

최적 퍼지 룰 베이스 시스템의 설계를 위한 유전 알고리즘

김동훈*, 김종율

*동서대학교 컴퓨터정보공학부

Genetic Algorithm for Designing the Optimal Fuzzy Rule-base Systems

Dong-hun Kim* · Jong Ryul Kim*

*Dongseo University Computer Information Engineering Division

E-mail : genetic.kim@gmail.com, xmaskjr@gdsu.dongseo.ac.kr, jobok@gdsu.dongseo.ac.kr

요 약

본 논문은 퍼지 분류 시스템을 위한 퍼지 규칙베이스에 대한 최적화 해법으로서 유전 알고리즘에 대해 살펴본다. 즉 퍼지 규칙베이스를 이용하는 퍼지 분류 시스템을 최적화를 하는 유전 알고리즘을 제안한다. 제안하는 유전 알고리즘은 분류 성능을 보다 더 향상시키기 위해서 인식에 사용된 규칙에 대한 확실성 정도를 개선하는 방법을 포함한다. 본 논문에서 다루는 최적화는 추출되는 퍼지 규칙의 수와 퍼지 분류 시스템의 입력 패턴을 정확하게 분류하는 지에 대한 성능을 포괄적으로 수행하는 것을 의미한다. 마지막으로 본 논문에서 제안하는 유전 알고리즘을 이용하여 수치실험을 수행하고 그 결과를 통해 제안하는 알고리즘의 유효성과 효율성을 생성된 퍼지 규칙의 수와 퍼지 분류 시스템의 성능의 관점에서 논의한다.

키워드

퍼지 룰 베이스 시스템 (Fuzzy Rule-base System), 유전 알고리즘 (Genetic Algorithm, GA), 퍼지 분류 시스템

1. 서 론

다양한 제어 시스템에 퍼지 시스템을 적용하기 위해 주로 퍼지 if-then 규칙들이 채택되고 있으며 일반적으로 관련 시스템의 전문가들에 의해 if-then 규칙들이 결정되어 왔다 [1]. 최근의 연구들은 측정된 실세계의 데이터들로부터 관련 시스템의 전문가의 도움 없이도 자동으로 퍼지 if-then 규칙들을 생성하는 것에 집중되고 있다 [2,3]. 이러한 자기 학습법들 (Self-learning Methods)은 최급강하법 (Gradient Descent Method), 신경망 기반의 방법, 유전 알고리즘 등과 같은 해법들을 이용하여 퍼지 규칙들의 퍼지 집합에 대한 멤버십 함수를 선택하기 위해 주로 제안되었다 [9].

1960년대 이후로 어려운 최적화 문제들을 위한 강력한 알고리즘들을 개발하기 위해 살아 있는 생명체를 모방하는 것에 대한 관심들이 증대되고 있다. 그러한 기술들 중에 유전 알고리즘은 그 탐색 방법을 자연 현상을 모델링한 형태로 취하고 있으며 실세계의 응용에서 빈번히 발생하는 대규모의 최적화 문제를 위한 확률적 탐색 알고리즘으로 개발되었다 [7,8]. 또한 다양한 다른 알고리즘들의 다양한 특징들을 결합시키는 매우 많은 하이브리드 방법들도 존재하고 있다. 최근에 다양한 유전 알고리즘들이 퍼지 if-then 규칙들의 생성과 if-then 규칙들에서의 퍼지 집합을 위한 멤버

십 함수의 결정을 위해 널리 제안되고 있다 [3,9].

본 논문에서는 전문가의 도움 없이 실세계에서 측정된 데이터로부터 퍼지 if-then 규칙들을 자동적으로 생성하기 위해 퍼지 규칙 베이스 시스템을 최적화하는 유전 알고리즘을 제안한다. 즉 퍼지 분류 시스템의 성능을 극대화하면서 퍼지 if-then 규칙의 수를 최소화하기 위해 학습과정에서 확실성 정도를 개선하는 유전 알고리즘을 제안한다. 마지막으로 제안한 알고리즘은 수치 실험을 통해 퍼지 분류 시스템에서 사용된 퍼지 규칙의 수와 정확히 분류된 패턴의 수 (퍼지 분류 시스템의 성능)의 관점에서 효율적이고 효과적임을 증명한다.

