

모드분해기법을 이용한 동적 변형률신호로부터 변위응답추정
**Estimation of Displacement Responses from the Measured Dynamic Strain
Signals Using Mode Decomposition Technique**

김성완* 장성진** 김남식***
Kim, Sung Wan Chang, Sung Jin Kim, Nam Sik

ABSTRACT

In this study, a method predicting the displacement response of structures from the measured dynamic strain signal is proposed by using a mode decomposition technique. Dynamic loadings including wind and seismic loadings could be exerted to the bridge. In order to examine the bridge stability against these dynamic loadings, the prediction of displacement response is very important to evaluate bridge stability. Because it may be not easy for the displacement response to be acquired directly on site, an indirect method to predict the displacement response is needed. Thus, as an alternative for predicting the displacement response indirectly, the conversion of the measured strain signal into the displacement response is suggested, while the measured strain signal can be obtained using fiber optic Bragg-grating (FBG) sensors. To overcome such a problem, a mode decomposition technique was used in this study. The measured strain signal is decomposed into each modal component by using the empirical mode decomposition(EMD) as one of mode decomposition techniques. Then, the decomposed strain signals on each modal component are transformed into the modal displacement components. And the corresponding mode shapes can be also estimated by using the proper orthogonal decomposition(POD) from the measured strain signal. Thus, total displacement response could be predicted from combining the modal displacement components.

1. 서 론

일반적으로 교량은 풍하중, 지진하중 그리고 기차의 이동하중과 같은 동적하중에 노출되어 있음을 감안하여 교량에 작용하는 동적하중에 대한 안정성 또한 검토하는 것이 바람직하다. 안전성검토와 구조적인 성능 저하를 판단하기 위하여 교량의 주요거동을 파악할 수 있는 변위응답을 추정할 필요가 있다. 그러나 건설현장에서의 적절한 변위응답추정 방법의 부재로 인하여 대형구조물의 거동을 계측하기 어려운 것이 현실이다. 직접 변위센서를 사용하여 구조물의 변위 응답을 정확히 측정할 수 있다면 가장 좋은 방법일 것이나 변위센서는 그 특성상 변위계를 고정할 부가물의 설치가 어렵다는 문제점이 있다. 또한 가속도를 이용하여 변위응답을 추정하는 방법인 가속도신호를 적분하여 속도 및 변위를 추정하는 기법은 초기조건에의 영향과 인과관계(causality)의 부적합성 등의 이유로 인하여 천이영역(transient signal)의 경우 많은 오차가 발생한다는 단점이 있다. 이런 문제점을 보완하기 위하여 디지털 카메라로 Image Processing

* 부산대학교, 토목공학과, 비회원

E-mail : faithdlen@pusan.ac.kr

TEL : (051)510-2189 FAX : (051)513-9596

** 부산대학교

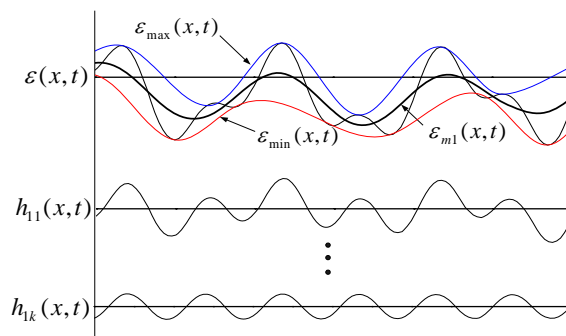
*** 부산대학교

Techniques을 사용하여 변위를 추정하는 연구⁽¹⁾가 수행된바 있으며, 가속도를 이용한 변위응답 추정 시 계측오차에 의해 발생하는 비선형 드리프트를 효과적으로 감소시킬 수 있는 정규화 기법이 연구⁽²⁾ 되었다. 또한 웨이블릿 분해를 이용하여 노이즈를 제거하고 변위를 추정하는 연구⁽³⁾도 제시된바 있다.

