

Interval Type-2 Fuzzy 논리 집합의 설계 및 분석

김대복, 오성권
수원대학교 전기공학과

Design and Analysis of Interval Type-2 Fuzzy Logic System

Dae-Bok Kim, Sung-Kwun Oh
Department of Electrical Engineering, The University of Suwon

Abstract - In this paper, an interval type-2 fuzzy logic system is designed and compared with a type-1 fuzzy logic system. To compare performance of a type-1 fuzzy logic system with the type-2 fuzzy logic system, we apply type-1 fuzzy logic system and type-2 system to modeling the noised data. Membership function of interval type-2 fuzzy logic system is designed consequents of rules including uncertainty. For general type-2 fuzzy logic system computational complexity is severe. On the other hand, theoretic and arithmetic computations for interval type-2 fuzzy logic systems are very simple

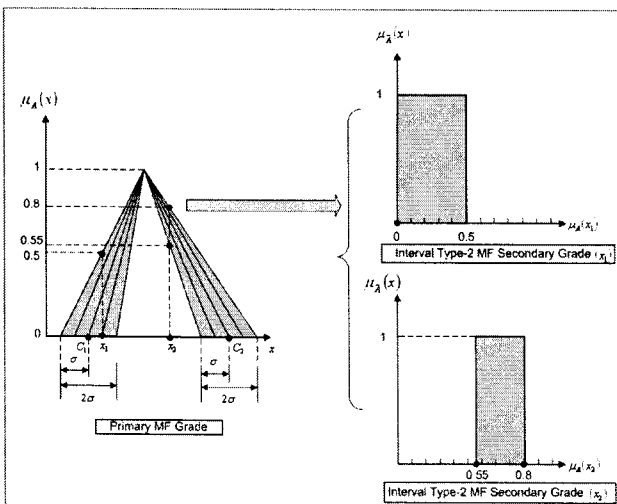
1. 서 론

퍼지 논리 집합은 불분명한 정보를 멤버십 함수와 규칙들은 언어적인 정보를 바탕으로 하기 때문에 불확실성이 존재한다. Zadeh에 의하여 소개된 Type-2 퍼지 논리 집합은 불확실성을 효율적으로 다룰 수 있다.[1] Type-2 퍼지 논리 집합중에 General Type-2 퍼지 논리 집합은 계산이 복잡하다 [2,3]. 반면에, Interval type-2 퍼지 논리 집합은 이론적이나 구조적으로 계산하기가 쉽다. 본 논문에서는 Interval type-2 퍼지 논리 집합을 설명한다. 전반부 멤버십 함수의 중심결정은 min-max 방법을, 후반부는 군집 최적화(Particle Swarm Optimization) 알고리즘[4]으로 동정한다. 비선형 모델 평가를 위해 Box-Jenkins의 가스르 시계열 데이터를 제한된 모델에 적용한다. 기본 출력 데이터에 노이즈가 포함되었을 경우의 Interval type-2 퍼지 논리 집합을 설계한다

2.Interval Type-2 퍼지 논리 집합

2.1 Interval Type-2 퍼지 멤버십 함수

그림 1은 Interval Type-2 퍼지 논리 집합의 Membership Function(MF)이다. 음영이 있는 부분이 불확실성이 포함된 부분으로 FOU(Footprint of Uncertainty)로 정의한다. 그림 1의 좌측의 Primary MF Grade는 좌·우측 중심인 C_1 과 C_2 로부터 각각 불확실성 크기를 σ 만큼 표현한 그림이고 우측 Interval Type-2 MF Secondary Grade는 x_1 과 x_2 의 음영부분을 2차원으로 표현한 것으로 x 축은 Primary MF grade인 μ_{x_1} 과 μ_{x_2} 이고 y 축은 secondary grade인 $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 값이다. Interval Type-2 퍼지 논리 집합의 secondary 값은 1로 일정하다.



<그림 1> Interval Type-2 퍼지 논리 집합의 멤버십 함수

Interval Type-2 퍼지 논리 집합은 식 (1)으로 정의하며 식 (2)와 (3)은 Type-2 퍼지 집합의 연속형과 Interval Type-2 퍼지 집합을 정의한 것이다.

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \int_{u \in J_x} \mu_{\tilde{A}}(x, u) / (x, u) \quad J_x \subseteq [0, 1] \quad (1)$$

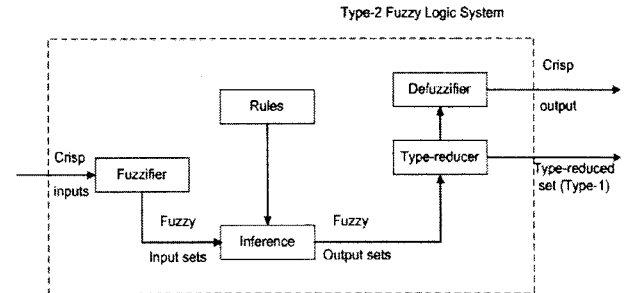
$$= \int_{x \in X} \left(\int_{u \in J_x} f_x(u) / (u) \right) \quad J_x \subseteq [0, 1] \quad (2)$$

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \left(\int_{u \in J_x} 1 / (u) \right) \quad J_x \subseteq [0, 1] \quad (3)$$

여기서, $f_x(u)$ 는 secondary membership 함수이고, J_x 는 secondary membership 함수의 영역인 x 의 primary membership이다.

