

회로 시뮬레이션을 위한 영역 분할식 구분적 선형 다이오드 모델

박 인 규
원광대학교

Piecewise Linear Diode Models by Region Division for Circuit Simulations

In-Gyu Park
Wonkwang University

Abstract - Piecewise linear diode models are widely used for large-signal circuit analyses, especially power electronic circuit simulations. When using a piecewise linear diode model for simulation, a switching method to select a proper one among linear models is needed. The conventional switching method keeps the previous ON, OFF state information, and applies different switching conditions according to the state. However, this method has difficulties especially in extending to multi-piecewise linear models. This paper presents a switching method which appropriately divides the v - i plane into regions and select a linear model according to the region where the operating point(the voltage and the current of the diode) belongs. This switching method is easily extended to multi-piecewise linear models. An example using the tableau analysis and the backward Euler integration is presented for verification.

다이오드의 이전 ON, OFF 상태 정보를 가지고, 그 상태에 따라 스위칭 조건을 달리 하는 방법이다. 식 (1)에 종래의 스위칭 방법을 나타내었다. [2].

$$\begin{aligned} &\text{If ON and } i < 0, \text{ then OFF.} \\ &\text{If OFF and } v > 0, \text{ then ON.} \end{aligned} \quad (1)$$

이 방법을 다-구분 선형 모델에 확장 적용하면, 상태의 수가 많아지며, 상태 천이의 조건도 복잡해진다.

2.2 영역 분할식 스위칭 방법

본 논문에서 제시하는 영역 분할식 스위칭 방법은 다이오드의 전압-전류 평면을 두 개의 영역으로 적절하게 분할해서 동작점(다이오드의 전압과 전류)이 속한 영역에 따라 선형 모델을 선택하는 방법이다. 전압-전류 평면을 직선 $i+v=0$ 으로 분할한 2-구분 선형 모델을 그림 1에 나타내었다. 그리고, 식 (2)에 2-구분 영역 분할식 스위칭 방법을 나타내었다.

$$\begin{aligned} &\text{If } i + v \geq 0, \quad v = 0, \\ &\text{elseif } i + v < 0, \quad i = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

식(2)를 Matlab 언어로 쓴 프로그램은 다음과 같다.

```
function [V,I,b]=D1(v,i)
if i+v>=0 V=1; I= 0; b=0;
else V=0; I= 1; b=0; end
```

영역 분할식 스위칭 방법은 다-구분 선형 모델에 확장 적용이 용이하다. 그림 2에 5-구분 선형 모델 및 영역 분할의 한 예를 나타내었다. 다이오드의 전압-전류 평면은 평행한 4개의 직선에 의해 5개의 영역으로 분할되

1. 서 론

구분적 선형 다이오드 모델은 대-신호 회로 해석, 특히 다이오드를 포함한 전력 전자 회로 시뮬레이션에서 널리 사용된다. [1-6]. 구분적 선형 모델은 동작점에 따라 선형 모델이 달라지기 때문에, 시뮬레이션 중에 동작점이 변하면 그에 맞게 선형 모델을 바꾸어야 한다. 이렇게 선형 모델을 바꾸는 것이 곧 스위칭이다. 종래의 스위칭 방법은 다이오드의 이전 ON, OFF 상태 정보를 가지고, 그 상태에 따라 스위칭 조건을 달리하는 방법이다. 그렇지만, 이 방법은 특히 다-구분 선형 모델에 확장 적용할 때에 어려움이 따른다. [2].

본 논문에서는 다이오드의 전압-전류 평면을 몇 개의 영역으로 적절하게 분할해서 동작점(다이오드의 전압과 전류)이 속한 영역에 따라 선형 모델을 선택하는, 영역 분할식 스위칭 방법을 제시하고자 한다. [7]. 영역 분할식 스위칭 방법은 특히 다-구분 선형 모델에 확장 적용이 용이하다.

본 논문에서 회로 해석은 태블로(tableau) 해석법을 사용하였다. 태블로 해석법은 회로 시뮬레이션을 위한 비축약(non-reduced) 수식화 방법으로서 회로의 모든 정보를 있는 그대로 수식화 하기 때문에 이상적인 회로 요소들에 대한 아무런 제약이 없으며, 시뮬레이션 프로그램을 작성하기도 용이하다. [8-11].

