

원통형 PN 접합의 항복전압에 대한 근사식 과 민감도

윤준호\*, 김해미\*, 최연익\* 조중열\*  
아주대 전자공학부\*

Approximate Equations and sensitivity for Breakdown Voltages of Cylindrical PN Junctions

Jun-Ho Yun\*, Hae-Mi Kim\*, Yean-Ik Choi\*, Jung-Yol Jo\*  
School of Electrical and Computer Engineering, Ajou University\*

**Abstract** -Approximate equations for cylindrical breakdown voltages of planar pn junctions are proposed and verified. The equations show good agreement with the Baliga's results for  $r_j/W_{pp} \leq 0.3$  and with numerical results for  $r_j/W_{pp} \geq 0.3$  within 1 % error. Sensitivity of the breakdown voltage with respect to the doping concentrations is successfully derived using the approximate equations. The sensitivity formula can be utilized in the area of tolerance design of power semiconductor devices.

1. 서 론

전력반도체 소자의 항복전압(breakdown voltage)은 ON저항과 함께 소자의 전력을 결정하는 중요한 변수이다. 일반적으로 전력반도체 소자는 불순물 농도가 낮은 에피층(epitaxial layer) 위에 하나 이상의 PN접합을 포함하고 있으며, PN접합은 불순물의 플래나 확산공정(planar diffusion process)으로 만들어진다. 이때 불순물의 확산은 확산창(diffusion window)의 수직방향 뿐만 아니라 수평 방향으로도 일어나게 되어 창 가장자리(window edge)에서 곡률반경(radius of curvature)을 갖는 원통형 접합(cylindrical junction)을 형성하게 된다. 원통형 접합에서는 전계의 크라우딩(electric field crowding) 때문에 평면형 접합(parallel plane junction)의 항복전압보다 더 낮은 전압에서 항복이 발생하게 되어 PN 접합의 항복전압은 원통형 접합의 항복전압에 의해 결정된다. 지금까지 원통형 접합의 항복전압은 Baliga의 해석식[1]을 이용하여 설계해왔다.

Baliga의 해석식에서 정규화(normalized) 된 항복전압,  $BV_{CYL}/BV_{PP}$ 는 정규화(normalized) 된 곡률반경,  $r_j/W_{PP}$ 의 함수로 주어지며 여기서  $BV_{CYL}$ 는 원통형 접합의 항복전압,  $BV_{PP}$ 는 평면 접합의 항복전압,  $r_j$ 는 접합 깊이,  $W_{PP}$ 는 항복 시 평면 접합의 공핍층의 두께(depletion width)이다[2].

Baliga의 해석식에 의한 항복 전압 값은  $r_j/W_{PP} \leq 0.3$  영역에서는 수치 해석에 의한 항복전압 값과 잘 일치하지만, 유도과정에서 사용한 근사 조건 때문에  $r_j/W_{PP} \geq 0.3$ 의 영역에서는 일치하지 않는다. 많은 연구자들이 Baliga 식이 잘 맞지 않는 영역에서의 해석적인 식을 유도하기 위한 연구를 해오고 있으나, 아직 이렇다 할 연구결과가 발표된 바 없다.

최근의 전력 반도체는 ON저항을 줄이기 위해 에피층의 도핑농도, ND가 높아지는 경향이이며 이에 따라 공핍층의 두께,  $W_{PP}$ 가 감소하여[2]  $r_j/W_{PP} \geq 0.3$ 영역에 해당하는 전력 반도체[3,4]가 증가하고 있는 추세이다. 따라서  $r_j/W_{PP} \geq 0.3$ 영역에서도 잘 맞는 항복전압식의 유도가 필수적이다. 또한 항복전압은 에피층 농도에 매우 민감한 함수이므로, 항복전압이 주요 변수인 전력반도체 소자의 양산설계를 위해서는 농도 변화에 대한 민감도 식의 확보가 필수적이다. 그러나 Baliga의 해석적인 식은 민감도 식을 유도하기에는 너무 복잡하여, 보다 단순한 식의 유도를 절실하게 필요로 한다.