II. 문제기술큐

본 논문에서는 l 개의 학습 패턴들 (레이블된 패턴들)이 수치 데이터로서 주어지고 m 차원의 속성 값들과 n 개의 클래스들을 가진 패턴 분류 문제를 다룬다. 여기서 레이블된 입력 패턴들을 $p_i = (p_{i1} p_{i2} \dots p_{im})$, $i = 1, 2, \dots, l$ (속성 값 p_{ij} 는 범위 $[0, 1]$ 에서의 실수치 임)으로 나타낸다.

2.1 퍼지 규칙 (Linguistic Fuzzy Rules)

m 차원 속성 값과 l 개의 클래스를 가진 패턴 분류 문제를 위해 본 논문에서는 다음과 같은 퍼지 규칙을 이용한다:

R_k : if p_{i1} is M_{k1} and ... and p_{im} is M_{km} then class c_k with g_{c_k} , $k = 1, 2, \dots, q$,

여기서 R_k 는 퍼지 시스템의 k 번째 퍼지 규칙이고 $p_i = (p_{i1} p_{i2} \dots p_{im})$ 는 m 차원 패턴 벡터의 i 번째 패턴이며 M_{kj} 는 k 번째 퍼지 규칙의 j 번째 속성을 위한 퍼지 집합이고 c_k 는 결과 클래스를, g_{c_k} 는 범위 $[0,1]$ 내의 값을 가지는 확실성 정도(certainty grade)를, 마지막으로 q 는 퍼지 규칙의 총 개수를 의미한다. 각 퍼지 규칙의 결과 클래스 c_k 와 확실성 정도 g_{c_k} 는 2.2절에 나타난 것과 같이 주어진 패턴들로부터 휴리스틱 규칙 생성 프로시저에 의해 손쉽게 구할 수 있다 [4].

본 논문에서는 그림 1에서 나타낸 것처럼 후보 퍼지 if-then 규칙들의 전반부 퍼지 집합에 대한 멤버십 함수들을 6개의 언어적인 값으로 제한하여 사용한다 (즉 S: small, MS: medium small, M: medium, ML: medium large, L: large, DC: don't care).

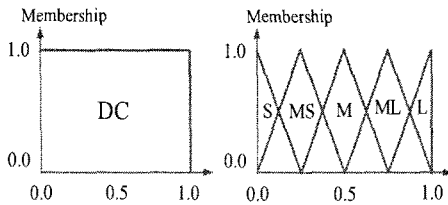


그림 1. 언어적인 규칙을 위한 퍼지 집합들

2.2 규칙 생성법 (Rule Generation Method)

퍼지 규칙의 생성을 위해서 우선 퍼지 규칙 R_k 에 대한 p_i 의 적합도를 다음의 수식을 이용하여 계산한다:

$$\mu_k(p_i) = \mu_{k1}(p_{i1}) \cdot \mu_{k2}(p_{i2}) \cdot \dots \cdot \mu_{km}(p_{im}),$$

여기서 $\mu_{kj}()$ 는 퍼지 집합 M_{kj} 의 멤버십 함수를 의미한다.

적합도의 계산을 수행한 후에 주어진 퍼지 집합 M_{kj} 에 대하여 결과 클래스 c_k 와 확실성 정도 g_{c_k} 를 다음과 같이 결정한다.

Step 1: 각 클래스에 대해 퍼지 규칙 R_k 의 적합도 총합을 다음 수식을 이용하여 계산한다:

$$\beta_c = \sum_{p_i \in \text{Class } c} \mu_k(p_i), \quad c=1,2,\dots,n,$$

Step 2: 퍼지 규칙 R_k 의 결과 클래스 c_k 는 적합도 총합을 최대치를 가진 클래스로 결정된다. 즉 c_k 는 다음 수식을 만족하는 클래스 \hat{c} 로 결정된다:

$$\beta_{\hat{c}} = \max\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\}.$$

만일 클래스 \hat{c} 로 유일하게 결정할 수 없다면 c_k 에 e (empty class)를 할당한다. e 로 할당된 퍼지 규칙이 새로운 패턴들에 대한 분류 과정에 어떠한 영향도 끼치지 않기 때문에 본 논문에서는 이러한 규칙을 더미 규칙으로 간주한다.

