

# 상시진동신호를 이용한 교량의 감쇠특성 추정

## Estimation of Damping Properties of Bridge Structures under Ambient Vibration Condition

김성완\*                      박동욱\*\*                      김남식\*\*\*  
Kim, Sung Wan              Park, Dong Uk              Kim, Nam Sik

---

### ABSTRACT

Recently, due to the advanced measurement techniques, long-term health monitoring systems have been frequently applied to existing bridges. It is known that damping ratios as one of dynamic properties would be an important parameter for evaluating the bridge condition. However, damping ratios may be normally varied depending on the external loading effects on bridges. In general, both the logarithmic decrement and the half-power band width method as a conventional method can be simply used for evaluating the damping ratios accurately when bridge response signals are measured under free vibration conditions. In this study, the Hilbert-Huang transform and the extended Kalman filter were applied to evaluate the damping ratio by using the bridge acceleration signals measured under ambient vibration condition. From the results under ambient vibration condition of bridges, it was examined that the damping ratios evaluated from both the Hilbert-Huang transform and the extended Kalman filter could be more reliable than those from conventional methods.

---

### 1. 서 론

최근 건설기술의 발전 뿐 아니라, 계측기술의 발전으로 특수교량을 중심으로 국내에서도 교량의 모니터링 시스템이 일반화 되고 있다. 모니터링 시스템으로 관찰 할 수 있는 교량의 동특성 중 감쇠비는 교량의 상태를 파악 할 수 있는 주요한 인자 중 하나이며, 이러한 감쇠비는 외력에 의해서 변화 할 수 있다. 감쇠비를 추정하는 기존의 방법으로 half-power band width method, logarithmic decrement<sup>(1)</sup>와 같은 방법들이 있으나, 기존의 방법들은 자유진동신호를 사용하여야 한다는 제약으로 인하여 교량에서 일반적으로 얻어지는 상시진동상태에서의 신호를 이용하여 감쇠비를 추정하는 것에는 무리가 있다. 상시진동상태의 신호를 이용하여 감쇠비를 추정하는 방법으로 Gaussian 분포를 가지는 백색잡음이 섞인 선형시스템의 최적필터인 Kalman filter를 비선형영역으로 확장시킨 extended Kalman filter<sup>(2),(3)</sup>를 이용한 감쇠비추정방법과 상시진동신호로부터 얻어낸 자유진동신호의 특성을 이용하여 감쇠비를 추정하는 Hilbert-Huang transform<sup>(4),(5)</sup>방법 등이 제시된 바가 있다. 또한 최근에는 system identification을 이용하여 감쇠비를 추정하는 방법<sup>(6),(7)</sup>등이 소개가 되고 있으나, 변수가 많은 경우에 SI기법을 이용한 추정방법은 정확도가 떨어지는 것으로 알려져 있다. 이 본 논문에서는 자유진동신호 뿐만 아니라 모니터링 시스템에서 얻어지는 상시진동신호로부터 감쇠비를 추정하기 위하여 기존의 감쇠비 추정방법 중 대표적인 logarithmic decrement, half-power band width method과 상시진동신호

---

\* 저자1 부산대학교, 토목공학과, 비회원

E-mail : kwenry@pusan.ac.kr

TEL : (051)510-1425 FAX : (051)513-9596

\*\* 부산대학교, 토목공학과, 비회원

\*\*\* 부산대학교, 토목공학과, 정회원

로부터 감쇠비 추정이 가능한 것으로 알려진 extended Kalman filter와 Hilbert-Huang transform을 사용하여 추정된 감쇠비를 상호 비교하였다. 추정결과를 바탕으로, 교량의 모니터링 시스템으로부터 얻은 신호들을 사용하는 경우 보다 효과적으로 감쇠비를 추정하고, 데이터를 활용할 수 있는 방안을 제시하고자 한다.

