에서 관찰할 수 있는 바와 같이 'hard' 난류영역에서 보다 'soft' 난류영역에서 벽과 충돌하는 영역이 많다. 그리고 $k-\epsilon$ 난류모델이 벽과 충돌하는 영역(impinging stagnation region)에서 난류에너지를 과다하게 예측하는 것은 잘 알려진 사실이다. Fig. 4에서 $k-\epsilon$ 난류모델이 'soft' 난류영역에서 Nusselt 수를 약간 과대하게 예측하는 것은 이것이 원인이라고 추정된다. Rayleigh 수가 증가하면 벽과 충돌하는 영역이 적어지고, $k-\epsilon$ 모델에 의한 결과와 본 연구의 결과와 거의 동일해짐을 관찰할 수 있다. Thielen et al.[11]의 연구에서 관찰되는 바와 같이 본 연구에서 사용된 타원-혼합 이차모멘트 모델은 벽과 충돌하는 영역에서 유동을 매우 정확하게 예측한다.

Table 1은 본 연구에서 수행한 6종류의 다른 Rayleigh 수에 대하여 계산한 평균 Nusselt 수를 Peng et al.[1]의 상관식과 Niemela et al.[2]의 실험결과와 수량적으로 보여주고 있다. 본 연구와 이들 상관식과의 차이는 5% 미만이다. Niemela et al.[2]의 상관식은 모든 Rayleigh 수 영역에서 사용될 수 있음을 보여준다. 이 상관식은 Rayleigh 수가 적을 때 Peng et al.[1]의 상관식과 약간의 차이가 있으나 공학적인 응용 관점에서 보면 충분히 정확하다고 할 수 있다. 그러나 Peng et al.[1]의 상관식은 Rayleigh 수가 크면 Nusselt 수를 과소하게 예측한다. 이러한 원인은 Rayleigh 수가 클 때 ($10^8 \leq Ra \leq 10^9$) 그들의 LES 계산에서 충분히 조밀한 격자를 사용하지 않았기 때문으로 추정된다. 왜냐하면 같은 LES 방법과 충분히 조밀

Table 1 Comparison of the overall Nusselt number between the present results and previous experimental correlations and LES results

Rayleigh number	2×10^6	10^7	4×10^7	10^8	5×10^8	10^9
Niemela et al. (2000)	10.98	18.05	27.70	36.76	60.45	74.89
Peng et al. (2006)	10.27	16.27	24.19	31.44	49.82	60.75
Present	10.22	16.52	24.72	33.74	59.67	76.63
Deviation from Niemela et al.	6.92%	8.48%	10.76%	8.22%	1.29%	2.32%
Deviation from Peng et al.	0.49%	1.53%	2.19%	7.32%	19.77%	26.14%



한 격자(256×128×256)를 사용한 Kenjeres 와 Hanjalic[6]의 계산 결과는 본 연구의 계산결과와 Niemela et al.[2]의 상관식과 거의 동일한 값의 Nusselt 수를 예측하기 때문이다. 참고로 Peng et al.[1]이 $Ra = 10^9$ 인 경우 사용한 격자수는 176×128×176이다.

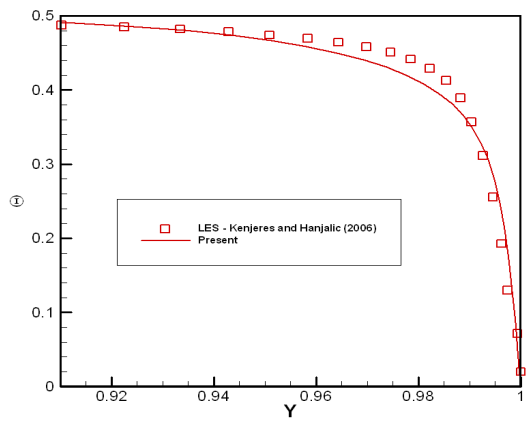
Fig. 4는 $Ra = 10^9$ 인 경우 벽면 근처에서의 시간 평균된 온도와 온도분산(variance) 분포를 본 연구와 Kenjeres 와 Hanjalic [6]의 LES 및 T-RANS 방법으로 구한 값들과 비교하여 보여주고 있다. 여기에서 T-RANS 해는 82×82×72 격자를 사용한 3차원 해석을 의미한다. 본 연구의 계산이 이들 해와 비교적 잘 일치함을 보여주고 있다. Fig. 4(a)에서 관찰할 수 있는바와 같이 열적 경계층(thermal boundary layer)의 크기는 매우 작음(LES 경우 $\delta_{th}/H \approx 0.02$)을 알 수 있다. 이것은 LES 와 DNS 계산을 수행할 때 매우 조밀한 격자를 사용하여야 됨을 보여준다. Fig. 5에서 보여주지는 않지만(scanning의 어려움으로 인함) 본 연구에서 예측된 시간평균 온도의 분포는 이들의 3차원 T-RANS 결과와 거의 유사하였고, Fig. 4(a)에서 관찰할 수 있는 바와 같이 LES 해와는 약간의 차이가 있다. Fig. 4(b)는 계산된 온도분산(variance) 값의 분포는 이들의 T-RANS 해의 경향과 유사하나, 크기가 약간 차이가 있다.

