

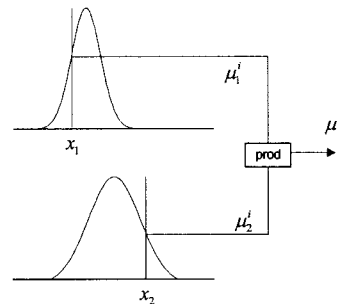
Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템의 설계 및 분석

김동기, 오성권
수원대학교 전기공학과

Design and Analysis of Type-2 TSK Fuzzy Logic Systems

Woong-Ki Kim, Sung-Kwon Oh
Suwon University

Abstract - 본 논문의 Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템(Fuzzy Logic System; FLS)은 전반부 멤버십 함수로 가우시안 형태의 Type-2 퍼지 집합을 이용하고 후반부는 계수가 상수인 1차 선형식을 사용한다. 또한 Type-1 TSK 퍼지 논리 시스템을 Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템으로 확장하고 제한된 모델을 가스로 공정 데이터와 sugeno 데이터에 적용한다. 여기서 인위적인 노이즈를 갖는 입력 데이터를 사용하여 제한된 모델의 성능이 기존의 모델보다 우수함을 수치적인 예로 보인다.



〈그림 1〉 Type-1 전반부 연산

1. 서론

비선형 시스템의 복잡성과 불확실성을 해석하기 위해 다양한 연구가 지속되고 있으며 사람의 자연적인 언어체계를 표현하는데 효과적인 지능형 모델이 기존까지 해결하지 못했던 문제점들을 점진적으로 개선하는 추세이다.

최근 Mendal과 Karnilk은 Type-2 퍼지 논리 시스템에 대한 연구를 통해 완벽한 이론을 정립하였다.[1] 기존의 Type-1 퍼지 논리 시스템은 언어적인 불확실성을 다루는데 한계가 있었다. 그러나 Type-2 퍼지 논리 시스템은 Type-1의 확장으로서 이러한 불확실성을 허용한다. 오늘날 가장 널리 사용되는 퍼지 논리 시스템의 모델 두가지는 Mamdani와 TSK 시스템이다. 두 모델은 모두 IF-THEN 규칙에 의해 규정되고, 같은 전반부 구조를 갖는다. 후반부 구조에서 다르다. Mamdani 규칙의 후반부는 퍼지 집합인데 반하여, TSK 규칙의 후반부는 함수식이다. 본 논문에서는 비선형 모델의 설계를 위해 Type-1 TSK 퍼지 논리 시스템과 Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템을 설계하여 성능을 비교한다. 여기서 규칙 전반부의 멤버십 함수로 Type-2 퍼지 집합을 사용하고, 후반부는 계수가 상수인 1차 선형식을 사용한다. 각 퍼지 논리 시스템의 파라미터들은 오류 역전파 알고리즘(Back-Propagation; BP)을 사용하여 학습을 시킨다. 그리고 노이즈가 첨가된 가스로 시계열 입력 데이터와 sugeno 입력 데이터에 대해서 Type-2 퍼지 논리 시스템이 Type-1 퍼지 논리 시스템보다 성능이 우수함을 보인다.[2]

2. TSK 퍼지 논리 시스템

2.1 Type-1 TSK 퍼지 논리 시스템

일반적인 type-1 TSK 퍼지 임출력 모델은 다음과 같은 규칙들로 구성한다.

$$R^i : \text{IF } x_1 \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x_p \text{ is } F_p^i, \quad (1)$$

$$\text{THEN } y^i(x) = c_0^i + c_1^i x_1 + c_2^i x_2 + \dots + c_p^i x_p$$

여기서 R^i 는 모델의 i 번째 규칙을 의미하고 x_p 는 전반부 입력 변수, F_p^i 는 입력 x_p 에 대한 전반부 멤버십함수, $c_0^i, c_1^i, c_2^i, c_p^i$ 는 후반부 선형식의 파라미터이다.