## 2. 감쇠비 추정

교량의 동특성 중 감쇠비는 신호의 감쇠정도를 나타내는 척도로써, 감쇠비가 작을 경우 공진으로 인하여 교량이 제 역할을 수행 할 수 없을 뿐 아니라, 붕괴까지도 가능하다는 것은 널리 알려진 사실이다. 때문에 교량의 감쇠비를 추정하는 것을 교량의 상태를 확인함으로써, 교량의 사용성과 안정성을 확보하는데 큰 기여를 할 수 있다.

### 2.1 Extended Kalman Filter & Hilbert-Huang Transform의 이론적 배경

#### (1) Extended Kalman Filter Method

White Noise를 가지는 선형시스템의 최적필터인 Kalman Filter를 비선형시스템으로 확장한 형태인 Extended Kalman Filter를 이용한 감쇠비추정방법은 교량의 동적시스템을 White Noise를 고려하여 추정하는 준최적상태추정방법이다. Extended Kalman Filter의 Algorithm은 그림 1과 같다.

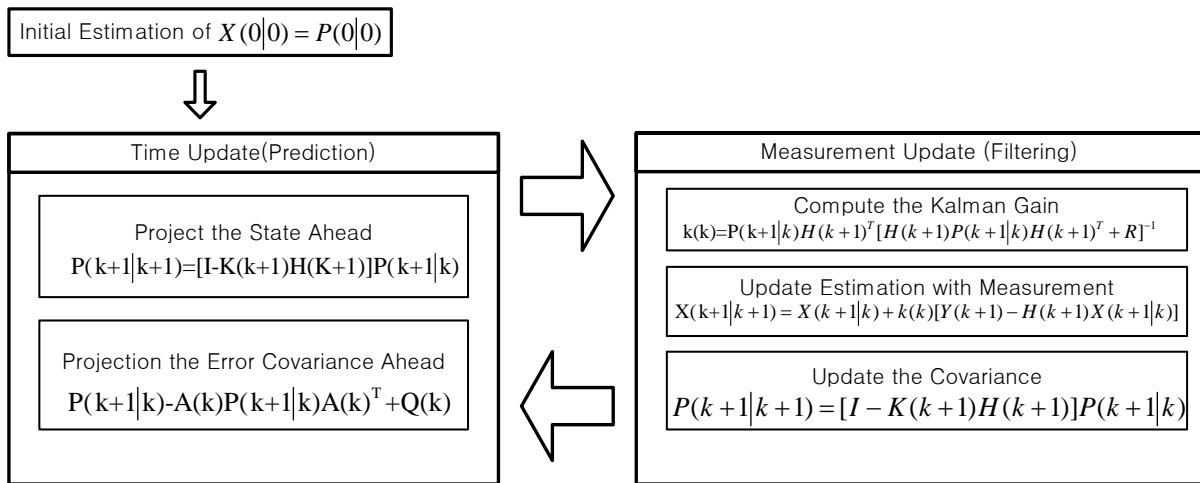


그림 1. Extended Kalman Filter Algorithm

여기서  $X(k+1|k+1)$ 는  $k+1$ 번째 추정값과 측정데이터를 이용한 보정치이며,  $X(k+1|k)$ 는  $k$ 번째 보정한 데이터를 이용하여  $k+1$ 번째의 상태를 추정한 값이다. 또한  $P(k+1|k+1)$ 는  $k+1$ 번째 추정된 공분산행렬과 측정데이터를 이용하여 보정한 공분산행렬 보정치이며,  $P(k+1|k)$ 는  $k$ 번째 보정한 공분산행렬 데이터를 이용하여  $k+1$ 번째의 공분산행렬을 추정한 값이다. 한편,  $A(k)$ 는 상태천이함수를 추정대상에 대해 편미분한 행렬( $\partial f/\partial X$ )이며,  $B(k)$ 는 상태천이함수를 외부입력에 대해 편미분한 행렬( $\partial f/\partial u$ )이며,  $H(k)$ 는 관측함수를 추정대상에 대하여 편미분한 행렬( $\partial h/\partial u$ )이다. 또한  $R, Q(x)$ 는 오차함수이다.