본 연구에서는 직접 변위응답을 계측하는 방법이 아닌 간접적으로 변위응답을 추정하는 방법인 변형률신호로 변위응답을 추정하는 방법을 제시하였다. 기존에 많이 사용하고 있는 전기저항식 변형률센서(foiled strain gauge)를 사용할 경우 계측 케이블이 길어짐에 따라 전기적 노이즈로 인한 측정결과의 신뢰성이 낮아지며, 측정점이 많을수록 비경제적이다. 이런 문제점을 극복하기 위하여 전기적 노이즈의 영향이 없고 다중측정이 가능한 광섬유 브래그 격자 센서(FBG: fiber optic Bragg-grating sensor)를 사용하였다. 기존에도 FBG센서를 이용하여 변위응답을 추정한 연구가 제시된바 있다. 정적하중에 대하여 보의 처짐 추정이 연구⁽⁴⁾ 되었으며, 동적하중에 대한 보의 처짐 추정 연구⁽⁵⁾가 발표되었다. 또한 변위-변형률 변환함수를 이용하여 변위응답을 추정하는 연구⁽⁶⁾가 수행되었다. 그러나 기존의 방법으로는 정적 변위추정은 가능하였으나 동적 변위응답 추정은 고차 모드의 노이즈로 인하여 추정된 변위응답이 부정확하였다. 그러므로 본 연구에서는 고차모드의 노이즈를 줄이는 방법으로 모드분해기법을 제시하였다. 모드분해기법은 모드별 변위응답을 추정하고, 추정된 변위응답을 중첩하여 최종 변위응답을 추정하는 기법이다. 모드분해기법을 고유진동수가 낮은 대형구조물에 적용시 모드별 변위응답을 추정하기 때문에 고차모드의 노이즈를 제거 할 수 있을 것으로 판단된다.

2. 모드분해기법

2.1 EMD(Empirical Mode Decomposition)



EMD⁽⁷⁾는 동적 데이터의 모드 분해 알고리즘으로 그림 1과 같은 절차를 통하여 고주파수 부터 분해하는 방법이다. 변형률신호의 최대·최소값을 이용하여 구한 포락곡선(envelope curve)으로 식 (1)과 같이 평균곡선을 구하고, 계측한 변형률신호에서 평균곡선을 제거하면 식 (2)와 같은 저주파수 부분이 제거된 고주파수 부분의 변형률신호를 얻을 수 있게 된다. 여기서 $\varepsilon(x, t)$ 는 계측점(x)과 시간(t)에 대한 계측변형률신호를 나타낸다.

$$\varepsilon_{m1}(x, t) = \frac{\varepsilon_{\max}(x, t) + \varepsilon_{\min}(x, t)}{2} \quad (1)$$

$$\varepsilon(x, t) - \varepsilon_{m1}(x, t) = h_{11}(x, t) \quad (2)$$

계측데이터에서 평균곡선을 제거하는 것은 저주파수를 제거하기 위한 것이며, 식 (1)과 식 (2)의 과정을 반복수행함으로써 저주파수 부분이 제거된 고주파수 성분들만 남는다. 이와 같은 반복수행은 표준편차(SD: standard deviation)를 나타내는 식 (3)이 0.2~0.3에 수렴할 때까지 반복수행 하는 방법과, EDTM(energy difference tracking method)를⁽⁸⁾ 이용하는 방법이 있다. EDTM은 식 (1)~식 (2)의 과정을 식 (4)와 같이 전체에너지와 분해한 에너지의 차이가 최소일 때까지 반복수행하는 것이다. 여기서 k 는 SD가 수렴할 때까지의 반복수행 횟수를 나타낸다.

$$SD = \sum \left[\frac{(h_{1(k-1)}(x,t) - h_{1k}(x,t))^2}{h_{1(k-1)}^2(x,t)} \right] \quad (3)$$

$$E_t = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_i^2(x,t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} [\varepsilon(x,t) - \varepsilon_i(x,t)]^2 dt \quad (4)$$

