

허니컴브 메쉬를 피터슨-토러스(PT) 네트워크에 임베딩

서정현*, 이형욱, 장문석
 순천대학교 (컴퓨터과학과, 컴퓨터교육과, 컴퓨터과학과)
 {jhseo, oklee, jang*}@suncheon.ac.kr

Embedding Honeycomb Mesh into Petersen-Torus(PT) Networks

Junghyun Seo*, Hyeongok Lee, Moonsuk Jang
 (Dept. Computer Sci., Dept. Computer Edu., Dept. Computer Sci.)
 Suncheon National Univ.

1 서론

대규모 멀티컴퓨팅 시스템에서 복잡하고 어려운 응용 알고리즘을 효율적으로 수용하고, 계 성능을 발휘하기 위해서는 시스템을 구성하는 프로세서들의 연결 구조를 그래프형태로 표현한 상호연결망(interconnection network)의 역할이 매우 중요하다. 상호연결망은 크게 동적연결망과 정적연결망으로 나눈다. 정적연결망은 두 프로세서 사이의 통신 링크가 수동적이므로 다른 프로세서와 다시 연결될 수 없으며, 동적연결망은 스위칭 요소에 의해 통신 링크가 다른 프로세서와 연결될 수 있다. 정적 연결망은 망을 구성하는 노드와 에지의 구성에 따라 메쉬 부류, 하이퍼큐브 부류 그리고 스타그래프 부류로 나눌 수 있다.

상호연결망 G 가 H 에 임베딩 되면 G 에서 설계된 병렬 알고리즘을 상호연결망 H 에 적용할 수 있다. 상호연결망 G (guest)를 상호연결망 H (host)에 임베딩 f 한다는 것은 $V(G)$ 를 $V(H)$ 에 사상하고 에지 $E(G)$ 를 상호연결망 H 의 경로(path)에 사상하는 것이다. 임베딩을 평가하는 척도는 확장을(expansion), 부하계수(load factor), 연장을(dilation), 밀집율(congestion)이 있다[1]. 그래프 G 의 에지 e 의 연장은 H 상에서의 경로 $\rho(e)$ 의 길이를 말하고, 임베딩 f 의 연장은 G 의 모든 에지의 연장을 중 최대값이다. 그래프 H 의 에지 e' 의 밀집율은 e' 에 포함되는 $\rho(e)$ 의 개수를 말하고, 임베딩 f 의 밀집율은 H 의 모든 에지의 밀집율을 중 최대값이다[2,3].

메쉬 부류간의 임베딩에 관한 연구에서 임베딩 평가척도는 대부분 한 자리 정수 값이다. [4]에서는 k -차원 토러스 G 를 H 에 연장을 1 밀집을 1에 임베딩 하였다(G 의 노드 개수가 H 의 노드 개수보다 크거나 같을 경우). [5]에서는 $(3n, 2n)$ 토러스를 n 차원 육사각형 허니컴브 토러스에 연장을 2, 밀집을 4, 확장을 1 그리고 부하계수 1에 임베딩 하였다.

2 관련연구

2.1 피터슨-토러스 $PT(m, n)$ 네트워크

피터슨-토러스 $PT(m, n)$ ($m, n \geq 2$)은 피터슨 그래프를 기본모듈로 하고, 기본모듈 m (x 축) \times n (y 축)개를 격자점에 배치하고 에지 정의에 의해 연결한다. 피터슨-토러스 네트워크 $PT(m, n) = (V_m, E_m)$ 이다. 피터슨-토러스 $PT(m, n)$ 의 노드정의는 다음과 같다.

$$V_m = \{(x, y, p), 0 \leq x < m, 0 \leq y < n, 0 \leq p \leq 9\}$$

$PT(m, n)$ 의 에지는 다음과 같이 내부에지와 외부에지로 나눈다. 같은 기본모듈에 속한 노드들을 연결하는 에지를 내부에지라고 하고, 내부에지는 피터슨 그래프의 에지를 그대로 사용한다. 서로 다른 기본모듈에 있는 노드들을 연결하는 에지를 외부에지라고 하고 다음과 같이 정의한다. 아래 에지를 나타내는 수식에서 심벌 $\lceil \cdot \rceil$ 는 나머지 연산자이다. ① 세로에지는 $((x, y, 6), (x, (y+1)/n, 9))$ 이다. ② 가로에지는 $((x, y, 1), ((x+1)/m, y, 4))$ 이다. ③ 사선 에지는 $((x, y, 2), ((x+1)/m, (y+1)/n, 3))$ 이다. ④ 역 사선 에지는 $((x, y, 7), ((x-1+m)/m, (y+1)/n, 8))$ 이다.