감쇠비의 추정을 위하여 Extended Kalman Filter를 운동방정식에 적용하면, 케이블의 시간  $t$ 에 따른 운동방정식은  $\ddot{u} + 2\xi_k \omega_k \dot{u} + \omega_k^2 u = U(t)$ 이며, 본 논문에서는 가속도를 계측하였으므로 계측값은 가속도( $\ddot{u}$ )항이고, 자유진동신호를 이용하였을 경우는  $U(t) = 0$ 이며, 상시진동신호를 사용하는 경우, 차량통과후의 신호를 이용하는 경우 역시  $U(t) = 0$ 이며, 추정대상인 상태벡터(state vector)는 식 (1)과 같다.

$$X = \begin{bmatrix} u \\ \dot{u} \\ \xi_k \\ \omega_k \end{bmatrix} \quad (1)$$

계측 값이 이산시간의 데이터로 나타나므로, 이산시간에서의 상태천이는 식 (2)와 같다.

$$X_{k+1} = X + dX \cdot dt \quad (2)$$

여기서  $dX$ 는 식 (3)과 같으며,

$$dX = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ -2\xi\omega\dot{v} - \omega^2v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot dt + W(k) \quad (3)$$

여기서  $W(k)$ 는 상태벡터의 오차이다. 한편 관측함수인  $Y$ 는 가속도를 계측하였으므로, 가속도 항을 나타내면 식 (4)와 같으며

$$\ddot{u} = -2\xi_k\omega_k\dot{u} - \omega_k^2u + V(k) \quad (4)$$

여기서  $V(k)$ 는 계측함수의 오차이다. 이와 같이 Extended Kalman Filter와 운동방정식을 이용하여, 동적시스템의 변위( $v$ ), 속도( $\dot{v}$ ), 감쇠비( $\xi$ ), 고유진동수( $\omega$ )를 추정할 수 있다.

## (2) Hilbert-Huang transform

단자유도계의 시간  $t$ 에 따른 자유진동신호를  $v(t)$ 라 하면,  $v(t) = \rho_0 e^{-\xi\omega_0 t} \sin \omega_d t$ 로 표현할 수 있고, Hilbert Transform 이론에 따르면, Hilbert signal  $z(t)$ 는 식 (5)과 같다.

$$z(t) = v(t) + iv'(t) = \rho(t) e^{-i\theta(t)} \quad (5)$$

만약 감쇠비( $\xi$ )가 충분히 작고, 고유진동수( $\omega$ )가 충분히 크다면, 식 (5)는 식 (6)과 (7)로 표현된다. 여기서,  $\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}$ 이다.

$$\ln \rho(t) = -\xi\omega_0 t + \ln \rho_0 \quad (6)$$

$$\theta(t) = \omega_d t - 2\pi \quad (7)$$

응답의 크기를 ln-scale로 나타내고, 회귀선을 1차로 가정하면, 로그 Scale에서 나타나는 크기 변화의 기울기와, Phase Angle 변화(직선) 회귀선의 기울기를 이용하여, 위의 방정식을 풀면 감쇠비를 쉽게 얻을 수 있다.

## 2.2 대상교량

앞서 소개한 감쇠비 추정방법들을 이용하여 전라북도 순창군 쌍치면 쌍계리에 있는 쌍계 1교를 대상으로 공진테스트 및 차량 주행테스트를 실시하였다. 공진테스트는 1Hz부터 8Hz까지 1Hz 단위로 실시하였으며, 공진이 예상되는 8Hz부터 10Hz까지는 0.1Hz 단위로 가진 실험을 실시하였다. 가진실험 결과 8.5Hz에서 가장 큰 공진이 발생하였으며, 본 논문에서는 8.5Hz 가진 실험 데이터 중 가진기의 동력을 차단한 시점부터 2초 동안의 데이터인 자유진동신호부분을 사용하여 자유진동신호를 이용한 감쇠비 추정을 실시하였다. 주행테스트는 차량의 속도를 5km/hr, 10km/hr, 20km/hr, 및 40km/hr의 속도 별로 교량의 중앙, 좌측차선, 우측차선을 지날 때의 경우로 나누어 주행테스트를 실시하였으며, 본 논문에서는 40km/hr의 속도로 교량의 중앙을 지나가는 주행테스트의 신호를 사용하여, 상시진동신호를 이용한 감쇠비 추정을 실시하였다. 그림 2는 대상교량인 쌍계1교의 전경 및 센서위치를 나타내고 있다.