수렴조건에 만족할 때의 변형률신호를 IMF(intrinsic mode function)라고 한다. 계측 변형률신호로부터 IMF를 제거하고 식 (1)~식 (4)의 과정을 반복 수행을 하여 두 번째 IMF를 구하게 된다. 이와 같은 과정을 계속 반복 수행하면 식 (5)를 얻을 수 있다. 여기서 $\varepsilon_i(x,t)$ 는 분해한 신호의 i 번째 IMF이고 $r_n(x,t)$ 은 IMF를 제거한 나머지응답이다.

$$\varepsilon(x,t) = \sum \varepsilon_i(x,t) + r_n(x,t) \quad (5)$$

2.2 POD(Proper Orthogonal Decomposition)

모드분해기법은 모드별 변위응답을 추정하기 때문에 모드형상의 정확한 추정이 필요하다. 충격실험(modal test)을 수행하여 모드형상을 구하는 것이 일반적이나 대형구조물을 충격실험을 통하여 모드형상을 구하는 것은 쉬운 일이 아니므로 본 연구에서는 POD⁽⁹⁾기법을 이용하였다. POD는 시간, 공간적으로 불규칙한 변동장을 가장 효율적으로 표현하기 위한 좌표계를 찾는 과정으로 불규칙한 데이터를 모드분해 하여 모드형상을 추출하는 방법이다.

식 (6)은 계측점의 수가 L , 계측된 데이터의 수가 N 일 때의 계측응답을 나타낸 것이다.

$$[X] = \begin{bmatrix} x_1(t_1) & x_2(t_1) & \cdots & x_L(t_1) \\ x_1(t_2) & x_2(t_2) & \cdots & x_L(t_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1(t_N) & x_2(t_N) & \cdots & x_L(t_N) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$= [\{q\}_1 \{\phi\}_1^T + \cdots + \{q\}_L \{\phi\}_L^T]$$

계측응답 $[X]$ 의 상관함수($[R]$: correlation matrix)는 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$[R] = \frac{1}{N} [X]^T [X] \quad (7)$$

고유치($\lambda(\phi)$)가 최대가 되어야 함으로 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\max_{\phi} \|X\phi\|^2 = \lambda(\phi) \quad (8)$$

식 (7)의 양변에 $\{\phi\}_j$ 를 곱하면 식 (9)과 같이 표현할 수 있다. δ_{ij} 는 크로네커 델타(kronecker delta)이며 δ_{ij} 는 $i=j$ 이면 1이고, $i \neq j$ 이면 0이다.

$$\begin{aligned} [R]\{\phi\}_j &= \frac{1}{N}[X]^T[X]\{\phi\}_j \\ &= \delta_{ij}\lambda_{ij}\{\phi\}_j \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)에서 $\delta_{ij}\lambda_{ij} = \frac{1}{N}\{q\}_i^T\{q\}_j$ 이다.

고유치(λ_i)와 모드형상(ϕ_i)은 식 (8)과 식 (9)의 관계를 이용하여 구하게 된다.

$$MAC_{ij} = \frac{[\{x_i\}^T\{\phi_j\}]^2}{[\{x_i\}^T\{x_i\}][\{\phi_j\}^T\{\phi_j\}]} \quad (10)$$

POD로 추정된 모드형상의 직교성을 검토하기 위하여 질량이나 강성행렬을 필요로 하지 않고 서로 다르게 정규화된 두 벡터간의 상관관계를 평가할 수 있는 MAC(Modal Assurance Criteria)을 이용하였다. MAC은 식 (10)과 같이 정의 되고, x_i 는 i 번째 기준모드형상을 의미하며, ϕ_j 는 j 번째 비교모드형상을 의미한다. MAC값은 0과 1사이의 값을 가지는데, 0에 가까울수록 두 벡터간의 낮은 상관관계를, 1에 가까울수록 높은 상관관계를 의미한다.