⑤ 지름에지는 $((x, y, 0), ((x + \lceil \frac{m}{2} \rceil)/m, (y + \lceil \frac{n}{2} \rceil)/n, 5))$ 과 $((x, y, 0), ((x - \lceil \frac{m}{2} \rceil + m)/m, (y - \lceil \frac{n}{2} \rceil + n)/n, 5))$ 이다[7].

2.2 허니컴브 메쉬

허니컴브 메쉬는 6각형을 이용하여 3가지 방법으로 만들 수 있는데, 방법에 따라 HHM(honeycomb hexagonal mesh), HRoM(honeycomb rhombic mesh), HReM(honeycomb rectangular mesh)이 있다. 각각은 분지수 3이고 랜더라운드 에지를 추가하면 허니컴브 토러스가 된다. HHM을 간단하게 허니컴브 메쉬(HM)라고 한다[6]. 허니컴브 메쉬 HM은 $6t^2$ 개의 정점들과 $9t^2-3t$ 개의 에지들로 구성되며 $HM_t = (V_{hm}, E_{hm})$ 로 나타낸다. 허니컴브 메쉬 HM의 정의는 다음과 같다.

$$V_{hm} = \{(u, v, w) | (-t+1 \leq u, v, w \leq t, 1 \leq u+v+w \leq 2)\}$$

$$E_{hm} = \{((u, v, w), (u', v', w')) | |u-u'| + |v-v'| + |w-w'| = 1\}$$

3 허니컴브 메쉬 HM을 피터슨-토러스 PT로 임베딩

허니컴브 메쉬를 PT에 임베딩하는 기본전략은 허니컴브 메쉬의 8개의 노드를 PT의 기본모듈에 사상하는 것이다. 8개의 노드로 구성된 조각을 허니컴브 메쉬의 기본모듈이라고 한다.

보조정리 1 허니컴브 메쉬 HM의 기본모듈은 피터슨 그래프에 연장을 2, 밀집을 2 그리고 확장을 5/4에 임베딩 가능하다.

정리 1 허니컴브 메쉬 HM_n 은 $PT(n, n)$ 에 연장을 5, 밀집을 2 그리고 확장을 5/3에 임베딩 가능하다(단 n 은 짝수).

따름정리 1 허니컴브 메쉬 HM_n 은 $PT(n, n)$ 에 평균 연장을 3이하에 임베딩 가능하다.

4 결론

상호연결망 간의 임베딩은 설계된 병렬 알고리즘을 재사용 할 수 있게 하는 의미 있는 작업이다. 널리 알려진 허니컴브 메쉬 네트워크를 연장과 밀집을 5이하에 PT에 임베딩 함으로써 워홀 라우팅 방식과 store-and-forward 방식 모두에서 임베딩 알고리즘이 사용 가능하다. 또한 일대일 임베딩을 함으로써 프로세서 작업 처리량을 최소화 하였다. 허니컴브 메쉬 HM_n 은 $PT(n, n)$ 에 연장을 5, 밀집을 2 그리고 확장을 5/3에 임베딩 가능성을 보였다. 추가로 허니컴브 메쉬를 PT에 평균 연장을 3이하에 임베딩 가능성을 보였다.

참고문헌

- (1) X. Shen and W. Liang and Q. Hu, "On Embedding Between 2D Meshes of the Same Size", IEEE trans. comput., VOL. 46, No. 8, pp. 880-889, Aug. 1997.
- (2) S. Bettayeb and B. Cong and M. Girou and I. H. Sudborough, "Embedding Star Networks into Hypercubes", IEEE trans. comput., VOL. 45, No. 2, pp. 186-194, Feb. 1996.
- (3) M. Hamdi and S. W. Song, "Embedding Hierarchical Hypercube Networks into the Hypercube", IEEE trans. on Parallel and Distributed Systems, Vol. 8, No. 9, pp. 987-902, Sep. 1997.
- (4) S. Y. Kim, J. Hur, "An Approach for Torus Embedding", proc of international conference on parallel processing, pp. 301-306, Sep 1999.
- (5) X. Yang, Y.Y. Tang, J. Cao, "Embedding torus in hexagonal honeycomb torus", IET Computers & Digital Techniques, Vol 2, pp86-93, Mar 2008.
- (6) I. Stojmenovic, "Honeycomb Network: Topological Properties and Communication Algorithms," IEEE trans. on Parallel and Distributed Systems, Vol. 8, No. 10, pp. 1036-1042, Oct 1997.
- (7) 서경현, 이형욱, 장문석, "멀티컴퓨팅 시스템을 위한 피터슨-토러스(PT) 네트워크", 정보과학회 논문지 체계예 정