(a) 상부전경 (b) 측면전경 (c) 하부전경 및 센서위치

그림 2. 쌍계 1교 전경

계측조건 중 Sampling Ratio는 상시진동신호를 명확하게 표현하기 위하여 400Hz로 하였으며, 센서의 위치는 1,3,4번 Girder의 Center에서 차량의 주행방향으로 55~60cm 떨어진 지점에서 실시하였다.

### 2.3 계측결과 및 감쇠비 추정을 위한 데이터 선정

#### (1) 공진실험

자유진동신호를 이용한 감쇠비 추정에 사용될 신호는 감쇠의 특성이 명확히 관찰되어야 하며, 신호의 길이가 충분하여야 하므로, 가진실험 중 가장 큰 가속도가 관찰된 8.5Hz의 신호 중 가진기의 동력을 제거한 시점으로부터 2초 동안의 가속도 신호를 사용하였으며, 그림 3은 자유진동신호를 이용한 감쇠비 추정에 사용된 가속도 신호를 나타내고 있다.

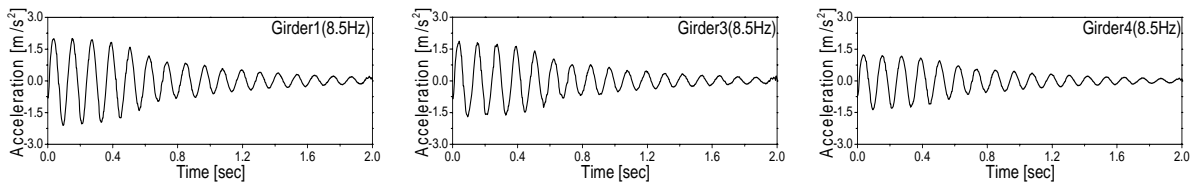
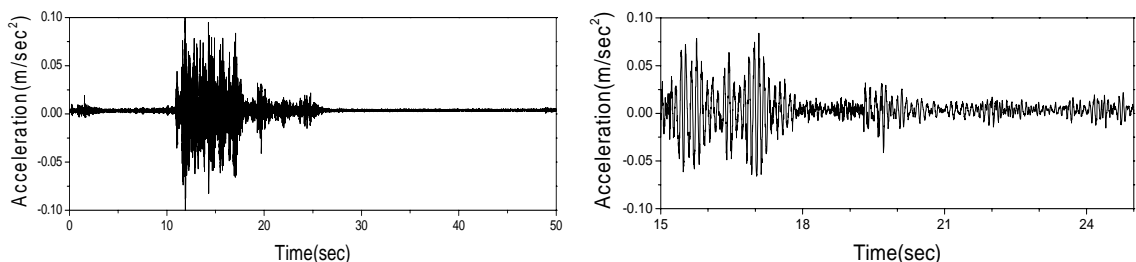


그림 3. 쌍계 1교 공진테스트(8.5Hz)