2.3 변형률신호를 이용한 변위응답 추정기법

변형률과 변위의 기하학적인 관계를 이용하여 변위를 추정하는 방법으로⁽⁴⁾ 식 (11)와 같이 곡률과 변위에 관한 미분 방정식의 관계와 곡률과 변형률의 관계를 이용하였다. 여기서, $k(x,t)$ 는 곡률함수이고 $v(x,t)$ 는 변위함수이며 \bar{y} 는 보 단면의 중립축으로부터 연단거리이다. 식 (11)에서 곡률과 변위의 관계를 식 (12)과 같이 나타낼 수 있다. 여기서, $K(x,t)$ 는 곡률함수 $k(x,t)$ 를 두 번 적분한 함수이며 A_1 및 A_2 는 적분 상수이다.

$$k(x,t) = d^2v(x,t)/dx^2 = -\varepsilon(x,t)/\bar{y} \quad (11)$$

$$v(x,t) = \iint k(x,t) dx dx = K(x,t) + A_1x + A_2 \quad (12)$$

POD를 이용하여 추정된 모드형상으로부터 변곡점을 구하고, 변곡점을 기준으로 분해하여 1차 함수로 나타내면 식 (13)과 같다. 여기서 j 는 모드형상 번호이고, i 는 곡률의 방향이 바뀌는 변곡점을 기준으로 나누었을 때 변형률신호를 회귀분석한 단항식의 번호이다.

$$\varepsilon_{ji}(x,t) = -Ax - B \quad (13)$$

$$v_{ji}(x,t) = -\frac{Ax^3}{6\bar{y}} - \frac{Bx^2}{2\bar{y}} + A_1x + A_2 \quad (14)$$

곡률함수 식 (13)를 식 (11)과 식 (12)에 대입하여 계산하면 식 (14)를 얻을 수 있다. 기울기 A는 변형률신호를 이용하여 구하고 변곡점을 기준으로 나누어 생각하여야하기 때문에 B=0 이라고 할 수 있다. 변위곡선에 대한 경계조건은 $v(0,t)=0, \dot{v}(0,t)=0$ 이다. 그러므로 식 (14)는 식 (15)와 같이 나타낼 수 있다. 식 (15)를 이용하여 모드별 변위응답을 추정한다.

$$v_{ji}(x,t) = -\frac{Ax^3}{6y} \tag{15}$$

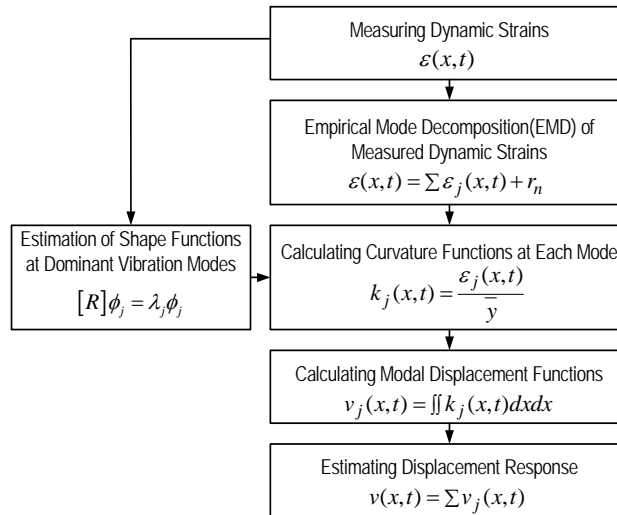


그림 2. 모드분해기법 알고리즘

그림 2는 모드분해기법의 전체 알고리즘이다. 모드분해기법은 POD를 이용하여 추정된 모드형상과 EMD를 이용하여 모드분해한 변형률신호의 관계와 변형률과 변위의 기하학적인 관계를 이용하여 모드별 변위응답을 추정하고, 기여도가 큰 주요모드에서의 변위응답만을 중첩하여 전체변위응답을 추정하게 된다.

3. 모형실험을 통한 모드분해기법 검증

3.1 모형제작 및 실험

장대교량의 변위응답 추정의 가능성을 검증하기 위하여 3경간 연속보를 도표 1과 같은 제원을 이용하여 그림 1과 같이 제작 하였다. 센서의 부착위치는 그림 4와 같이 설치하였으며, 모드분해기법의 사용성을 검증하기 위해서는 두 개 이상의 주파수성분을 가지는 진동을 발생시켜야하므로 그림 4와 같은 위치에 충격하중을 가하여 실험을 수행하였다.