Step 3: 모든 더미 규칙들에 대한 확실성 정도

g_{c_k} 는 0로 설정하고 ($g_{c_k} = 0$) 그 이의 규칙들에 대해서는 확실성 정도 g_{c_k} 는 다음 수식과 같이 계산된다:

$$g_{c_k} = \frac{\beta_c - \bar{\beta}}{\sum_{c=1}^n \beta_c}, \quad \text{여기서 } \bar{\beta} = \frac{\sum_{c=1}^n \beta_c}{n-1} \text{이다.}$$

2.3 퍼지 규칙 최적화 문제

생성된 q 개의 퍼지 분류 규칙 집합을 $Z^* = \{R_k | k=1, 2, \dots, q\}$ 로 나타낸다. 집합 Z^* 내의 모든 퍼지 분류 규칙들은 규칙 선택 문제에서의 후보 규칙들로 이용된다. 본 논문에서의 규칙 최적화 문제는 고성능이면서도 간결한 분류 시스템 Z 를 발견해 내기위해 규칙 집합 Z^* 으로부터 적은 수의 퍼지 규칙들을 선택하는 것을 의미한다. 본 논문에서의 퍼지 규칙 최적화 문제는 두 종류의 목적함수, 즉 적은 수의 퍼지 규칙들 및 고성능의 분류 능력을 가진다. 따라서 본 논문에서의 규칙 선택 문제는 다음과 같이 정식화 할 수 있다:

$$\begin{aligned} \max \quad & w_1 f_1(Z) - w_2 f_2(Z), \\ \text{s. t.} \quad & Z \subseteq Z^* \end{aligned}$$

여기서 w_1 과 w_2 는 두 종류의 목적함수를 하나로 만들기 위해 각 목적함수에 할당되는 상수로서 가중치(weights)를 의미하고 양수 값을 가진다. 또한, $f_1(Z)$ 는 규칙 집합 Z 에서의 퍼지 규칙들에 의해 정확하게 분류해내는 패턴들의 수를, $f_2(Z)$ 는 퍼지 규칙 집합 Z 에서의 퍼지 규칙들의 수를 각각 의미한다.

III. 제안하는 유전 알고리즘

3.1 유전자 표현법 및 초기화

본 논문에서 사용되는 염색체의 유전자 표현법은 $v = (v_1 v_2 \dots v_q)$ 와 같은 벡터로 표현할 수 있다. 여기서 q 는 입력과 출력을 조합하여 생성할 수 있는 퍼지 규칙들의 개수이다. 그리고 v_k 는 퍼지 규칙 집합에서 k 번째 규칙이 분류 과정에서의 사용 여부를 나타내고 다음의 3가지 값 중에 하나를 취하게 된다:

$$v_k = \begin{cases} 1 & k\text{번째 규칙이 규칙 집합 } Z \text{에 포함되면,} \\ 0 & k\text{번째 규칙이 더미 규칙이면,} \\ -1 & k\text{번째 규칙이 규칙 집합 } Z \text{에 포함되지 않으면} \end{cases}$$

더미 규칙들은 새로운 패턴들에 대한 분류 처리 과정에서 아무런 영향을 끼치지 않기 때문에 퍼지 규칙 집합 Z 에서 제거되어야 하며 벡터 $v = (v_1 v_2 \dots v_q)$ 는 $Z = \{R_k | v_k = 1; k = 1, 2, \dots, q\}$ 형태로 복호화 (decoding)될 수 있다.

집단(Population)에서의 각 염색체 벡터 $v_i (i=1, \dots, \text{pop_size})$ 는 더미 규칙들에는 0을 할당하고 그 외의 규칙들에는 0.5의 확률로 랜덤하게 1 또는 -1을 할당하여 생성해 낸다. 여기서 pop_size 는 유전 알고리즘의 탐색 과정상에서 각 세대에 대한 집단의 크기 (염색체 벡터들의 개수)를 의미한다.