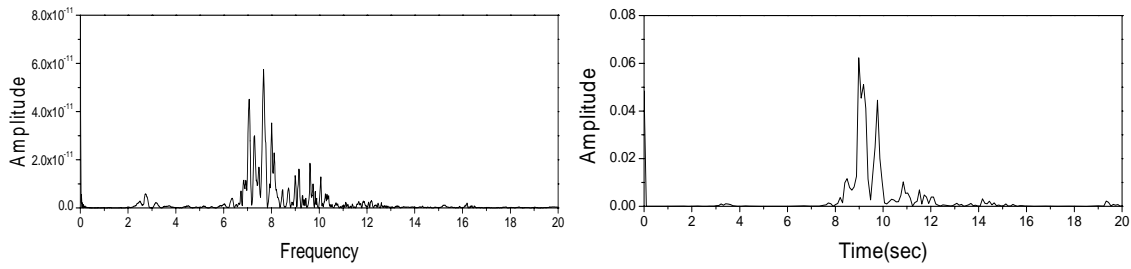
#### (2) 주행실험

상시진동신호를 이용한 감쇠비 추정에 사용된 신호는 주행속도에 따른 실험의 여러 case중 가장 상시진동의 조건과 가까운 40Km/hr의 속도로 교량의 중앙을 주행한 신호를 사용하였으며, 그림 4는 40Km/hr의 속도로 교량의 중앙을 주행한 경우의 4번 거더에서 관측된 가속도 신호를 나타내고 있다. 그림 4의 (a)는 계측시간 전체의 가속도 그래프이며, (b)는 차량이 대상교량을 통과한 뒤 10초 동안의 가속도 그래프를 나타낸 것이다. 상시진동신호를 이용한 감쇠비의 추정에서, 차량으로 인한 외력은 정의하기 어려우므로, 차량이 통과한 후 10초 동안의 데이터를 이용하여 감쇠비를 추정하였다. 그림 5는 그림 4의 신호를 이용하여 Fast Fourier Transform한 Power Spectrum을 나타낸 것이다. 그림 5의 (a)에서는 관찰되나, (b)에서 관찰되지 않는 Peak들이 존재를 한다. 이는 고유진동수에 영향을 끼치는 질량 term이 차량으로 인해 증가되었기 때문으로 분석되며, 이러한 경우는 교량만의 동특성이라 할 수 없으므로, 제외되어야 하는 부분으로 판단된다.



(a) 전체 응답 (b) 15~25초 응답

그림 4. 40km/hr로 교량중앙 주행시 Girder 4에서의 가속도 응답



(a) 전체응답의 Power Spectrum      (b) 15~25초 데이터의 Power Spectrum  
 그림 5. 40km/hr로 교량중앙 주행시 Girder 4에서의 가속도신호 Power Spectrum

## 2.4 감쇠비 추정

### (1) 자유진동신호를 이용한 감쇠비 추정

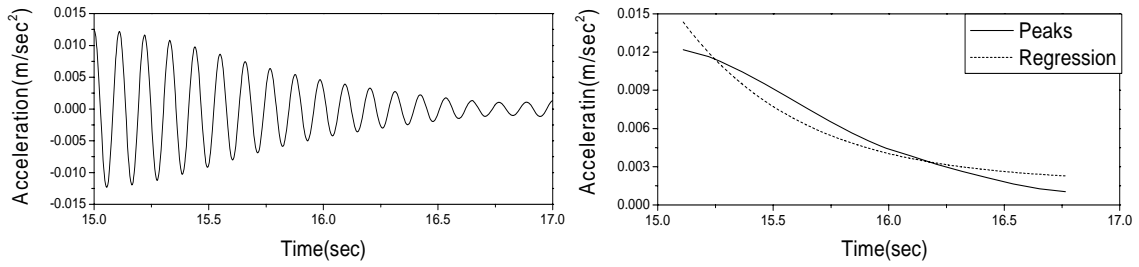
자유진동신호를 이용한 감쇠비 추정에 사용된 데이터는 2.3.(1)에서 선정한 바와 같이 8.5Hz로 가진 한 경우 중 가진기의 동력을 제거한 시점으로부터 2초 동안의 데이터를 사용하였다. Logarithmic Decrement Method를 이용한 추정방법은 자유진동신호의 Peak의 점들을 1차 대수감쇠곡선(First Order Exponential Decay)으로 가정하여 추정한 곡선의 방정식으로부터 감쇠비를 추정하였으며, 이 경우의 감쇠비는 1.96~2.34%로 추정되었다. Half-Power Band Width Method를 이용한 추정방법은 자유진동신호 구간의 데이터를 이용하여 FFT(Fast Fourier Transform)를 적용하여 얻은 Frequency Domain Spectrum에서, Amplitude Peak의  $1/\sqrt{2}$ 의 지점의 두 Frequency값들의 합과 차의 비에 의해 결정하였으며, 이 경우의 감쇠비는 2.69~2.91%로 추정되었다.

