

PCB의 EM해석을 위한 FMM

오세준, 오재현, 안창희  
영남대학교

FMM for the electromagnetic analysis of PCB

Se-Jun Oh, Jae-Hyun Oh, Chang-Hoi Ahn  
School of EECS Yeungnam University, Kyongsan 712-749, Korea  
E-mail : chahn@yu.ac.kr

**Abstract** - Induced electromagnetic fields of printed circuit board are computed using method of moment. In this calculation PEC and dielectric boards are considered when exposed to the external fields. The volume and surface integral equations are presented for the electromagnetic wave scattering from plate structures composed of dielectric and conducting objects. To reduce the computing time a fast multipole technique is applied.

1. 서 론

현대의 전자장치들은 낮은 소모전력과 고집적화가 요구되어 지는데, 소모 전력이 작아지면 외부 입사파와 인접한 전자장치들의 영향에 민감해진다. 그러므로 EMI/EMC 측면에서 전자파에 의한 산란과 유도되는 전류에 대한 연구는 이러한 전자장치의 PCB등의 설계에 있어서 필수적이다.

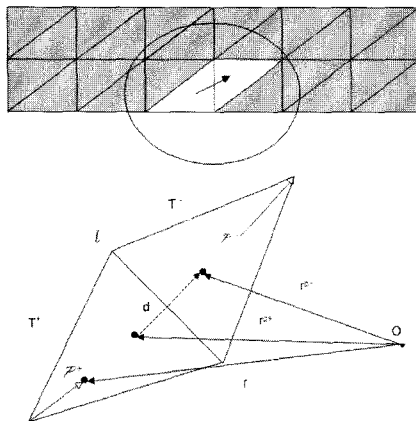
본 연구에서는 임의의 형태를 가지는 구조체의 전파 산란 해석을 위하여 Rao-Wilton-Glisson(RWG) 기저함수를 사용하는 Method Of Moment(MOM)을 사용하였다.[1,2] 모멘트법의 경우 정확한 해를 얻을 수 있지만 미지수가 증가 할수록  $O(N^2)$ 의 행렬과 벡터 곱의 계산이 필요하기 때문에 시간이 많이 소요되고 대용량의 메모리를 필요로 하는 단점이 있다. 이러한 단점을 극복하기 위해서 Fast Multipole Methods(FMM)이 사용되어진다. FMM은  $O(N^{3/2})$ 의 메모리 요구량과 계산시간이 요구되므로 대형구조물의 산란해석을 더욱 빠르고 쉽게 해석할 수 있다.

본 논문에서는 전도성 물체를 해석하기위해 표면 RWG 기저함수를 사용하고, 유전체를 해석하기 위해서 체적 RWG 기저함수를 사용하였다. 또한 계산시간의 단축을 위해 FMM을 적용하여, 기존의 MOM과 결과를 비교하였다.

2. 본 론

2.1 표면 RWG 기저함수(Surface RWG basis function)

RWG 기저 함수는 물체의 표면을 삼각형들로 나누었을 때, 각 삼각형들은 서로 공유하는 변을 가지고 그 변의 수직인 성분이 단위 벡터를 가지는 값으로 정의 된다.



<그림 1> 표면 RWG 기저함수

그림1과 같이 인접한 두 삼각형( $T^+, T^-$ )의 넓이가 각각  $A_1, A_2$  이고 공유하는 변의 길이가  $l_n$ 일 때  $n$ 번째 기저함수는 다음과 같다.

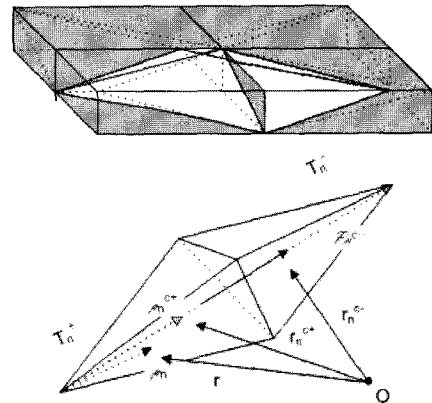
$$f_n(r) = \begin{cases} \frac{l_n}{2A_n^+} \rho_n^+, & r \in T_n^+ \\ \frac{l_n}{2A_n^+} \rho_n^-, & r \in T_n^- \end{cases} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot f_n = \begin{cases} \frac{l_n}{2A_n^+} & , r \in T_n^+ \\ \frac{l_n}{2A_n^+} & , r \in T_n^- \end{cases} \quad (2)$$

여기에서  $\rho_n^+ = r - r_n^+$  는 삼각형 꼭지에서 관측점까지의 벡터이다.