최종 출력 $y_{TSK,1}(x)$ 는 다음과 같은 식 (2)로 구할 수 있다.

$$y_{TSK,1}(x) = \frac{\sum_{i=1}^M f^i(x) y^i(x)}{\sum_{i=1}^M f^i(x)} \quad (2)$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^M f^i(x) (c_0^i + c_1^i x_1 + c_2^i x_2 + \dots + c_p^i x_p)}{\sum_{i=1}^M f^i(x)}$$

여기서 $f^i(x)$ 는 전반부 적합도이고 식(3)으로 정의된다.

$$f^i(x) = \mu_{F_1^i}(x_1) \star \dots \star \mu_{F_p^i}(x_p) \quad (3)$$

$$= T_{k=1}^p \mu_{F_k^i}(x_k)$$

\star 는 t -norm연산자이고 본 연구에서는 product t -norm을 사용한다. 이를 그림 1과 같이 표현할 수 있다.

2.2 Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템

Type-2 퍼지 집합에는 General Type-2 퍼지 집합과 Interval Type-2 퍼지 집합[3]이 있다. 그리고 Interval Type-2 퍼지 집합은 secondary 멤버십 함수가 모두 1의 값을 갖는다. 여기서 Mendal이 제시한 Interval Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템의 3가지 모델 중 전반부에서 불확실성이 발생하고, 후반부는 1차식으로 표현되는 Interval Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템에 대해서 알아본다.

$$R^i : \text{IF } x_1 \text{ is } \tilde{F}_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x_p \text{ is } \tilde{F}_p^i, \quad (4)$$

$$\text{THEN } Y^i = C_0^i + C_1^i x_1 + C_2^i x_2 + \dots + C_p^i x_p$$

위와 같은 퍼지 규칙으로 표현되며, 여기서 \tilde{F}_p^i 는 전반부 Type-2 퍼지 집합이다. Interval Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템의 최종 출력은 아래 식 (5)와 같다.

$$Y_{TSK,2}(x) = [y_l, y_r]$$

$$= \int_{y^l \in [y^l, y^l]} \dots \int_{y^m \in [y^m, y^m]} \int_{f^1 \in [f^1, \bar{f}^1]} \dots \int_{f^M \in [f^M, \bar{f}^M]} \frac{\sum_{i=1}^M f^i y^i}{\sum_{i=1}^M f^i} \quad (5)$$

비퍼지화한 출력은 아래 식(6)과 같다.

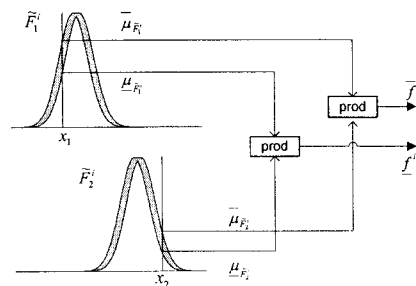
$$y_{TSK,2}(x) = \frac{y_l + y_r}{2} \quad (6)$$

i 번째 규칙의 전반부 적합도인 $f^i(x)$ 는 interval set이며 아래의 식들로 나타낸다.

$$f^i(x) = \underline{\mu}_{\tilde{F}_1^i}(x_1) \star \dots \star \underline{\mu}_{\tilde{F}_p^i}(x_p) \quad (7)$$

$$\bar{f}^i(x) = \bar{\mu}_{\tilde{F}_1^i}(x_1) \star \dots \star \bar{\mu}_{\tilde{F}_p^i}(x_p) \quad (8)$$

$$F^i(x) = [f^i(x), \bar{f}^i(x)] \quad (9)$$



〈그림 2〉 Type-2 전반부 연산

\star 는 Type-1과 동일하게 t -norm연산자이고 product 연산을 수행한다.

이를 그림 2와 같이 표현할 수 있으며 Type-1과 Type-2의 추론을 비교할 수 있다.

Interval Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템의 후반부 연산은 전반부 적합도인 $f^i(x)$ 을 식(5)를 이용하여 최종 출력인 $[y_l, y_r]$ 을 구하는 과정이다.