Kalman Filter를 이용한 추정방법은 2.1.(1)에서 기술한 바와 같은 방법으로 감쇠비를 추정하였으며, 이 경우의 감쇠비는 3.51~3.72%로 추정되었으며, Hilbert-Huang Transform Method를 이용한 추정방법은 2.1.(2)에서 기술한 바와 같은 방법으로 감쇠비를 추정하였으며, 이 경우의 감쇠비는 3.6~4.5%로 추정되었다.

### (2) 상시진동신호를 이용한 감쇠비 추정

상시진동신호를 이용한 감쇠비 추정에 사용된 데이터는 2.3.(2)에서 선정한 바와 같이 40Km/hr의 속도로 교량의 중앙을 차량이 지나갔을 경우 중 차량이 대상 교량을 통과한 시점으로부터 10초 동안의 데이터를 사용하였다. 자유진동 신호를 이용한 감쇠비의 추정은 2.4.(1)에서 설명한 바와 같이 추가적인 Filter를 거치지 않아도, 앞서 제시한 4가지 감쇠비 추정방법으로 모두 추정이 가능하나, 상시진동 신호인 경우는 추가적인 Filter를 거치지 않고서는 Logarithmic Decrement, Hilbert-Huang Transform Method를 적용할 수 없다. 이 두 가지 방법은 Time Domain에서의 자유진동 신호를 대상으로 하는 방법(Logarithmic Decrement)이거나, 감쇠비의 추정방법 내에 상시진동신호를 유사자유진동신호로 전환시키는 단계가 포함되어 있는 방법(Hilbert-Huang Transform)이기 때문이다. 그림 6은 그림 4(b)의 데이터를 사용하여 Band Pass Filter(8~9.5Hz)를 거친 데이터를 이용하여 Random Decrement Technique을 적용하여 만든 자유진동 신호(a)와 자유진동 신호의 Peak만을 연결한 선과 Peak의 연결선을 1차 대수감쇠곡선으로 가정하였을 때의 회귀선(b)이다. 자유진동신호를 이용한 감쇠비 추정에서와 동일한 방법으로 Filter를 거친 데이터의 Peak를 대수감쇠곡선을 분석하여 추정한 감쇠비는 1.1~4.06%로 추정되었다. Half-Power Band Width Method는 그림 5(b)의 데이터를 이용하여 자유진동신호를 이용한 추정방법과 동일한 방법으로 감쇠비를 추정하였으며, 이 경우의 감쇠비는 1.54~2.41%로 나타났다.

Kalman Filter를 이용한 추정방법은 그림 4(b)의 데이터를 이용하여, 2.1.(1)에서 기술한 바와 같은 방법으로 감쇠비를 추정하였다. 그림 7은 그림 4(b)의 데이터를 이용하여 Kalman Filter를 적용한 경우 감쇠비의 추정과정을 나타낸 것이다. Hilbert-Huang Transform을 이용한 추정방법은 그림 6(a)의 데이터를 이용하여 2.1.(2)에서 기술한 바와 같은 방법으로 감쇠비를 추정하였다. Hilbert-Huang Transform Method는 자유진동신호를 이용하여야 하는 방법이므로, 상시진동신호로부터 자유진동의



(a) 상시진동신호로부터 얻은 자유진동신호 (b) Peak의 연결선과 회귀선  
 그림 6. 상시진동 신호를 이용하여 얻은 자유진동신호 및 Peak와 Peak의 회귀선