2.2 Type-2 퍼지 논리 집합

그림 2를 보면 Type-2 퍼지 논리 집합(FLS)는 Crisp한 입력 값을 Fuzzifier를 사용하여 Type-2 Fuzzy 집합으로 변환하고 추론 과정을 거쳐 Type-2 Fuzzy 출력 집합을 얻어낸다. Type-2 출력 값은 Type-reducer를 거쳐 Type-1 집합으로 변환하고 Defuzzifier를 사용하여 Crisp한 최종 출력 값을 얻어낸다.



<그림 2> Type-2 Fuzzy Logic System

2.2.1 퍼지화기(Fuzzifier)

Singleton을 사용하므로 입력이 퍼지화된 값이다.

2.2.2 추론부(Inference)

Secondary Grade가 1인 Interval Type-2 퍼지 집합의 멤버십 함수는 Upper Membership Function (UMF)인 \underline{f}^i 과 Low Membership Function (LMF)인 \bar{f}^i 으로 구성되어 있다.

과정1) Interval Type-2 퍼지 논리 집합에서 t-norm 연산자 (minimum 또는 product) 를 사용한 interval type-1 집합인 $F^i = [\underline{f}^i, \bar{f}^i]$ 으로 표현되고, 여기서

$$\underline{f}^i = \mu_{\bar{F}_1}(x_1) * \dots * \mu_{\bar{F}_p}(x_p) \quad (5)$$

$$\bar{f}^i = \mu_{\underline{F}_1}(x_1) * \dots * \mu_{\underline{F}_p}(x_p) \quad (6)$$

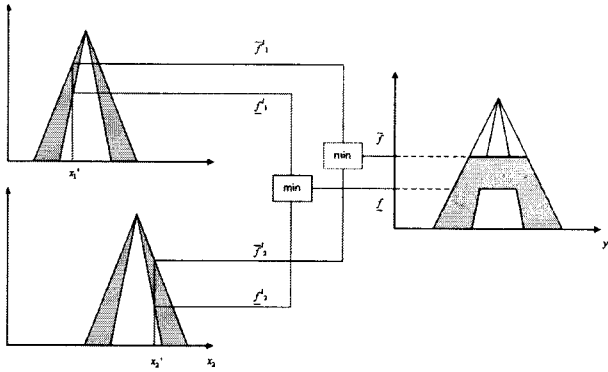
* 은 t-norm 연산자

여기서 x_i ($i=1, \dots, p$) singleton의 위치를 표시한 것이다.

과정2) R^i 번째 fired output 후반부 집합 $\mu_{B^i}(y)$ 는 식 (5)와 같다.

$$\mu_{B^i}(y) = \int_{b^i} \frac{1/b^i}{[\underline{f}^i * \mu_{\tilde{A}}(y), \bar{f}^i * \mu_{\tilde{A}}(y)]} \quad (7)$$

과정1)과 과정2)을 그림으로 표현하면 그림 3과 같다.



〈그림 3〉 Interval Type-2 퍼지 논리 집합의 추론

3) 최종 출력 값은 식 (6)으로 정리한다.

$$\mu_{\tilde{B}^i}(y) = \int_{b \in \{(\tilde{f}^1 * \mu_{\tilde{C}^i}(y)) \vee \dots \vee (\tilde{f}^N * \mu_{\tilde{C}^i}(y)), (\tilde{f}^1 * \bar{\mu}_{\tilde{C}^i}(y)) \vee \dots \vee (\tilde{f}^N * \bar{\mu}_{\tilde{C}^i}(y))\}} 1/b^i \quad (6)$$

2.2.3 Type-reduction

Type-reduction은 Karnik과 Mendel에 의해 제안되었다. 이것은 “확장된 버전이다.”(type-1 디퍼지화 방법의 확장 원리를 사용한다. 예나하면 이 연산은 type-2 출력 집합으로 type-1으로 변환하는데 사용하기 때문이다). Type-reduction은 centroid, center-of-sets, height, modified height 이 존재한다. 이 중에서 center-of-sets type-reduction 방법을 사용한다. 이 중에서 최소 가중평균 무게 중심과 최대 가중 평균 무게 중심을 결정하는 center-of-sets type-reducer(COS)를 사용한다. 이 방법을 식 (7)으로 표현된다.

$$Y_{\text{cos}}(Y^1, \dots, Y^M, F^1, \dots, F^M) = [y_l, y_r] = \int_{y_l} \dots \int_{y_r} \int_{f^1} \dots \int_{f^M} 1 / \frac{\sum_{i=1}^M f^i y^i}{\sum_{i=1}^M f^i} \quad (7)$$

Y_{cos} 는 interval 집합은 두 개의 끝점인 y_l 과 y_r 에 의해 결정되어진다.