2. 본 론

2.1 종래의 스위칭 방법

구분적 선형 모델은 동작점에 따라 선형 모델이 달라지기 때문에, 시뮬레이션 중에 동작점이 변하면 그에 맞게 선형 모델을 바꾸어야 한다. 종래의 스위칭 방법은

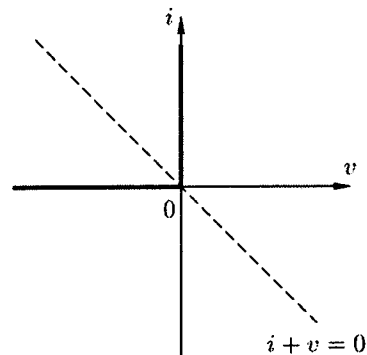


그림 1. 2-구분 선형 모델 및 영역 분할.

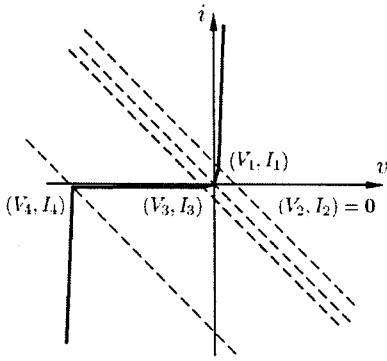


그림 2. 5-구분 선형 모델 및 영역 분할.

며, 동작점(다이오드의 전압과 전류)이 속한 영역에 따라 해당 선형 모델이 선택된다. 식 (3)에 5-구분 영역 분할 식 스위칭 방법을 나타내었다.

$$\begin{aligned}
 &\text{If } i + mv \geq I_1 + mV_1, \text{ Line 1,} \\
 &\text{elseif } i + mv \geq I_2 + mV_2, \text{ Line 2,} \\
 &\text{elseif } i + mv \geq I_3 + mV_3, \text{ Line 3,} \\
 &\text{elseif } i + mv \geq I_4 + mV_4, \text{ Line 4,} \\
 &\text{else, Line 5.}
 \end{aligned} \tag{3}$$

식(3)의 프로그램은 다음과 같다.

```

function [V,I,b]=D2(v,i)
m=1;
V1= 3; I1= 8; R1=1e-2;
V2= 0; I2= 0; R2=(V1-V2)/(I1-I2);
V3= -5; I3=-2; R3=(V2-V3)/(I2-I3);
V4=-80; I4=-3; R4=(V3-V4)/(I3-I4);
R5=1e-2;
if i+m*v>=I1+m*V1 V=1; I=-R1; b=V1-R1*I1;
elseif i+m*v>=I2+m*V2 V=1; I=-R2; b=V2-R2*I2;
elseif i+m*v>=I3+m*V3 V=1; I=-R3; b=V3-R3*I3;
elseif i+m*v>=I4+m*V4 V=1; I=-R4; b=V4-R4*I4;
else V=1; I=-R5; b=V4-R5*I4;
end
  
```

2.3 적용 예

그림 3에 다이오드가 포함된 회로의 한 예를 나타내었다. 이 회로는 모두 4개의 회로 요소들로 구성된 것이다. 회로 변수는 회로 요소 당 전압과 전류 2개씩이므로 총 8개가 된다. 각 회로 요소의 전압-전류 관계식은 다음과 같다.

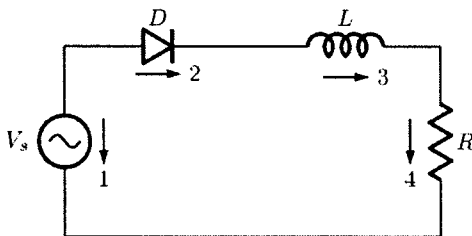


그림 3. 적용 예 회로.

$$\begin{aligned}
 v_1 &= V_s(t) \\
 i_2 &= f_D(v_2) \\
 v_3 &= L \frac{di_3}{dt} \\
 v_4 &= Ri_4
 \end{aligned} \tag{4}$$

그리고, 그림 3의 회로에 KCL과 KVL을 적용하면 다음의 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned}
 i_1 + i_2 &= 0 \\
 -i_2 + i_3 &= 0 \\
 -i_3 + i_4 &= 0 \\
 -v_1 + v_2 + v_3 + v_4 &= 0
 \end{aligned} \tag{5}$$