2.2 체적 RWG 기저함수(Volume RWG basis function)

체적 RWG 기저함수는 삼각뿔모양의 4면체 요소에 대한 근사함수인데, 그림 2에서처럼 인접한 2개의 4면체는 공유하는 면을 가진다.



<그림 2> 체적 RWG 기저함수

$n$ 번째 기저함수는 다음과 같다.

$$f_n = \begin{cases} \frac{a_n}{3V_n^+} \rho_n^+, & r \in T_n^+ \\ \frac{a_n}{3V_n^+} \rho_n^-, & r \in T_n^- \end{cases} \quad (3)$$

$$\nabla \cdot f_n(r) = \begin{cases} \frac{a_n}{V_n^+}, & r \in T_n^+ \\ -\frac{a_n}{V_n^-}, & r \in T_n^- \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (4)$$

자유 공간상에서 유전체에 대해 외부 전계가 입사될 때, 입사파에 대한 전개 적분 방정식은 다음과 같다.

$$E^i = E + j\omega A + \nabla \Phi, \quad r \in V \quad (5)$$

위의 식에  $E = D(r)/\epsilon$ 를 대입하여 적분식으로 구성하면 다음과 같다.

$$\int_V f_m \cdot E^i dr = \int_V f_m \cdot \frac{D(r)}{\epsilon(r)} dr + j\omega \int_V f_m \cdot A dr - \int_V \Phi(\nabla \cdot f_m) dr + \int_V \Phi(f_m \cdot \hat{n}) dr \quad (6)$$

그러므로

$$\int_v \nabla \Phi \cdot f_m dr = - \int_v \Phi (\nabla \cdot f_m) dr + \int_{\Omega} \Phi (f_m \cdot \hat{n}) dr \quad (7)$$

전속밀도 D를 기저함수의 형태로 나타내면

$$D = \sum_{n=1}^N D_n f_n \quad (8)$$

이고, 자기 벡터 포텐셜은

$$A_v(r) = \sum_{n=1}^N \left\{ \frac{j\omega\mu}{4\pi} \int_v K_n(r') f_n(r') g dr \right\} D_n \quad (9)$$

이다.

그리고 스칼라 포텐셜은 다음과 같다.

$$\Phi_v(r) = \sum_{n=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon} \left\{ \int_v K_n(r') \nabla \cdot f_n(r') g dr + \int_v (\nabla K_n(r')) f_n(r') g dr \right\} D_n \quad (10)$$

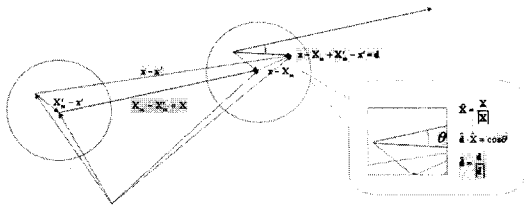
여기에서 K(r)은 다음과 같이 매질의 유전율과 관계되는 값이다.

$$K(r) = \frac{\hat{\epsilon}(r) - \epsilon_0}{\hat{\epsilon}(r)} \quad (11)$$

### 2.3 FMM(Fast multipole Methods)

그린함수를 인수 분해 하기 위해 덧셈정리(addition theorem)를 사용하면

$$\frac{e^{jk_l X+d}}{4\pi|X+d|} = \frac{ik}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l (2l+1) j_l(kd) h_l^{(1)}(kX) P_l(\hat{d} \cdot \hat{X}) \quad (12)$$



<그림3> 덧셈정리의 개략도

$j_l(kd) P_l(\hat{d} \cdot \hat{X})$ 은 평면입사파에 대한 적분방정식으로 전개된다.

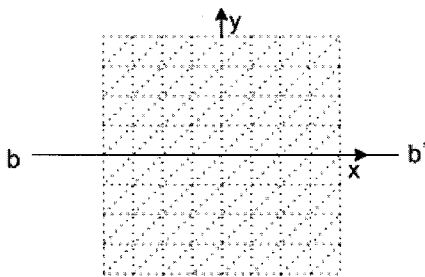
$$4\pi^d j_l(kd) P_l(\hat{d} \cdot \hat{X}) = \int_s e^{ik \cdot d} P_l(\hat{k} \cdot \hat{X}) d^2 \hat{k} \quad (13)$$

(12)식에 (13)식을 대입하면 다음 식과 같다.