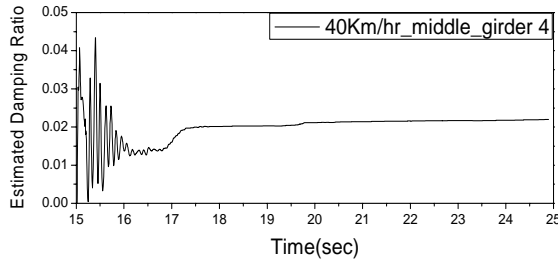
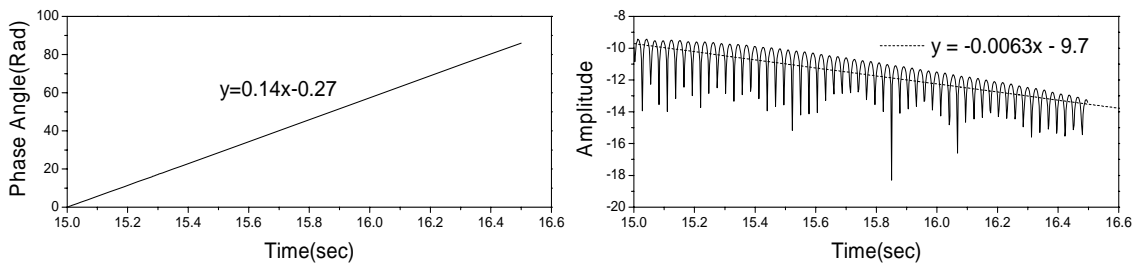


그림 7. Extended Kalman Filter를 적용한 상시진동신호로부터의 추정 감쇠비

정보를 얻어야 하는 과정이 필요하며, 여러 모드가 섞여 있는 경우에 자유진동의 정보를 얻는 것을 어렵다. 그러므로 Empirical Mode Decomposition<sup>5)</sup>과 같은 모드분해기법을 적용할 필요성이 있으나, 대상교량의 경우 1차 모드의 고유진동수가 8.5Hz로써 높은편이며, 또한 재하를 위한 차량의 무게등으로 인하여, 좁은 영역에 많은 주파수가 모여 있어 신호를 왜곡하지 않는 동시에 모드를 분해하는 것은 어려우므로, Band Pass Filter를 이용하여 모드를 분해하였다. 또한 분해된 모드는 자유진동신호가 아니므로, 자유진동신호의 정보를 얻기 위하여, Random Decrement Technique를 적용하여, 상시진동신호로부터 자유진동신호의 정보를 획득한 후, Hilbert-Huang Transform Method를 적용하였다.

그림 8은 Hilbert-Huang Transform을 적용하였을 때의 Phase Angle과 Amplitude(Log-Scale)를 나타내고 있다. Phase Angle의 기울기는  $\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} = slope\ of\ phase\ \angle = 0.14$ 이며, ln-scale amplitude의 기울기는  $-\xi\omega_0 = slope\ of\ ln(amplitude) = -0.0063$ 이므로,  $\xi = 0.0450$ 임을 추정할 수 있다. 이와 같은 방법으로 추정된 감쇠비는 3.21~4.5%로 나타났다.



(a) Phase Angle (b) Amplitude(log\_scale)

그림 8. Hilbert-Huang Transform을 적용한 Phase Angle과 Amplitude의 변화

가진진동실험은 충분한 공간이 발생한 상태 이후의 자유진동구간을 이용하여 추정하였고, 주행실험은 교량의 경간이 짧아 충분한 가진이 되지 못했다는 점을 감안한다면, 자유진동을 이용하여 추정한 감쇠비 중 Logarithmic Decrement는 상시진동 데이터를 이용하여 추정하기 위한 데이터 처리과정(모드분해 및 Random Decrement Technique 등)이 신호에 심각한 왜곡현상을 야기함을 알 수 있다. 하