식 (4)와 식 (5)는 비선형 연립 미분방정식이다. 회로 시뮬레이션에서는 특정한 시간에서 인덕터를 이산 시간(discrete-time) 모델로 바꾼다. 다음은 역방향 오일러(backward Euler) 모델이다.

$$v_3 = \frac{L}{\Delta t} i_3 - \frac{L}{\Delta t} i_3(t - \Delta t) \tag{6}$$

인덕터를 이산 시간 모델로 바꾸고, 다이오드는 구분적 선형 모델로 바꾸면 식 (4)와 식 (5)는 다음과 같은 선형 연립 방정식이 된다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & 1 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_s(t) \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{7}$$

식 (7)이 비-축약(non-reduced) 회로 방정식이다. 식 (7)은 다음과 같은 형태의 식이다.

$$Ax = b \tag{8}$$

식 (8)에서, A는 회로의 모든 정보를 가지고 있는 행렬이다. 그리고 b는 어떤 시간에서 회로의 전압원의 값 및 인덕터의 직전 값을 담고 있는 벡터이다. 그러면, 모든 회로 요소의 전압 및 전류 값들은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$x = A^{-1} b \tag{9}$$

시간을 조금씩 진행하면서 이 과정을 반복하면 모든 회로 요소의 전압 및 전류 파형들을 얻을 수 있다. 구분적 선형 모델은 동작점(전압 및 전류)에 따라 선형 모델이 바뀌기 때문에, 식 (9)를 계산한 후에는 선형 모델이 바뀌었는지를 확인할 필요가 있다. 선형 모델이 바뀌었다면 식 (8)을 다시 만들어서 식(9)를 다시 계산해야 오류가 없는 결과를 얻는다.

그림 3의 회로 시뮬레이션 프로그램을 다음에 제시하였다.

```

clear; clc; nb=4;
Vs=70; L=3e-3; R=0.7;
f=60; t1=0; t2=3/f; N=2000;

A=zeros(2*nb,2*nb); x=zeros(2*nb,1);
  
```

```

b=zeros(2*nb,1); w=zeros(2*nb,N);
v=1:nb; i=nb+1:2*nb;
dt=(t2-t1)/N; t=t1:dt:t2;

for k=2:N; for kd=0:nb

m=1; A(m,v(m))= 1; b(m)=Vs*sin(2*pi*f*t(k));
m=2;[A(m,v(m)),A(m,i(m)),b(m)]=D1(x(v(m)),x(i(m)));
m=3; A(m,v(m))= 1; A(m,i(m))=-L/dt;
      b(m)=-L/dt*w(i(m),k-1);
m=4; A(m,v(m))= 1; A(m,i(m))=-R;

m=5; A(m,i(1))= 1; A(m,i(2))= 1;
m=6; A(m,i(2))=-1; A(m,i(3))= 1;
m=7; A(m,i(3))=-1; A(m,i(4))= 1;
m=8; A(m,v(1))=-1; A(m,v(2))= 1;
      A(m,v(3))= 1; A(m,v(4))= 1;

```

```

xn=A\b; if x==xn break; end; x=xn; end
w(:,k)=x; end

```

```

figure; hold on; plot(w(v(1),:)); plot(w(i(2),:))
figure; hold on; plot(w(v(2),:)); plot(w(i(2),:))
figure; plot(w(v(2,:))*w(i(2,:))
figure; plot(w(v(2,:),w(i(2,:))

```

그림 3에 대해서 그림 1의 2-구분 선형 모델을 적용한 프로그램 실행 결과는 그림 4와 같다. 그리고, 그림 3에 대해서 그림 2의 5-구분 선형 모델을 적용한 프로그램 실행 결과는 그림 5와 같다. 그림 4와 그림 5의 (a)는 전원측 전압과 전류 파형이며, (b)는 다이오드의 전압과 전류 파형이다. (c)는 다이오드의 손실 전력 파형이며, (d)는 다이오드 전압과 전류 파형의 x-y 궤적이다.