본 논문에서는 Baliga의 해석적인 항복 전압식이 수치해석적인 값과 잘 일치하지 않는 영역에서도 잘 맞을 뿐만 아니라 농도에 대한 항복전압의 민감도를 구하기 용이한 원통형 항복전압에 대한 근사식을 제안하고 이 근사식을 사용하여 에피층 농도에 대한 항복전압의 민감도 식을 유도 하고자 한다.

이렇게 Baliga 식의 한계를 보완한 근사식으로  $r_j/W_{PP} \geq 0.3$  영역에서 보다 정확한 항복 전압을 구하고 이를 이용하여 유도된 민감도 식을 전력반도체 소자의 양산 설계에 활용하여 에피층의 농도에 민감한 항복전압을 보다 안정적으로 제어하는 것이 연구의 목적이다.

2. 본 론

2.1 단방향 계단형 접합 항복 전압 해석

단방향 계단형(one-sided step) PN 접합에 역방향 전압  $V_R$ 이 인가되면 공핍영역(depletion region)은 불순물 농도가 낮은 N쪽으로 형성된다. Fulop은 다음 식(1)의 이온화 적분식(Ionization integral)을 사용하여 평

면 접합에서 항복발생시 공핍층의 두께,  $W_{PP}$  및 항복전압,  $BV_{PP}$ 을 구한 바 있으며 각각 식(2) 및 (3)에 나타났다[2].

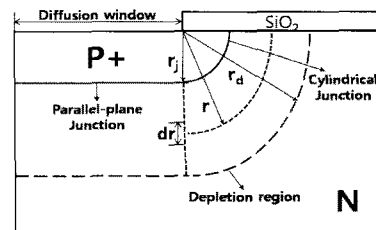
$$\int_0^{W_{PP}} \alpha dx = 1 \quad \text{-----(1)}$$

여기서,  $\alpha = 1.8 \times 10^{-35} E^7$ ,  $\alpha$ 는 유효이온화 계수(effective ionization coefficient) E는 전계를 가리킨다.

$$W_{PP} = 2.67 \times 10^{10} N_D^{-0.875} \quad \text{-----(2)}$$

$$BV_{PP} = 5.34 \times 10^{13} N_D^{-0.75} \quad \text{-----(3)}$$

2.2 원통형 접합의 항복 전압에 대한 Baliga의 해석식



<그림 1> 원통형 PN접합에 역방향 전압 인가 시 단면도

그림 1에 나타난 원통형 PN 접합에 있어서 Baliga는 불순물의 수평방향 및 수직방향 접합깊이를 동일하다고 가정하고, 전체 분포를 식(4)와 같이 근사함으로써

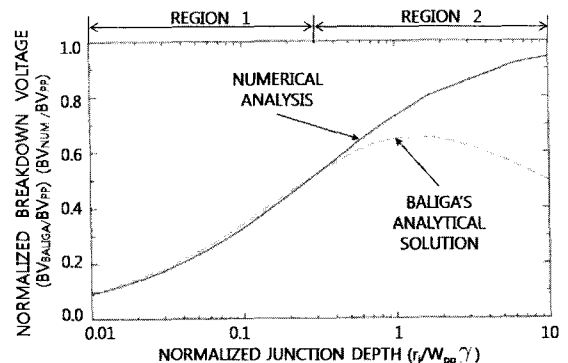
$$E(r) = \frac{qN_D}{2\epsilon_s} \left( \frac{r_d^2 - r^2}{r} \right) \cong \frac{K}{r} \quad \text{-----(4)}$$

원통형 접합의 해석적인 항복전압,  $BV_{BALIGA}$ 를 구했으며, 이를 평면 접합의 항복전압,  $BV_{PP}$ 로 정규화 시켜, 다음 식(5)를 얻었다.[1].