도표 1. 실험모형 제원

Young's Modulus(N/mm ²)	Density(ton/m ³)	Length(mm)	Width(mm)	Thickness(mm)
2.1×10 ⁵	7.85	3000	200	2



그림 3. 실험모형

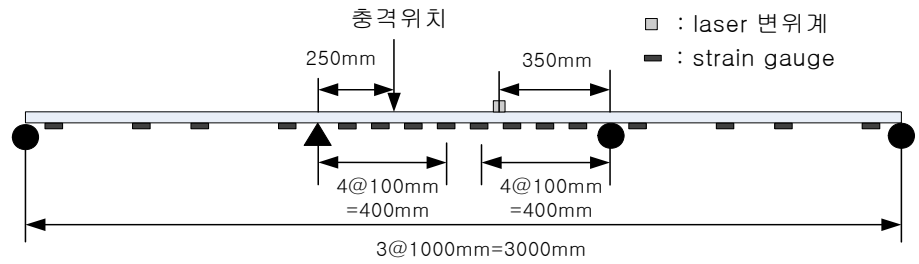


그림 4. 센서의 부착위치와 충격하중의 위치

3.2 모드형상 추정

모드형상을 추정하기 이전에 모형의 정확한 동특성을 파악하기 위하여 자유진동실험과 수치해석을 수행한 결과 도표 2와 같은 고유진동수와 Modal Participation Factor를 구하였다. 1,2차모드의 기여도가 84% 이상을 차지함을 도표 2로 확인할 수 있다.

도표 2. 실험모형의 고유진동수와 Modal Participation Factor

mode	충격실험		수치해석결과
	Frequency(Hz)		Modal Participation Factor(%)
Vertical 1 st mode	5.0293	4.69113	10.620
Vertical 2 st mode	8.54492	8.78026	73.933
Vertical 3 rd mode	17.7784	18.7692	0.000
Vertical 4 th mode	23.2177	21.3937	1.345

그림 5는 POD로 추정한 모드형상과 충격실험으로 추정한 모드형상 비교한 것이며, 충격실험으로 추정한 모드형상과 수치해석으로 구한 모드형상과의 비교로 POD기법의 사용성을 검증한 결과 도표 3과 같이 POD로 구한 변곡점의 위치가 충격실험과 수치해석을 통하여 구한 변곡점의 위치와 잘 일치함을 확인할 수 있었다. 또한 POD로 추정한 모드형상들 간의 직교성을 검증하기 위하여 두 벡터간의 상관성을 평가하는 방법인 MAC을 이용하였으며 도표 4로 직교성이 큰 것을 확인할 수 있었다.

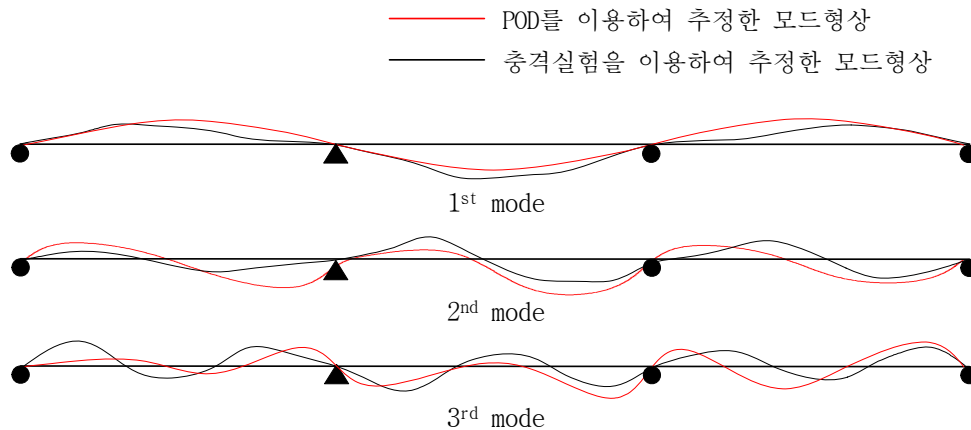


그림 5. POD로 추정한 모드형상과 충격실험으로 추정한 모드형상 비교

도표 3. 곡률의 방향이 바뀌는 Mode Shape의 위치

단위[mm]