3. 오류 역전파 방법(Back-propagation method)

본 연구에서는 멤버십 함수의 형태로 가우시안 멤버십 함수 형태를 사용하고 불확실한 중심을 갖는 Type-2 퍼지 집합을 사용한다. 이는 식(10)과 같이 나타낸다.

$$\mu_A(x) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right] \quad m \in [m_1, m_2] \quad (10)$$

Type-1 TSK 퍼지 논리 시스템에서는 전반부에서 p 개의 입력에 규칙 M 수만큼의 m 과 σ 2개씩이 조정되고($2pM$), 후반부에서 $c_0^i, c_1^i, \dots, c_p^i$ 이 규칙 수 M 만큼 조정되어야 한다. $(p+1)M$ 따라서 Type-1 TSK 퍼지 논리 시스템에서는 총 $3pM+M$ 수만큼의 파라미터가 조정되어야 한다. Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템에서는 m 이 한개가 아닌 m_1, m_2 를 가지므로 $4pM+M$ 수만큼의 파라미터가 조정되어야 한다.

3.1 전반부 파라미터 학습

본 연구에서는 전반부 파라미터로 σ_1 과 σ_2 를 Back-propagation 방법으로 학습한다. 학습은 모든 입력 벡터 x 에 대하여 식(11)의 오차를 최소화하도록 진행된다.

$$e^{(t)} = \frac{1}{2} \left| D^{(t)} - Y_{TSK,2}^{(t)}(x) \right|^2 \quad (11)$$

여기서, $D^{(t)}$ 는 t 번째 입력의 목적값(Desired value)이고 $Y_{TSK,2}^{(t)}$ 가 $[y_l, y_r]$ 의 값을 갖는 interval set이기 때문에 각 y_l, y_r 에 대하여 학습이 이루어지며 primary 멤버십 함수의 중심이 불확실성을 가지므로 구간에 따라 오차식이 다르다. 임의의 멤버십 함수의 너비 σ_j^i 가 출력 y_r 에 영향을 주었다면 오차에 따른 변화분(delta)은 아래의 식(12)로 정의된다. 식(12)에서 α 는 학습률로 $i(1, \dots, M)$ 은 i 번째 규칙을 나타내며 $j(1, \dots, p)$ 는 입력벡터 x 의 j 번째 원소를 나타낸다. \bar{f}^i 는 KM알고리즘 내에서 y_r 를 계산하는데 영향을 준 \bar{f}^i 또는 \bar{f}^i 중 하나를 나타낸다. \bar{f}^i 일 경우 $x_j \leq m_{j1}^i$ 일 때, 식(12)의 m_{jk}^i 의 첨자 k 는 1이 되고 $x_j \leq m_{j2}^i$ 일 때, k 는 2가 된다. \bar{f}^i 일 경우에는 $x_j \leq \frac{m_{j1}^i + m_{j2}^i}{2}$ 일 때, m_{jk}^i 의 첨자 k 는 2가 되고 클 경우 첨자 k 는 1이 된다.

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_j^i &= -\alpha \frac{\theta e}{\theta \sigma_j^i} \\ &= \frac{1}{2} \alpha (D - Y_{TSK,2}) (g^i - y_r) \cdot \frac{(x_j - m_{jk}^i)}{(\sigma_j^i)^2} \cdot \frac{\bar{f}^i g^i}{\sum_{i=1}^M \bar{f}^i} \quad (12) \end{aligned}$$

3.2 후반부 파라미터 학습

본 연구에서 후반부는 계수가 상수인 1차식을 사용한다. 후반부 다항식의 계수들은 전반부와는 달리 Back-propagation을 이용하여 학습되지 않는다.

Mendel은 Type-1의 파라미터들을 Type-2 퍼지 논리 시스템의 초기값으로 사용하는 방법에 대해서 긍정적으로 서술하고 있으면 본 연구에서도 이를 바탕으로 Type-1의 후반부 파라미터를 Type-2의 초기값으로 설정한다.

4. 시뮬레이션

지금까지의 설명대로 디자인된 모델의 실험을 위해 가스르 데이터와 sugeno 데이터를 사용한다. 가스르 데이터에서 입력 $u(t)$ 는 가스 흐름율이고 출력 $y(t)$ 는 이산화탄소 농도인 1입력 1출력의 데이터 296쌍으로부터 $u(t-3), u(t-2), u(t-1), y(t-3), y(t-2), y(t-1)$ 의 6개 입력변수와 한 개의 출력변수 $y(t)$ 를 설정하고, 학습데이터로 145개, 테스트 데이터로 145개의 데이터 쌍을 사용한다. 그리고 sugeno가 사용한 2입력 비선형 정적 시스템을 나타내는 다음의 함수식 $y = (1+x_1^2+x_2^{1.5})^2$ 로부터($1 \leq x_1, x_2 \leq 5$) 임의의 학습 데이터 30개와 테스트 데이터 20개를 사용한다.