$$\frac{BV_{BALIGA}}{BV_{PP}} = \frac{1}{2} \left( \frac{r_j}{W_{PP}} \right)^{\frac{6}{7}} \left[ \left\{ \left( \left( \frac{r_j}{W_{PP}} \right)^{\frac{6}{7}} + 2 \right) \ln \left( 1 + 2 \left( \frac{r_j}{W_{PP}} \right)^{-\frac{6}{7}} \right) \right\} - 2 \right] \quad \text{--(5)}$$

여기서  $BV_{PP}$ 는 식(3)에 주어진 항복전압,  $r_j$ 는 접합깊이,  $W_{PP}$ 는 식(2)의 공핍층 두께를 나타낸다. 식(5)를  $\frac{r_j}{W_{PP}} = \gamma$  로 놓고 정리하면 식(6)이 얻어진다.

$$\frac{BV_{BALIGA}}{BV_{PP}} = \gamma^{\frac{6}{7}} \left[ \left( 1 + 0.5\gamma^{\frac{8}{7}} \right) \ln \left( 1 + \frac{1}{0.5\gamma^{\frac{8}{7}}} \right) - 1 \right] \quad \text{---(6)}$$



<그림 2> 원통형 접합에서 정규화 된 Baliga의 해석적 항복전압

그림2는 식(6)의  $BV_{BALIGA}/BV_{PP}$ 와 수치해석에 의한 항복전압,  $BV_{NUM}/BV_{PP}$ 를 나타낸 그림이다. 이때 가로축은 정규화 된 접합깊이,  $\gamma$ 를 log scale로, 세로축은 정규화 된 원통형 접합의 항복전압을 linear scale로 나타낸 그래프이다. 식(4)와 같이 근사된 전개분포를 사용하였기 때문에  $\gamma$ 가 0.3보다 클 경우(영역2), 수치해석 값과 Baliga의 해석식에 의한 값은 큰 차이가 나타난다.

### 2.3 원통형 항복전압에 대한 근사식

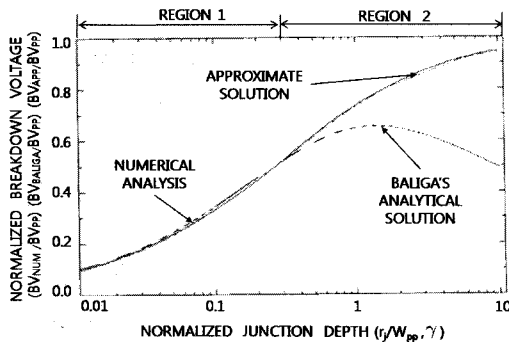
본 논문에서는 그림2에 근거하여  $\gamma=0.3$ 을 경계로 두 영역으로 나누어  $BV_{APP}/BV_{PP}$ 를  $k=\ln(\gamma)$ 에 대한 서로 다른 2개의 2차 함수로 근사할 수 있음을 가정한 후 각 영역 별로 수치해석 값,  $BV_{NUM}/BV_{PP}$ 에 잘 맞는 근사식을 다음과 같이 제안했다.

$$\frac{BV_{APP}}{BV_{PP}} = a_1 k^2 + a_2 k + a_3 \quad (7)$$

여기서 영역1에서는  $a_1 = 0.0197, a_2 = 0.2409, a_3 = 0.7836$

영역2에서는  $a_1 = -0.0246, a_2 = 0.1482, a_3 = 0.736$

그림 3은 본 논문에서 제안한 근사식,  $BV_{APP}/BV_{PP}$ 과 수치해석에 의한 값,  $BV_{NUM}/BV_{PP}$ , Baliga의 해석식,  $BV_{BALIGA}/BV_{PP}$ 를 비교한 그래프이다. 이를 통해 Baliga의 해석식은  $\gamma$ 가 0.3 이하에서만 잘 들어맞는 반면에 제안한 근사식은 전 영역에서  $\pm 1\%$  이내의 오차로 매우 잘 일치함을 알 수 있다.