4. 결 론

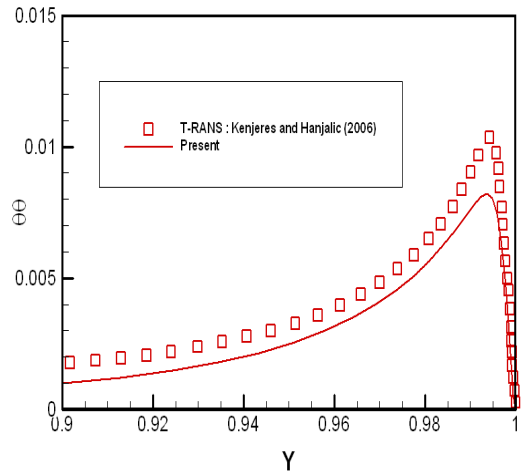
본 연구에서는 위의 벽이 고온이고 아래 벽이 저온인 두 평면 사이의 Rayleigh-Benard 유동을 Rayleigh 수가 $Ra = 2 \times 10^6$ 에서 $Ra = 10^9$ 범위에서 타원-혼합 이차모멘트 난류모델을 사용하여 2차원적으로 계산을 수행하고, 계산결과를 기존의 실험결과, LES 및 T-RANS에 의한 계산결과와 비교하였다. 생성된 roll의 구조, 국부 및 평균 Nusselt 수, 시간평균 온도 분포 및 온도분산(variance)에 대하여 분석을 수행하였다. 계산된 평균 Nusselt 수는 'soft' 난류영역에서는 Peng et al.[1]의 상관식과, 'hard' 난류 영역에서는 Niemela et al.[2]의 실험 상관식과 5% 범위에서 일치하였다. 이러한 연구결과는 본 연구에서 대수열유속 모델과 같이 사용된 타원-혼합 이차모멘트 난류모델이 Rayleigh-Benard 자연대류 유동을 잘 모사함을 보여준다. 이러한 결과는 앞으로 이 난류모델이 고 Rayleigh 유동에 계산하는데 적용될 수 있음을 보여준다.

Acknowledgements

본 연구는 과학기술부의 원자력 중장기 연구개발 사업의 지원에 의하여 수행되었다. 또한 이 연구는 KISTI의 제 8차 전략과제에서 제공하는 슈퍼컴퓨터 을 사용하여 연구를 수행하였고, 이에 관계자에게 고마움을 표시한다.



(a) Temperature profiles



(b) Temperature variance profiles

Fig. 4 Comparison of the present results with Kenjeres and Hanjalic[6] at $Ra = 10^9$

References

- [1] 2006, Peng, S.H., Hanjalic, K. and Davidson, L., "Large-eddy simulation and deduced scaling analysis of Rayleigh-Benard convection up to $Ra = 10^9$," *J. Turbulence*, Vol.7, pp.1-29.
- [2] 2000, Niemela, J.J., Skrbek, L., Sreenivasan, K.R. and Donnelly, R.J., "Turbulent convection at very high Rayleigh numbers," *Nature*, Vol.404, pp.837-840.
- [3] 1998, Kenjeres, S., "Numerical modeling of complex buoyancy-driven flows," *Ph.D Thesis, Delft University of Technology, The Netherlands*.