		Vertical 1 st mode	Vertical 2 nd mode	Vertical 3 rd mode
충격실험	1	1509	1269	1187
	2	-	1757	1525
	3	-	-	1855
수치해석	1	1500	1250	1167
	2	-	1750	1500
	3	-	-	1833
POD	1	1492	1335	1161
	2	-	1743	1523
	3	-	-	1845

도표 4. MAC을 이용한 상관성 검토

비교모드형상	Vertical 1 st mode	Vertical 2 nd mode	Vertical 3 rd mode
기준모드형상 Vertical 1 st mode	1	1.7231e-011	1.3304e-011
Vertical 2 nd mode	-	1	2.7141e-011
Vertical 3 rd mode	-	-	1

3.3 EMD를 이용한 변형률신호 분해

그림 6은 거더의 중앙에서 100mm 떨어진 위치에서 계측한 변형률신호이다. 1, 2차 모드가 지배적인 인자임을 그림 6(b)를 통하여 확인할 수 있다.

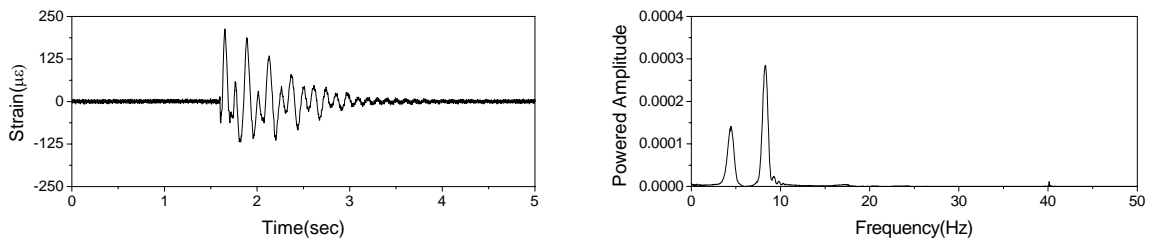


그림 6. 계측변형률신호

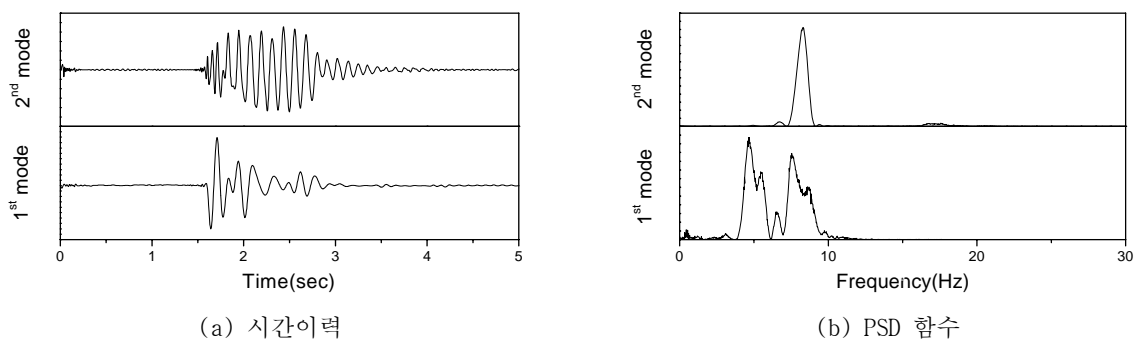


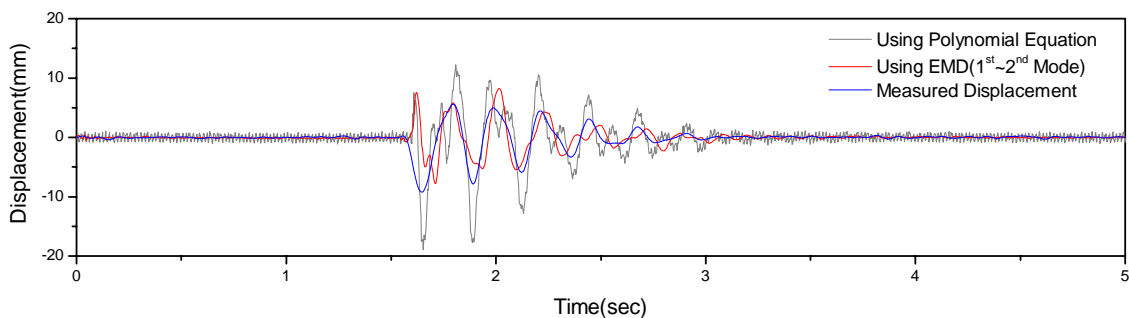
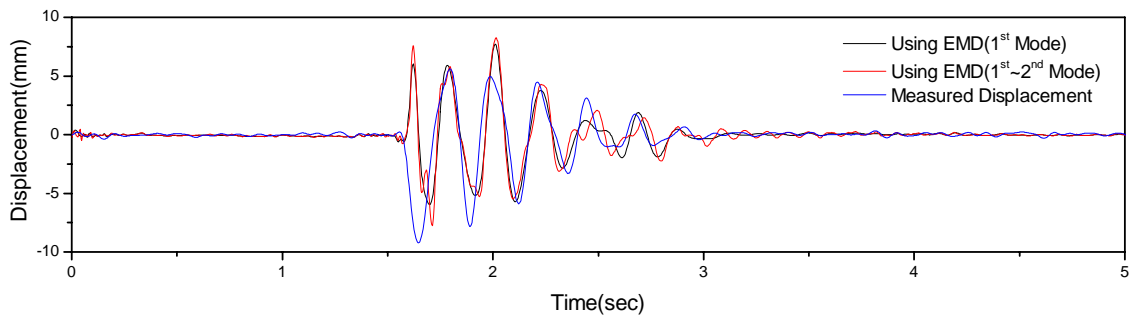