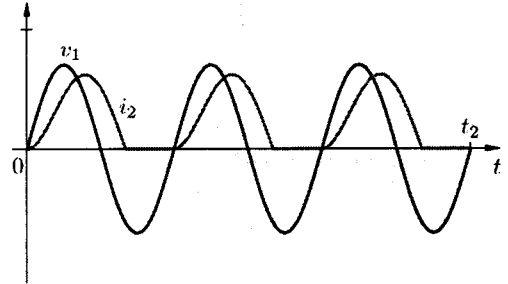
그림 4에서 보듯이 그림 1의 2-구분 선형 모델을 적용한 시뮬레이션 결과에서는 다이오드의 손실 전력이 나타나지 않는다. 반면에, 그림 2의 5-구분 선형 모델을 적용한 그림 5의 시뮬레이션 결과에서는 다이오드의 손실 전력이 나타난다. 그림 4 (d)와 그림 5 (d)의 다이오드 전압과 전류 x-y 궤적은 각각 그림 1과 그림 2의 모델과 잘 일치함을 보인다. 그림 6은 그림 5 (d)의 다이오드 전압과 전류 x-y 궤적을 $V_s = 200$ 인 경우로 해서 시뮬레이션한 결과이다.

3. 결 론

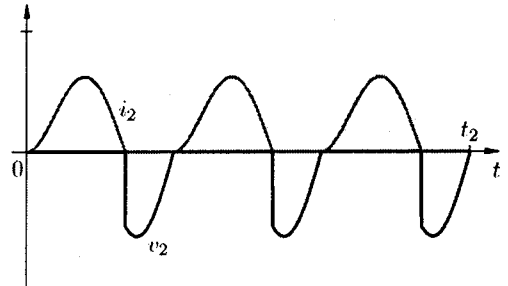
다이오드의 전압-전류 평면을 평행한 몇 개의 직선으로 적절하게 분할해서 동작점(다이오드의 전압과 전류)이 속한 영역에 따라 선형 모델을 선택하는, 영역 분할식 스위칭 방법을 제안하였다. 이 방법은 특히 다-구분 선형 모델에 적용이 용이하다.

[참 고 문 헌]

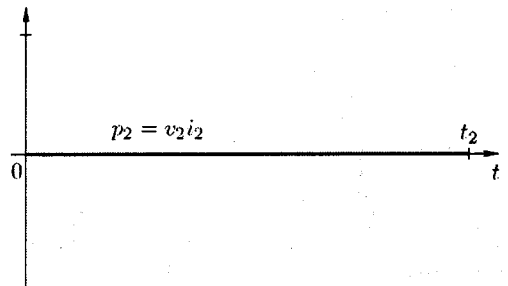
- [1] C. C. Chan and K. T. Chau, "A Fast and Exact Time-Domain Simulation of Switched-Mode Power Regulators," IEEE Trans. Industrial Electronics., vol. 39, NO 4, Aug 1992.
- [2] D. Bedrosian, and J. Vlach, "Time-Domain Analysis of Networks with Internally Controlled Switches," IEEE Trans. Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications, vol. 39, NO. 3, Mar 1992.
- [3] P. Pejovic, and D. Maksimovic, "A New Algorithm for Simulation of Power Electronic Systems Using Piecewise-Linear Device Models," IEEE Trans. Power Electronics, vol. 10, NO. 3, May 1995.



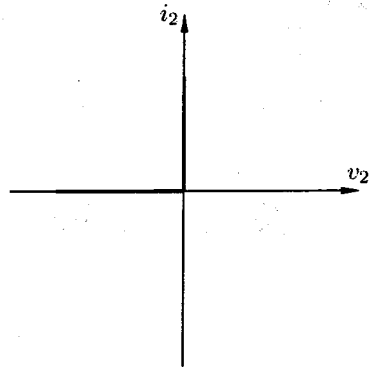
(a)



(b)

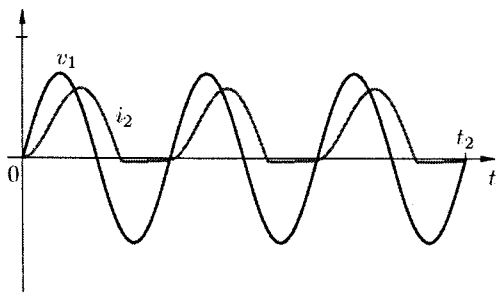


(c)