위의 설명대로 읽어온 데이터를 학습을 통해 전반부를 구성하고, 후반부는 LSM을 이용하여 결정된 계수들을 사용한다. 이렇게 하여 Type-1 TSK 퍼지 논리 시스템과 Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템에 대한 PI와 EPI를 알아본다. 또한 각각의 모델의 노이즈에 대한 차이점을 알아보기 위해 이미 학습을 통해 결정된 모델에 그림 3의 화이트 가우시안 노이즈를 써서 노이즈가 추가된 테스트 데이터 100개를 만들어 실험에 사용하였다.

또한 Type-2에서는 Uncertain mean을 조정하면서 그에 따른 실험 결과를 알아보았다.

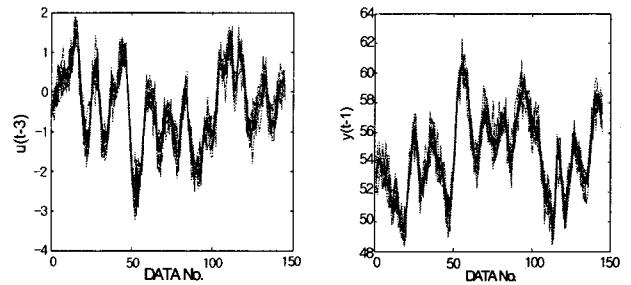
〈표 1〉 실험 파라미터

학습률	Type-1	Type-2
	0.08	0.07
전반부 학습 횟수	Type-1	Type-2
	100회	300회
테스트데이터 실험횟수	100회	
멤버십 함수 수	가스르(3/2), sugeno(2/2)	

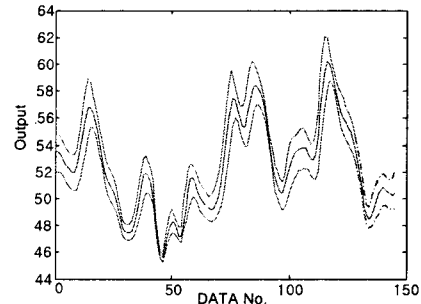
〈표 2〉 실험을 통한 성능지수 비교

입력	성능지수	Type-1	Type-2	
			uncertain mean(%)	
			30	50
가스르	PI	0.0219	0.0237	0.0250
	EPI	0.7348 ±0.08	0.7186 ±0.08	0.703 ±0.07
sugeno	PI	0.0235	0.0206	0.0222
	EPI	1.2092 ±0.75	1.1513 ±0.81	1.1296 ±0.82

표 2의 실험 결과로 Type-1 퍼지 논리 시스템과 비교했을 때 Interval Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템이 PI에서는 비슷한 성능을 보였으나 노이즈 섞인 테스트 데이터에 대한 실험에서는 더 좋은 성능을 보임을 알 수 있다.



〈그림 3〉 노이즈가 추가된 테스트 데이터



〈그림 4〉 Interval Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템의 출력

5. 결론 및 향후과제

본 논문을 통해 Type-1, Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템에 대해 비교 분석하였으며 Type-1보다 Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템이 더 성능이 좋음을 보였다. 차후에는 학습을 통한 파라미터 결정을 후반부까지 확대하고 학습률을 찾는 데 있어서도 최적화 방법을 사용하는 등의 interval Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템의 파라미터 튜닝 방법에 대한 추후 연구가 필요한 것으로 사료된다.

감사의 글

이 논문은 2007년도 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (KRF-2007-313-D00710).

참고 문헌

- [1] N. Karmik, J. Mendel, "Introduction to Type-2 Fuzzy Logic Systems", in Proc. IEEE Fuzzy Conf., pp.915-920, Anchorage, AK, May, Trans. On Fuzzy Systems, Vol. 7, No. 6, pp. 643-658, 1999.
- [2] J. M. Mendel, "Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions," Prentice-Hall: NJ, 2001.
- [3] J. M. Mendel, R.I. John, and F. Lui, "Interval type-2 fuzzy logic system made simple", IEEE Trans. On Fuzzy System, vol. 14, pp. 808-821, Dec. 2006.