3.2 평가 함수

본 논문에서는 다음과 같은 형태로 집단에서의 염색체 v_i 를 평가한다.

$$eval(v_i) = w_1 \cdot f_1(v_i) - w_2 \cdot f_2(v_i).$$

3.2.1 새로운 패턴 분류를 위한 퍼지 추론

퍼지 규칙의 규칙 집합을 Z 라고 가정하면 새로운 패턴 p_i 는 다음과 같은 과정을 통해 분류된다:

Step 1: 다음의 수식을 통해 c 클래스 ($=1,2,\dots,n$)를 위한 α_c 를 계산해 낸다:

$$\alpha_c = \max \{ \mu_k(p_i) \cdot gc_k | c_k = c \text{ and } R_k \in Z \},$$

여기서 $\mu_k(p_i)$ 는 퍼지 규칙 R_k 에 대한 새로운 패턴 p_i 의 적합도를 의미하고 α_c 는 퍼지 규칙의 후반부에 있어서의 c 클래스를 위한 확실성 정도와 적합도를 곱한 것들 중에 최대값을 나타낸다.

Step 2: α_c 값들 중에서 최대치를 다음과 같이 찾아낸다:

$$\alpha_c = \max \{ \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \}.$$

만일 두개 이상의 클래스들이 동일한 최대치를 가지고 있다면 새로운 패턴 p_i 의 분류를 실패하게 되며 그렇지 않은 경우에는 α_c 에 의해 결정되는 \hat{c} 를 패턴 p_i 에 할당한다.

Step 3: 만일 퍼지 규칙 R_k 가 최대 α_c 값을 가지면 새로운 패턴 p_i 는 퍼지 규칙 R_k 에 의해 분류된다고 판단한다. 여기서 정확하게 분류된 패턴들의 개수를 알아냄으로써 분류 성능 함수인 $f_1()$ 을 계산해 낼 수 있다.

Step 4: 확실성 정도 gc_k 를 다음과 같은 수식으로 새로이 계산한다.

$$gc'_k = gc_k + \begin{cases} \delta_1 \cdot (1 - gc_k), & p_i \text{가 정확히 분류되면;} \\ -\delta_2 \cdot gc_k, & p_i \text{가 잘못 분류되면.} \end{cases}$$

여기서 δ_1 는 확실성 정도를 증가시키기 위한 양의 학습 상수를, δ_2 는 확실성 정도를 감소시키기 위한 양의 학습 상수를 각각 의미한다.

잘못 분류되는 패턴들보다 정확하게 분류되는 패턴들이 더 많이 존재하기 때문에 δ_1 보다 δ_2 를 보다 더 큰 값으로 할당하는 것이 바람직하다. 그래서 본 논문에서는 $0 < \delta_1 < \delta_2 < 1$ 조건이 만족하도록 설정한다. 수치실험을 위해서 $\delta_1=0.0001$, $\delta_2=0.1$ 으로 설정하여 실험하였다.

3.2.2 퍼지 규칙 개수

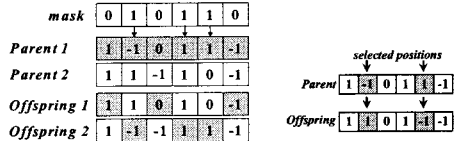
본 논문에서는 염색체내의 표현형이 1로 표시되는 것들의 개수를 알아냄으로써 퍼지 규칙들의 개수 ($f_2()$)를 구해 낸다.

3.3 선택

본 논문에서 사용된 선택 연산은 자유로이 해공간을 탐색하도록 하기 위해 토너먼트 선택법과

엘리트리스트 (elitist)방법을 혼합한 형태이다.

토너먼트 선택은 n 개의 염색체를 임의로 선택하고 이들 중에서 가장 적응도가 높은 개체를 다음 세대의 집단에 포함시킨다. 다음 세대의 염색체들을 모두 얻을 때까지 이 과정을 반복한다. 이때 선택된 염색체를 현재 집단에서 제거하지 않는다. 즉, 한 염색체가 여러 번 선택될 수 있다. 본 논문에서는 n 을 5로 설정하여 이용한다.



(a) 다점 교차 (b) 돌연변이
그림 2. 유전 연산자들

3.4 유전자 연산자들

그림 2에서와 같이 균등교차 (uniform crossover)이라고도 불리는 다점 교차(multi-point crossover)를 이용한다.