그림 7. EMD로 분해한 모드별 변형률신호

EMD를 이용하여 모드분해 할 경우 IMF가 하나의 주파수만을 가지는 신호가 아니라 여러 개의 주파수를 포함하기

도 하고 다른 IMF가 같은 주파수를 가지기도 한다. 그러므로 EMD로 분해한 신호를 바로 사용하지 않고 같은 주파수를 가지는 IMF를 중첩하여 사용하게 된다. 이와 같이 IMF를 중첩하면 그림 7과 같은 변형률신호를 얻을 수 있다. 그러나 1차 모드에 2차 모드가 많이 묻어 들어가 있는 것을 확인할 수 있었으며, EMD는 원하는 모드를 정확히 분해할 수 없다는 단점이 있다. 그림 7(b)에서도 1차모드에 2차모드 응답이 많이 섞여 들어가 있음을 확인할 수 있다.

3.4 모드분해기법을 이용한 변위응답추정

모드분해 기법은 고려할 모드의 개수가 중요하다. 기여도가 높은 모드를 고려하지 않았을 경우에는 변위응답이 작게 얻어지고, 기여도가 낮은 모드를 고려한 경우에는 노이즈의 영향이 크게 나타나게 된다. 그러므로 변위응답 추정시 기여도가 큰 모드만을 이용하여 변위를 추정하는 것이 바람직하다. 그림 8은 고려한 모드의 개수에 따른 추정변위응답과 변위계로 측정한 변위응답을 비교한 결과이다. 구조물은 보통 저차모드의 기여도가 높으며, 도표 2와 같이 수치해석을 통하여 저차모드 2개의 기여도가 전체기여도의 84%이었으므로 1,2차 모드를 고려한 변위응답이 가장 잘 일치함을 그림 8을 통하여 확인할 수 있다.