<그림 3> 원통형 접합에서 정규화 된 항복전압의 근사식

### 2.4 농도 변화에 따른 항복 전압의 민감도

농도에 대한 항복전압의 민감도를 구하기 위해서는 평면 접합의 항복 전압에 정규화된 원통형 항복전압을 농도에 대한 함수로 나타내야 한다. Baliga의 식, RBaliga를 이용하여 농도의 함수로 변환한 원통형 항복전압,  $BV_{BALIGA}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$BV_{BALIGA} = \frac{BV_{BALIGA}}{BV_{PP}} \times BV_{PP} = b \left( \frac{r_j}{c} \right)^{\frac{6}{7}} \left[ \left( 0.5 \left( \frac{r_j}{c} \right)^{\frac{8}{7}} N_D + 1 \right) \ln \left( 1 + \frac{1}{0.5 \left( \frac{r_j}{c} \right)^{\frac{8}{7}}} \right) - 1 \right] \quad (8)$$

여기서  $b = 5.34 \times 10^{13}, c = 2.67 \times 10^{10}$ 이다.

식(8)을 이용하여 민감도의 정의식에 따라[3] 베정농도에 대한 항복전압의 민감도를 유도하면 아래와 같은 식(9)를 얻을 수 있다.

$$S_{N_D}^{BV_{BALIGA}} = \frac{\partial BV_{BALIGA}}{\partial N_D} \frac{N_D}{BV_{BALIGA}} = \frac{0.5 \left( \frac{r_j}{c} \right)^{\frac{8}{7}} N_D \ln \left( 1 + \frac{1}{0.5 \left( \frac{r_j}{c} \right)^{\frac{8}{7}} N_D} \right) - 1}{\left( 0.5 \left( \frac{r_j}{c} \right)^{\frac{8}{7}} N_D + 1 \right) \ln \left( 1 + \frac{1}{0.5 \left( \frac{r_j}{c} \right)^{\frac{8}{7}} N_D} \right) - 1} \quad (9)$$

그러나 식(9)은 Baliga의 해석식인,  $BV_{BALIGA}/BV_{PP}$ 를 이용하여 유도한 식이기 때문에  $\gamma \geq 0.3$ , 영역2에서는 신뢰도가 떨어진다. 이를 보완하기 위해 전 구간에서 잘 맞는 근사식,  $BV_{APP}/BV_{PP}$ 를 이용하여 농도에 대한 항복 전압의 함수,  $BV_{APP}$ 를 다음과 같이 식(10)으로 나타내고

$$BV_{APP} = \frac{BV_{APP}}{BV_{PP}} \times BV_{PP}$$

$$= \left[ a_1 \left( \ln \left( \frac{r_j}{c} N_D^{\frac{7}{8}} \right) \right)^2 + a_2 \left( \ln \left( \frac{r_j}{c} N_D^{\frac{7}{8}} \right) \right) + a_3 \right] b N_D^{-\frac{3}{4}} \quad (10)$$

이를 이용하여 농도에 대한 항복전압의 민감도를 식(11)에서 유도하였다.

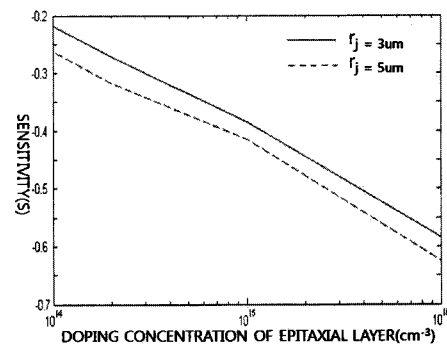
$$S_{N_D}^{BV_{APP}} = \frac{\partial BV_{APP}}{\partial N_D} \times \frac{N_D}{BV_{APP}} = \left( \frac{\partial R_{APP}}{\partial N_D} \times BV_{PP} + R_{APP} \times \frac{\partial BV_{PP}}{\partial N_D} \right) \frac{N_D}{(R_{APP} BV_{PP})} = \left( \frac{1}{R_{APP}} \times \frac{\partial R_{APP}}{\partial N_D} + \frac{1}{BV_{PP}} \times \frac{\partial BV_{PP}}{\partial N_D} \right) N_D = \frac{7}{8} \left( \frac{2a_1 \left( \ln \left( \frac{r_j}{c} N_D^{\frac{7}{8}} \right) \right) + a_2}{a_1 \left( \ln \left( \frac{r_j}{c} N_D^{\frac{7}{8}} \right) \right)^2 + a_2 \left( \ln \left( \frac{r_j}{c} N_D^{\frac{7}{8}} \right) \right) + a_3} \right) - 0.75 \quad (11)$$