본 논문에서의 돌연변이 연산은 그림 2에서 나타난 것과 같이 두개의 다른 돌연변이율(P_{m1} 과 P_{m2})을 가지고 임의로 염색체의 표현형을 변환하는 연산이다. P_{m1} 은 1에서 -1로 변이되는 것을 위한 돌연변이율이고 P_{m2} 는 -1에서 1로의 변이를 위한 돌연변이율이다. 유전 알고리즘 동작 과정상에서 언어적인 분류 규칙들의 수를 줄여나가기 위해서 본 논문에서는 P_{m2} 보다도 P_{m1} 을 더 높게 설정하였다.

IV. 수치실험 및 결과

본 논문에서 제안하는 알고리즘의 성능을 알아보기 위해 2 종류의 문제를 가지고 수치 실험을 수행한다. 최적화를 위한 프로그램은 Visual Studio 2005상의 C++로 작성되었고 실험은 펜티엄 IV 3.2GHz의 PC에서 수행되었다.

4.1 수치예 1

우선 2차원 속성 값을 가진 2개의 클래스 분류 문제를 대상으로 한다 [9]. 수치 실험은 다음과 같은 유전 알고리즘 파라미터로 설정해 수행되었다: $w_1 = 10$, $w_2 = 1$, $pop_size = 50$, $P_c = 1.0$, $P_{m1} = 0.5$, $P_{m2} = 0.05$, $max_gen = 200$, 여기서 max_gen 은 유전 알고리즘의 최대 반복횟수를, P_c 는 교차율을 의미한다.

모든 가능한 퍼지 규칙 집합들로부터 의미 있는 적은 수의 규칙을 선택하는 규칙 베이스 최적화를 위해 제안된 유전 알고리즘을 수치예 1에 적용한 결과는 표 1에 요약되어 있다. 제안 알고리즘을 통해 구해낸 최선의 결과는 다음과 같이 3개의 분류 규칙과 100%의 분류 성능을 가진 것을 얻었다. 또한 평균적인 분류 성능은 99.96%이었고 최악의 경우라도 99.17%의 분류 성능을 얻

을 수 있었다.

R₁: if p_1 is DC and p_2 is DC then class 1 with $gc_1 = 0.190083$,

R₆: if p_1 is DC and p_2 is L then class 2 with $gc_6 = 0.838384$,

R₁₉: if p_1 is M and p_2 is DC then class 2 with $gc_{19} = 0.748252$.

표 1. 수치실험의 결과

Example		$f_1(Z)$	$f_2(Z)$	Time(sec.)
1	Avg.	120.95	3.65	675.40
	STD.	0.22	2.01	57.28
	Best	121.00	3.00	625.00
	Worst	120.00	12.00	781.00
2	Avg.	149.50	12.60	6452.90
	STD.	0.69	4.01	470.70
	Best	150.00	8.00	6593.00
	Worst	149.00	14.00	5765.00

STD.: Standard Deviation, Avg.: Average
Time: Computation Time (millisecond)

4.2 수치예 2

두 번째 수치예에서는 분류 규칙의 선택을 위해 널리 알려진 iris꽃 데이터에 제안한 유전 알고리즘을 적용해 보았다. iris 꽃에는 setosa, versicolor, virginica의 3종류가 있으며 꽃잎과 꽃받침의 길이와 폭을 이용하여 구분해 낼 수 있다.

이러한 iris꽃 데이터는 꽃잎 길이, 꽃잎 폭, 꽃받침 길이, 꽃받침의 폭의 4차원의 입력 속성 값과 3종류의 클래스를 가진 분류 문제로 나타낼 수 있으며 Anderson [5]에 의해 수집된 iris꽃 데이터로부터 150개의 임의로 생성한 샘플들을 입력데이터 집합으로 해서 수치실험을 수행하였다.

수치예 1에서와 같은 유전 알고리즘 파라미터를 가지고 수치실험을 시행한 결과, 다음과 같은 퍼지 규칙과 100%의 분류 성능을 가진 결과를 얻을 수 있었으며 표 1에 수치실험의 결과를 요약해 두었다. 역시 평균적으로는 99.67%의 분류 성능을, 최악의 경우에는 99.33%의 분류 성능의 결과를 얻을 수 있었다.