기존의 다항식 방법과 모드분해기법으로 추정한 변위응답을 비교해본 결과 다항식 방법보다 모드분해기법을 사용하였을 때 많은 노이즈가 제거됨을 그림 9를 통하여 확인할 수 있다. 모드분해기법은 원하는 모드만을 이용하여 변위응답을 추정하기 때문에 노이즈부분을 제거할 수 있지만 기존의 방법은 계측신호를 바로 이용하기 때문에 노이즈제거의 어려움이 따른다. 그러므로 모드분해기법을 사용한다면 노이즈의 영향을 많이 줄일 수 있을 것으로 판단된다.

4. 결 론

본 연구에서는 대형구조물의 안전성을 검토하기 위한 주요 인자인 변위응답을 추정함에 있어, 간접적인 추정방법인 변형률신호를 이용한 변위응답추정기법을 제시하였으며, 실내모형실험을 통하여 제시한 모드분해기법의 사용성을 검증하였다. 다항식을 이용한 변위응답 추정방법과 모드분해기법을 이용한 변위응답 추정방법을 비교분석 해본 결과 모드분해기법을 이용하여 추정한 변위응답이 변위센서를 이용하여 측정한 변위응답과 잘 일치하는 것을 확인할 수 있었다. 기존의 변위응답 추정방법은 많은 위치의 변형률신호를 알아야 정확한 변위응답을 알 수 있다는 단점이 있지만, 모드분해기법을 사용하면 원하는 몇몇 위치의 변형률신호만으로도 변위응답추정이 가능하다. 또한 전기적 노이즈의 영향이 없고 다중측정이 가능한 FBG센서를 이용함으로써 대형구조물의 원거리 측정이 가능할 것으로 판단된다. 실교량에 모드분해기법을 적용하여 사용성을 검증할 예정이다.

감사의 글

본 연구는 건설교통부 지역기술혁신사업의 연구비지원(05지역특성B05-01)에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

1. J.J.Lee, M.Shinozuka(2006), "Real-Time Displacement Measurement of a Flexible Bridge Using Digital Image Processing Techniques", *Experimental Mechanics*, vol.46, pp.105-114.
2. 홍윤화, 박현우, 이성욱, 이해성(2006), "구조물의 계측가속도를 이용한 변위 재구성에서의 정규화 기법", *대한토목학회 정기학술대회논문집*, pp.338-341.
3. 정범석, 김남식, 국승규(2006), "웨이블릿 분해신호를 이용한 변위응답의 추정", *한국콘크리트학회 논문집*, 18권 3호, pp.347-354.
4. 김남식, 조남소(2002), "광섬유 브래그 격자 센서를 이용한 교량의 수직처짐 추정", *대한토목학회 논문집*, 22권 6-A호, pp.1357-1366.
5. 최은수, 강동훈, 정원석, 김이현(2006), "FBG센서 응답을 이용한 단순보의 변위 추정", *한국강구조학회 학술발표논문집*, pp.349-354.
6. Lae-Hyong Kang, Dae-Kwan Kim, Jae-Hung Han(2007), "Estimation of dynamic structural displacements using fiber Bragg grating strain sensors", *Journal of sound and vibration*, vol.305, pp.534-542.
7. N.E. Huang, Z. Shen, S.R. Long, M.C. Wu, H.H. Shih, Q. Zheng, N.-C. Yen, C.C. Tung, H.H. Liu(1998), "The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis", *Proc. R. Soc. Lond. A*, pp.903-995.
8. Cheng Junsheng, Yu Dejie, Yang Yu(2006), "Research on the intrinsic mode function (IMF) criterion in EMD method", *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol.20, pp.817-824.
9. G. Berkooz, P. Holmes, J.L. Lumley(1993), "The Proper Orthogonal Decomposition in the Analysis of Turbulent Flows", *Ann Rev Fluid Mech*, Vol.25, pp.539-575.