도표 1. 자유진동신호 및 상시진동 신호를 사용한 각 방법별 추정 감쇠비

|         | Free-Vibration        |                       |               |                         | Ambient Vibration     |                       |               |                         |
|---------|-----------------------|-----------------------|---------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|---------------|-------------------------|
|         | Logarithmic Decrement | Half Power Band-Width | Kalman Filter | Hilbert-Huang Transform | Logarithmic Decrement | Half Power Band-Width | Kalman Filter | Hilbert-Huang Transform |
| Girder1 | 2.43                  | 2.69                  | 3.72          | 4.5                     | 1.11                  | 1.54                  | 1.7           | 3.21                    |
| Girder3 | 2.13                  | 2.73                  | 3.65          | 3.6                     | 3.86                  | 2.41                  | 2.74          | 4.26                    |
| Girder4 | 1.96                  | 2.91                  | 3.51          | 4.37                    | 4.06                  | 2.29                  | 2.17          | 4.50                    |

지만 이러한 왜곡현상에도 불구하고, Hilbert-Huang Transform을 이용한 방법은 이러한 왜곡현상을 보정하여 주는 것으로 보여진다.

도표 1은 공진테스트 실험으로 얻어진 자유진동 신호와 주행실험으로 얻어진 상시진동 신호를 이용하여 각 방법으로 감쇠비를 추정하였을 때 각 거더에서 별로 얻어진 감쇠비를 나타낸 것이다.

### 3. 결 론

이상의 내용을 정리하면, Logarithmic Decrement를 이용하는 방법은 감쇠비를 추정함에 있어서 상시진동데이터를 사용하는 경우, 데이터 처리과정에서 데이터 왜곡현상의 발생으로 어려움이 있는 것으로 판단되며, Half Power Band Width Method는 교량의 고유진동수에 대한 정보가 명확하다면, 비교적 안정적인 감쇠비를 추정할 수 있는 것으로 판단된다. Hilbert-Huang Transform을 이용한 감쇠비 추정은 결과값이 조금 높게 추정되는 현상이 있으나, 안정적인 추정 감쇠비를 보이고 있다. 감쇠비를 추정함에 있어서, 상시진동 데이터의 사전처리 없이 사용 가능한 Extended Kalman Filter를 이용한 방법은 안정적인 감쇠비 추정 값을 보이고 있다.

일반적으로 교량의 모니터링 시스템으로 관측되는 신호는 상시진동신호이며, 상시진동신호는 교량의 상태를 나타내는 신호임에도 불구하고, 신호의 불명확성으로 인하여 그 활용에 어려움을 겪고 있다. 앞서 살펴본 바와 같이 교량의 상시진동신호를 활용함에 있어서 extended Kalman filter 혹은 Hilbert-Huang transform은 교량의 감쇠비 추정에 유용한 방법이라 판단된다.

### 감사의 글

본 연구는 건설교통부 지역특성화연구개발사업의 연구비지원(05지역특성B05-01)에 의해 수행되었습니다.

### 참고문헌

1. Ray W. Clough, Joseph Penzien(1993), "Dynamics of Structures", McGRAW-HILL.
2. 이진학, 구기영, 김남식, 윤정방 (2004). "확장형 칼만필터를 이용한 케이블의 동특성 추정" 대한토목학회 논문집, 24권, 6-A호, pp. 1267-1274.
3. Gerard Blanchet, Maurice Charbit(2008), "Matlab 신호처리 및 이미지처리", 도서출판 아진.
4. Fang-Lin Huang, Xue-Min Wang, Zheng-Qing Chen, Xu-Hui He, Yi-Qing Ni (2007) "A new approach to identification of structural damping ratios" Journal of Sound and Vibration, Vol 303 pp. 144-153.
5. N. E. Huang and others((1998), "The empirical mode decomposition and the Hilbert Spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis, Proc. R. Soc. Lond. A, Vol 454 pp. 903-995.

6. 류근원(2008), “SI기법을 이용한 사장 케이블의 댐핑 특성 추정”, 서울대학교 대학원.
7. 이해성, 강주성(2003), “구조물 손상탐지 및 감쇄평가를 위한 시간 영역에서의 SI 기법”, 한국소음진동공학회 춘계학술대회 논문집, Vol 2003 pp. 430-433.