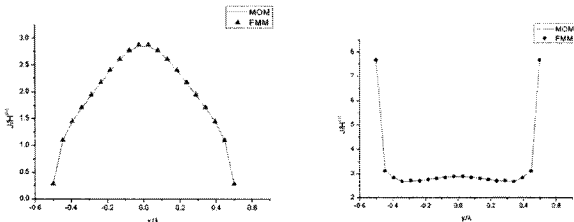
$$\frac{e^{jk_l X+d}}{4\pi|X+d|} = \frac{ik}{16\pi^2} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l (2l+1) h_l^{(1)}(kX) \int_s e^{ik \cdot d} P_l(\hat{k} \cdot \hat{X}) d^2 \hat{k} \quad (14)$$

### 3. 수치해석 결과

그림 4는 평면파를 수직 입사 했을 때, 전도체의 표면전류분포를 표면 RWG 기저함수를 이용하여 구한 것이다.



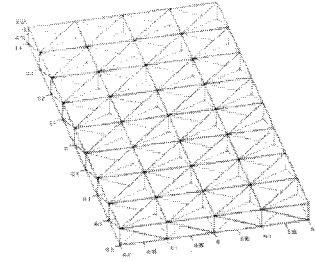
<그림 4> PEC 구조



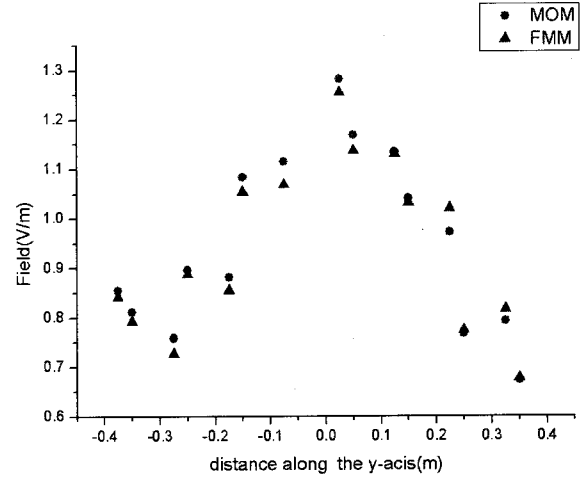
<그림 5> PEC평면에 유도된 전류분포

그리고 그림6은 유전체 판에 Z축을 따라 평면파를 수직 입사 하였을

때 전자파의 산란에 대하여 체적 RWG 기저함수를 이용하여 구한 결과를 MOM과 비교한 것이다. 절연체 판의 크기는 40X80X5cm, 입사파는 250Mhz이고 상대유전율은 10이다.



<그림 6> 유전체 구조



<그림 7> 유전체평판에서 전개분포

### 4. 결 론

본 논문에서는 평판형 산란체 중 표면 RWG 기저함수를 사용하여 외부 입사파에 의해 전도체 표면에서 발생하는 표면 전류를 구하였고 체적 RWG 기저함수를 사용하여 외부입사파에 의해 발생하는 산란파를 구하였다. 또한 FMM을 적용함으로써 계산의 정확도를 유지하면서 계산시간을 단축시킬 수 있었다.

### [참 고 문 헌]

- [1] S. M. Rao, D. R. Wilton, and A. W. Glisson, "Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape," IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. Ap-30, no. 3, pp.409-418, May 1982.
- [2] D. H. Schaubert, D. R. Wilton, and A. W. Glisson, "A tetrahedral modeling method for electromagnetic scattering by arbitrarily shaped inhomogeneous dielectric bodies," IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. AP-32, no. 1, pp. 77-85, January 1984.
- [3] R. Coifman, V. Rokhlin, and S. Wandzura, "The fast multipole method for the wave equation: a pedestrian prescription," IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. 35, no. 3, pp.7-12, June 1993.
- [4] Jiming Song and Weng Cho Chew, "Multilevel fast multipole method for solving combined field integral equation of electromagnetic scattering," Microwave and Optical Technology Letter, Vol. 10, no. 1, pp. 14-19, September 1997.