R₂: if p_1 is DC and p_2 is DC and p_3 is DC and p_4 is S then class 1 with $gc_2 = 1.000000$,

R₂₂: if p_1 is DC and p_2 is DC and p_3 is M and p_4 is M then class 2 with $gc_{22} = 0.953076$,

R₂₅: if p_1 is DC and p_2 is DC and p_3 is ML and p_4 is DC then class 3 with $gc_{25} = 0.586097$,

R₃₁: if p_1 is DC and p_2 is DC and p_3 is L and p_4 is DC then class 3 with $gc_{31} = 1.000000$,

R₆₁: if p_1 is DC and p_2 is S and p_3 is ML and p_4 is DC then class 3 with $gc_{61} = 0.428016$,

R₁₃₀: if p_1 is DC and p_2 is M and p_3 is M and p_4 is M then class 2 with $gc_{130} = 0.968342$,

R₄₃₆: if p_1 is MS and p_2 is DC and p_3 is DC and p_4 is M then class 2 with $gc_{436} = 0.954327$,

R₅₀₉: if p_1 is MS and p_2 is MS and p_3 is DC and p_4 is ML then class 3 with $gc_{509} = 0.726048$.

V. 결론

본 논문에서는 퍼지 규칙베이스를 가진 퍼지 분류 시스템의 최적화를 위해 퍼지 규칙베이스 시스템에 대한 유전 알고리즘 기반의 해법을 제안

하였다. 본 논문에서의 퍼지 규칙 집합을 이용하는 퍼지 분류 시스템에 대한 최적화 문제는 선택된 퍼지 규칙 개수의 최소화와 추출해 낸 퍼지 규칙들을 이용하여 학습 패턴들을 정확하게 분류할 수 있는 패턴의 개수로 정의되는 분류 성능을 최대화를 포함한다.

제안 알고리즘이 유효성과 효과성을 파악하기 위해 2 종류의 수치예를 이용하여 수치실험을 수행하였다. 수치 실험의 결과를 통해 제안 알고리즘이 퍼지 분류 시스템에서 사용되는 퍼지 규칙의 수와 정확하게 분류되는 패턴들 개수의 관점에서 유효하고 효과적임을 알 수 있다.

참고문헌

- [1] H. Xu and G. Vukovich, "Fuzzy evolutionary algorithms and automatic robot trajectory generation", *Proc. Of First IEEE Conference on Evolutionary Computation*, Piscataway, pp.595-600, 1998.
- [2] S. Horikawa, T. Furahashi, S. Okuma, and Y. Uchikawa, "Composition Methods of Fuzzy Neural Networks and their Performance Evaluation", *Proc. of IIZUKA'98*, pp.183-184, 1998.
- [3] C. G. Lim, Y. M. Jung, and E. K. Kim, "A Genetic Algorithm for generating optimal fuzzy rules", *International Journal of KIMICS*, Vol7, No.4, pp.765-778, 2003 (Korean).
- [4] H. Ishibuchi, K. Nozaki, and H. Tanaka, "Pattern classification by distributed representation of fuzzy rules", *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, pp.643-650, 1992.
- [5] E. Anderson, "The irises of the Gaspé peninsula", *Bulletin of the American Iris Society* 59, 2-5, 1935.
- [6] R.A. Fisher, "The use of multiple measurements in taxonomic problems", *Annals of Eugenics* 7, 179-188, 1936.
- [7] M. Gen and R. Cheng, *Genetic Algorithms and Engineering Design*, John Wiley & Sons, New York, 1997.
- [8] M. Gen and R. Cheng, *Genetic Algorithms and Engineering Optimization*, John Wiley & Sons, New York, 2000.
- [9] T. Murada, *Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization*, Doctoral Thesis, Osaka Prefecture University, 1997.
- [10] L. B. Booker, D. E. Goldberg, and J. H. Holland, "Classifier systems and genetic algorithms", *Artificial Intelligence*, Vol.40, No.1-3, pp.235-293, 1989.