여기서 영역1에서는  $a_1 = 0.0197, a_2 = 0.2409, a_3 = 0.7836$

영역2에서는  $a_1 = -0.0246, a_2 = 0.1482, a_3 = 0.736$

$b = 5.34 \times 10^{13}, c = 2.67 \times 10^{10}$ 이다.

$r_j$ 가  $3\mu m, 5\mu m$ 인 경우, 농도에 대한 항복전압의 민감도를 그림4에 나타냈다.



<그림 4> 농도에 대한 원통형 항복전압의 민감도

농도에 관한 민감도가 음수인 것은 농도가 증가할수록 항복전압이 낮아지는 것을 나타낸다.  $r_j$ 가  $3\mu m$ 이고 에피층 농도가  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 인 경우, 농도의 변화가  $\pm 10\%$ 이면 원통형접합의 항복전압은  $\pm 3.8\%$  변화하는 것을 알 수 있다. 또한  $r_j = 5\mu m, ND = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ 인 경우 항복전압의 변화를 1% 이하로 조절하기 위해서는 농도의 범위를 1.6% 이하로 조절해야 함을 알 수 있다.

### 3. 결 론

지금까지 원통형 접합의 항복 전압은 Baliga의 해석식을 이용하여 설계해왔다. 그러나 앞에서 다룬 바와 같이 Baliga의 해석식은 에피층의 도핑 농도,  $ND$ 가 커지거나 접합 깊이,  $r_j$ 가 깊어져,  $\gamma$ 값이 증가할수록 실제수치 값과 큰 차이를 보이는 한계를 가진다. 이런 한계의 원인은 항복전압을 해석적으로 풀기 위해 원통형 접합에서 전계를 식(4)와 같이 근사하였기 때문이다. 이런 Baliga 식의 한계를 보완한 해석적인 식을 유도하기 위한 연구들이 진행 중이나, 아직 이를 대체할 연구 결과가 없다. 본 논문에서는 그림2에 근거하여  $\gamma=0.3$ 을 경계로 두 영역으로 나누어  $BV_{APP}/BV_{PP}$ 를  $k=\ln(\gamma)$ 에 대한 서로 다른 2개의 2차 함수로 근사할 수 있음을 착안하여 각 영역 별로 수치해석 값,  $BV_{NUM}/BV_{PP}$ 에 잘 맞는 근사식, 식(7)을 도출 하였으며 식(7)은 Baliga의 해석식이 잘 맞지 않는  $\gamma \geq 0.3$ 의 영역에서도  $\pm 1\%$  이내의 오차로 잘 맞음을 확인 하였다. 이 근사식은  $k$ 에 대한 2차함수로 간단하게 표현됨으로 농도 변화에 따른 항복 전압의 민감도 식, 식(11)을 무리 없이 얻어낼 수 있다. Baliga 식의 한계를 보완한 제안된 근사식은 더욱 넓은 범주의 전력 반도체 소자에서 항복 전압을 정확하게 구할 수 있다.

### [참 고 문 헌]

- [1] B. Jayant Baliga, Modern power device, John Wiley & Sons Inc., 1987.
- [2] W. Fulop, Solid State Electron., Vol. 10, pp. 39-43, 1967
- [3] I. Cortés, P. Fernández-Martínez, D. Flores, S. Hidalgo, J. Rebollo, Microelectronics Journal, Vol. 39, pp 922-927, 2008
- [4] J. Roig, D. Flores, J. Rebollo, S. Hidalgo and J. Millan, Solid-State Electron. Vol. 48, pp. 1007-1015, 2004
- [5] Sedra and Smith., Microelectronic Circuits, Oxford University Press, 1998.