- [4] 2000, Kenjeres, S. and Hanjalic, K., "Convective rolls and heat transfer in finite-length Rayleigh-Benard convection: A two-dimensional numerical study," *Phys. Rev. E*, Vol.62 pp.7987-7998.
- [5] 1999, Kenjeres, S. and Hanjalic, K., "Transient analysis of Rayleigh-Benard convection with a RANS model," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.20, pp.329-340.
- [6] 2006, Kenjeres, S. and Hanjalic, K., "LES, T-RANS and hybrid simulations of thermal convection at high Ra numbers," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.27, pp.800-810.
- [7] 2002, Kenjeres, S. and Hanjalic, K., "LES, Numerical insight into flow structure in ultraturbulent thermal convection," *Phys. Rev. E*, Vol.66, 036307, pp.1-5.
- [8] 2002, Manceau, R. and Hanjalic, K., "Elliptic blending model: a new near-wall Reynolds-stress turbulence closure Toward Improved prediction of heat transfer on turbine blades," *Phys. Fluids*, Vol.14, pp.744-754.
- [9] 1993, Durbin, P.A., "A Reynolds stress model for near-wall turbulence," *J. Fluid. Mech.*, Vol.249, pp.465-498.
- [10] 2005, Manceau, R., "An improved version of the elliptic blending model application to non-rotating and rotating channel flows," *Proceedings of 4th Int. Symp. Turbulence and shear flow phenomena, Williamsburg, VA, USA*, pp.259-264.
- [11] 2005, Thielen, L., Hanjalic, K., Jonker, H. and Manceau, R., "Prediction of flow and heat transfer in multiple impinging jets with an elliptic-blending second-moment closure," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.48, pp.1583-1598.
- [12] 2006, Choi, S.K. and Kim, S.O., "Computation of a turbulent natural convection in a rectangular cavity with the elliptic-blending second-moment closure," *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol.33, pp.1217-1224.
- [13] 2008, Choi, S.K. and Kim, S.O., "Treatment of turbulent heat fluxes with the elliptic-blending second-moment closure for turbulent natural convection flows," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.51, pp.2377-2388.
- [14] 1998, Chen, H.C. and Patel, V.C., "Near-wall turbulence models for complex flows including separation," *AIAA J.*, Vol.26, pp.641-648.
- [15] 1994, Menter, F.R., "Two-equation eddy-viscosity turbulence model for engineering applications," *AIAA J.*, Vol.32, pp.1598-1605.
- [16] 2002, Medic, G. and Durbin, P.A., "Toward improved prediction of heat transfer on turbine blades," *J. Turbomachinery*, Vol.124, pp.187-192.
- [17] 2001, Dol, H.S. and Hanjalic, K., "Computational study of turbulent natural convection in a side-heated near-cubic enclosure at a high Rayleigh number," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.44, pp.2323-2344.
- [18] 1989, Goldhirsch, I., Pelz, R.B. and Orszag, S.A., "Numerical simulation of thermal convection in a two-dimensional finite box," *J. Fluid Mech.*, Vol.199, pp.1-28.
- [19] 1994, Ishiwatari, M., Takehiro, S.I. and Hayashi, Y.Y., "The effects of thermal conditions on the cell sizes of two-dimensional convection," *J. Fluid Mech.*, Vol.281, pp.33-50.
- [20] 1990, Paolucci, S., "Direct numerical simulation of two-dimensional turbulent natural convection in an enclosed cavity," *J. Fluid Mech.*, Vol.215, pp.229-262.
- [21] 1998, Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, New York, USA.
- [22] 1991, Zhu, J., "A low-diffusive and oscillation free convection scheme," *Comm. Appl. Numer. Methods*, Vol.7, pp. 225-232.
- [23] 1992, Wu, X.Z. and Libchaber, A., "Scaling relation in thermal turbulence," *Phys. Rev. A.*, Vol.40, pp.842-845.
- [24] 1974, Launder, B.E. and Sharma, B.I., "Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of near spinning disc," *Lett. in Heat and Mass Transfer*, Vol.1, pp.131-138.