〈표 1〉 식 (7)의 수식 값

$f^i \in F^i$ (fired set)	$[f^i, \bar{f}^i]$
$y^i \in Y^i = [y_l^i, y_r^i]$	type-2 interval 후반부 집합중심
i	1, ..., M

최대·최소 무게 중심 결정에는 KM 알고리즘[6]을 사용하여 y_l, y_r 을 구한다.

2.2.4 디퍼지화 (Defuzzifier)

식 (7)에서 구한 모델의 최대출력과 최소출력의 평균값을 최종 출력 값으로 얻는다.

$$y(x) = \frac{y_l + y_r}{2}$$

2.3 멤버십 함수의 정점 결정

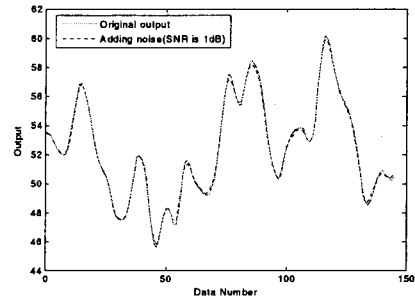
전반부 중심을 결정은 데이터의 min-max방법을 사용하여 중심값을 결정하고, 후반부의 경우 입자 군집 최적화 알고리즘을 이용한다. 초기 파라미터 값은 표 2과 같다.

〈표 2〉 모델링을 위한 초기 파라미터들

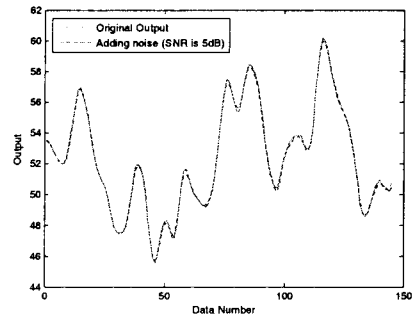
파라미터	값
세대 수	20
particle 수	300
v_{max}	탐색공간의 20%
$[v_{\text{min}} v_{\text{max}}]$	[0.4 0.9]
c_1, c_2	2.0 2.0
정점 탐색 공간	[40.0 70.0]

3. 시뮬레이션 및 결과 고찰

제안된 모델의 평가를 위해 가스로 시계열 데이터를 적용한다. 입력 $u(t)$ 는 가스 흐름을이고 출력 $y(t)$ 는 이산화탄소 농도인 1출력 1출력의 데이터 296쌍으로부터 $u(t-3), u(t-2), u(t-1), y(t-3), y(t-2), y(t-1)$ 의 6개 입력변수와 한 개의 출력변수 $y(t)$ 를 설정하고, 학습데이터로 145개, 테스트 데이터로써 각각 145개의 데이터 쌍을 사용한다. 본 논문에서는 모델링에 적합한 $[u(t-3), y(t-1); y(t)]$ 입력력 구조를 이용한다. 그림 4와 그림 5는 Interval Type-2 퍼지 논리 집합에서 후반부에 기본 출력 데이터에 1dB과 5dB을 노이즈를 추가하고 불확실성(θ)을 10%의 때의 모델과 기본 출력 모델을 표현한 그림이다.



〈그림 4〉 기본 출력 데이터와 1dB의 노이즈를 포함한 출력 데이터



〈그림 5〉 기본 출력 데이터와 5dB의 노이즈를 포함한 출력 데이터

4. 결론

본 논문에서는 데이터의 불확성을 멤버십 함수로 표현 할 수 있는 Interval Type-2 퍼지 로직 시스템을 설계하였다. 입자 군집 최적화 알고리즘을 사용하여 초기 파라미터 값을 선택하고 동정했을 때 불확실성이 10%인 경우에 가장 좋은 성능을 보였다. 추후 Interval Type-2 퍼지 로직 시스템의 파라미터들을 동정하는 효율적인 알고리즘의 연구가 필요하다.

감사의 글

본 연구는 2007년도 교육인적자원부의 지원에 의하여 한국학술진흥재단의 주관으로 수행된 연구임.

(KRF-2007-313-D00710)

참고 문헌

- [1] L.A Zadeh, "The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-1," Information Sciences, vol. 8, pp. 199-249, 1975.
- [2] N. N. Karnik and J. M. Mendel, Q. Liang, "Type-2 fuzzy logic systems", IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 7, pp. 643-658, Dec. 1999
- [3] J.M. Mendel, R.I. John, and F. Lui, "Interval type-2 fuzzy logic system made simple," IEEE Trans. on Fuzzy System, vol. 14, pp. 808-821, Dec. 2006.
- [4] J. Kennedy. "Minds and cultures; Particle Swarm implications. Socially Intelligent Agents", Paper from the 1997 AAI Fall Symposium, 1997
- [5] G.E. P. Box and F.M. Jenkins, "Time Series Analysis : Forecasting and Control 2nd ed," Holden-day, 1976.
- [6] N. N. Karnik and J. M. Mendel, Q. Liang, "Centroid of a type-2 fuzzy set", Inform. Sci., vol. 132, pp. 195-200, 2001.