

5×5크기의 흑백문제에 대한 해법연구와 영재교육에서의 활용 방안

이 상 구 (성균관대학교)

류 창 우 (순천대학교)

김 덕 선 (성균관대학교)

일반적으로 $m \times n$ 크기의 흑백문제에 대한 해는 항상 존재하는 것이 아니다. 따라서 해가 존재하지 않는 경우를 포함해서 모든 크기의 흑백문제의 가능한 최적해를 찾는 것은 중요한 문제이다. 본 연구에서는 흑백문제를 수학적 모델링을 통하여 선형연립방정식의 해를 구하는 문제로 바꾼 후, 유일한 해를 가지는 경우와 아닌 경우를 구분하여 각 경우에 대한 해법을 제시한다. 이를 위하여 행렬식의 조건과 행렬의 패턴을 이용한다. 본 연구는 [1]을 이용하여, [4]에서 미해결된 문제에 대한 완전히 답과 실제로 그를 구현하는 패턴분석과 알고리즘과 웹상에서 이용가능한 자바프로그램을 제공하며 이 과정과 도구가 영재교육에 주는 의미를 분석한다.

5×5 크기의 흑백게임의 동치류를 네 가지로 축소해가는 과정에 핵심적인 부분인 다양한 패턴분석은 대수적 추론을 하는데 도움을 줄 수 있고 이러한 것들은 5×5 크기의 흑백게임의 특수한 경우가 아니라 $m \times n$ 크기의 흑백게임에서의 동치류를 생각해나가는 방법까지 확장하여 생각하게 함으로서, 패턴분석에서 일반화로 가는 대수적 사고 방식을 학생들에게 가르치는데 도움이 될 것이다. 또한, 5×5 크기의 흑백게임에서 많은 양의 패턴분석은 단순한 1:1 교육에서 활용하는 것이 아니라, 영재반의 학생들을 모둠으로 나누어 교육할 수 있는 도구로 활용할 수 있다. 이는 흑백게임만의 장점으로 다양한 패턴분석으로 인한 많은 양의 탐구와 다양한 아이디어가 동반되기 때문이다. 본론에서는 5×5 크기의 흑백게임의 경우의 수인 2^{25} 가지를 네 가지의 동치류로 분류하기 위해 단계 1, 2, 3, 4라는 아이디어를 사용했지만 이와 다른 방법의 아이디어는 얼마든지 가질 수 있다.

특히, 이러한 동치관계나 동치류에 대한 내용은 학생들이 게임을 직접 시행하여 찾아갈 수 있다는 점에서, 학생들이 추상적이고, 난해한 개념을 설명하는데 큰 도움이 될 것이다. 이 같은 게임을 통한 영재 교육은 실제로 [5]에 의하면 영재교육원 중 2005년 강의 목록에 DP게임이 있다는 것을 확인할 수 있다. 이처럼 게임을 통한 수학적 문제의 해법 탐색이 영재교육의 활성화에 도움을 주고 있는 것을 알 수 있다.

또한, 일반 고등학생들이 선형대수학의 기본개념인 선형연립방정식의 해를 구하는 문제[1]로서 학생들에게 교육적인 목적으로 제공할 수도 있다. 이 방식은 단순한 산술형식의 행렬문제가 아닌 고등 학교 과정에서 수준별 학습으로 다룰 수 있는 R&E 프로그램에서도 그 효과를 보일 수 있을 것이라

고 생각된다. 이러한 것은 추후에 학습지 개발을 통하여 그 효과를 입증해야할 부분이다.

실생활에서 쓰일 수 있는 매우 쉬운 문제였던 흑백게임은 내부적으로는 많은 활용할 수 있는 가능성을 내포하고 있다. [1]에서 이야기 한 바와 같이, 흑백게임은 매우 쉬운 수학적 해법인 선형연립 방정식의 해의 존재성으로부터 시작하여 더욱 심화된 수학적 타일링 문제를 유도할 수 있었으며, 또한 본 논문에서의 패턴분석을 가능하게 하였다. 또한 이 내용에서 소개한 바와 같이 교육적 목적으로도 활용할 수 있으며, 특히 영재들의 호기심을 자극하여, 추상적인 수학적 개념을 이해시키는데 많은 효과를 기대할 수 있었다.

현재 5×5 크기의 흑백게임은 본 연구결과를 통하여 승리할 수 있는 모든 초기조건을 확인할 수 있었다. 이러한 방법을 바탕으로, [1]에서 소개한 아직 승리할 수 있는 초기조건을 찾지 못한 4×4 라던지, 9×9 등의 다른 경우에 대하여도 승리할 수 있는 초기조건을 찾을 수 있다. 이러한 승리할 수 있는 초기조건들은 흑백게임을 해결 가능한 상태로 문제를 생성하는데 큰 도움이 된다.

이러한 해결 가능한 흑백게임의 활용도는 다양하게 존재한다. 한 예를 들어, 전기공급시스템(Power Grid System)을 초기에 설계할 때, 해결 가능한 흑백게임의 상태로 디자인한다면, 매우 손쉬운 전기공급시스템을 설계하는데 큰 도움이 된다. 마찬가지로, 다양한 사회적, 공학적 모델에 적용하고, 그 해를 구할 수 있는 방법을 소개할 수 있게 된다. 이는 수학적 모델링을 응용하여 다양한 사회, 공학적 문제에 수학을 적용할 수 있는 기회를 제공하게 될 것이다.

또한, 영재교육등에도 DP게임뿐만 아니라, 이러한 흑백게임의 적용을 통하여 영재교육에 대하여 효과적인 교육효과를 이끌어낼 수 있으며, 앞서 이야기한 수학적 모델의 적용을 소개함으로써 수학 교육에서 증진된 효과를 같이 노릴 수 있는 좋은 사례로 고려할 수 있다.

참 고 문 헌

- 김덕선 · 이상구 (2007). $m \times n$ 크기의 일반적인 흑백 게임의 최적해와 타일링, 한국수학학회지 시리즈 E, Vol. 21 No 4, p. 597-612,
- 김미숙 (2008). 영재와 영재교육의 이해, 국제수학영재교육세미나 프로시딩, Vol. 1, pp. 1-14
- 강병련 · 김희영 (2008). 대학부설 과학영재교육원 초등수학 교육과정 분석, 한국수학교육학회지 시리즈 E, Vol. 22, No. 1, pp. 13-26
- P. V. Araujo (2000). How to Turn All the Lights Out, Elem. Math. 55, p. 135 - 141
- G. Birkhoff and S. M. Lane, (1999). Algebra, 3rd ed. Chelsea.
- CJ entertainment Inc. (2002). JAVA 프로그램, 영화 뷰티풀 마인드 흑백(Blackout)게임,
URL : <http://www.cjent.co.kr/beautifulmind/>