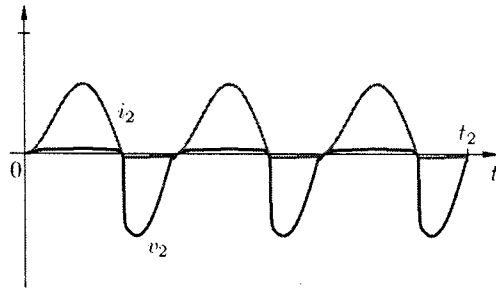


(d)

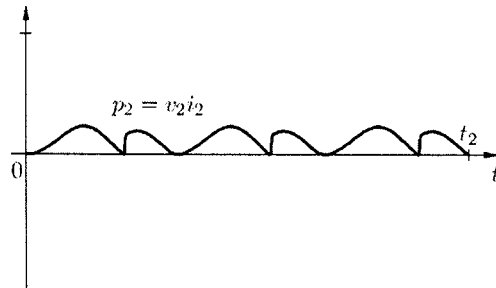
그림 4. 2-구분 선형 모델에 의한 시뮬레이션 결과.



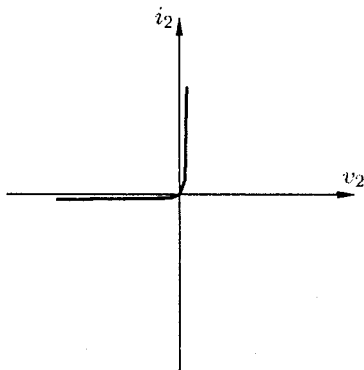
(a)



(b)



(c)



(d)

그림 5. 5-구분 선형 모델에 의한 시뮬레이션 결과.

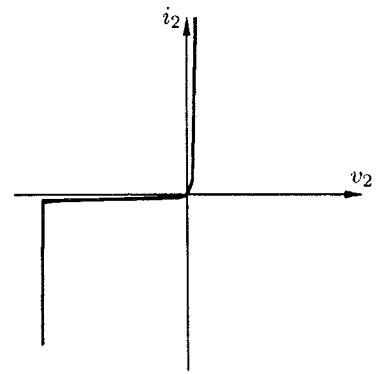


그림 6. 5-구분 선형 모델에 의한 시뮬레이션 결과.
($V_s = 200$ 인 경우.)

- [4] P. Pejovic, and D. Maksimovic, "An Algorithm for Solving Piecewise-Linear Networks that Include Elements with Discontinuous Characteristics," IEEE Trans. Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications, vol. 43, NO 6, June 1996.
- [5] Z. Mrcarica, T. Ilic, and V. B. Litovski, "Time-Domain Analysis of Nonlinear Switched Networks with Internally Controlled Switches," IEEE Trans. Circuits and Systems -I: Fundamental Theory and Applications, vol. 46, NO. 3, Mar 1999.
- [6] D. Maksimovic, A. M. Stankovic, V. J. Thottuvelil, and G. C. Verghese, "Modeling and Simulation of Power Electronic Converters," Proc. IEEE, vol. 89, NO. 6, June 2001.
- [7] 박인규, "정류기 회로 시뮬레이션을 위한 구분적 선형 다이오드 모델의 스위칭 방식," 원광대학교 공업기술개발연구지, 제 27권, 2007.
- [8] G. D. Hachtel, R. K. Brayton, and R. G. Gustavson, "The Sparse Tableau Approach to Network Analysis and Design," IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-18, NO. 1, Jan 1971.
- [9] W. T. Weeks, A. J. Jimenez, G. W. Mahoney, D. Mehta, H. Qassemzadeh, and T. R. Scott, "Algorithms for ASTAP-A Network -Analysis Program," IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-20, NO. 6, Nov 1973.
- [10] C. W. Ho, A. E. Ruehli, and P. A. Brennan, "The Modified Nodal Approach to Network Analysis," IEEE Trans. Circuits Syst., vol. CAS-22, NO. 6, June 1975.
- [11] D. O. Pederson, "A Historical Review of Circuit Simulation," IEEE Trans. Circuits Syst., vol. CAS-31, NO. 1, Jan 1984.