

## 영구자석 동기기의 구동방식에 따른 토크특성 해석

장석명, 이운호, 유대준, 한영희  
충남대학교, 전력연구원

### Influence of driving methods on dynamic torque characteristic of high-speed permanent magnet synchronous motor with hall sensor

Seok-Myeong Jang, Un-Ho Lee, Dae-Joon You, Young-Hee Han  
Chungnam National University, Korea Institute of Machinery and Materials

**Abstract** - This paper deals with dynamic torque of PM Synchronous Motor (PMSM) according to driving method. The driving method is selected considering harmonic characteristics with the PMSM.

#### 1. 서 론

오늘날 마이크로 터빈 발전기, 펌프 그리고 팬과 같은 전기기기의 응용분야에 있어서 고속전동기의 수요는 날이 증가하고 있으며 특히 높은 효율과 작은 부피를 장점으로 갖는 초고속 영구자석 동기전동기(Permanent Magnet Synchronous Motor:PMSM)는 다양한 분야에서 응용의 범위를 넓혀 가고 있다. 이와 같은 다양한 응용을 위한 토크특성에 관한 연구는 오직 공간고조파요소만이 고려된 정토크가 주이다. 따라서 시간고조파에 의한 리플 성분이 포함되어있지 않기 때문에 실제 기기의 구동에 따른 토크특성을 나타낼 수 없다. 그러므로 토크의 제어는 실제의 모델이나 동작특성을 고려하지 않은 간략화 된 파라미터들에 근거한 알고리즘에 의해 행해져서는 안 된다. 본 논문에서는 전자기 해석과 실험을 통해 시간 고조파와 공간고조파가 고려된 구동토크를 제시한다. 토크상수는 권선과 영구자석의 분포로부터 발생하는 공간 고조파를 고려하여 구해지고 토크는 회전자에 대한 전기자 반작용으로서 나타나는 역기전력에 의해 분석적으로 입증된다. 그리고 실험으로부터 얻어진 상전류로부터 리플성분이 포함된 구동토크는 유도된다. 또한 구동방법에 따른 토크특성을 알아보기 위해 six-step 구동과 정현파 구동에 따른 특성을 비교한다. six-step 구동은 고정된 점에서 60도마다 얻어지는 회전자 위치에 대한 파드백을 기초로 하여 구동되므로 지령전압이 불연속적인 반면 정현파 구동은 연속적이다. 이런 지령 전압의 인가로 우리는 시간고조파가 함유된 상전류를 얻을 수 있고 구동토크는 상전류와 토크상수로부터 구해질 수 있다. 본 논문에서 제시된 PMSM은 4극 영구자석 회전자와 3상 권선의 분포를 갖는 슬롯을 구조이고 그림1과 같이 정 토크의 측정을 위해 Eddy current dynamometer가 연결되어 있다.

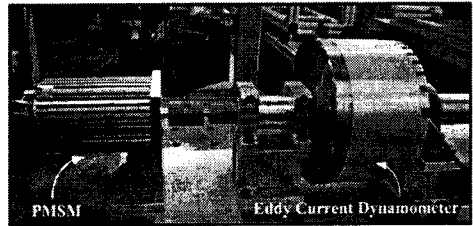


그림 1. 제시된 4극 PMSM 과 와전류 다이내모미터

표면 부착형 PMSM의 전기적 동특성 방정식은 시간 영역에서 3상 권선의 분포로부터 설명되어질 수 있다. 비록 구동 전압, 전류와 같은 실제 물리량이 동특성 방정식에 의해 표현되더라도 토크는 'Clark & Park transformation'에 의한 3상 정지좌표에서 2상 회전좌표로의 수학적 방법에 의한 전류로부터 일정한 값을 갖는다. 이러한 수학적 방법을 통해 동특성 방정식을 간략화 시키고 시간과 위치에 대한 의존으로부터 벗어날 수 있다. 정상상태 하에서 상전류의 기본파 성분은 식 (1)과 같이 나타난다.

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + \frac{d}{dt} L_s - \omega_m L_s \\ \omega_m L_s \quad R_s + \frac{d}{dt} L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_f \omega_m \end{bmatrix} \quad (1)$$

그러므로 입력 전압은 식(2)로서 제한되어진다.

$$\mathbf{V}_s = V_d + jV_q, \quad |\mathbf{V}_s| = \sqrt{V_d^2 + V_q^2} \quad (2)$$

여기서  $R_s$ 는 상 저항이고,  $L_s$ 는 상호인덕턴스와 누설 인덕턴스가 포함된 상당 동기 인덕턴스이고,  $\omega_m$ 은 기계적 각 주파수이고,  $\lambda_f$ 는 영구자석 분포와 역기전력 상수로부터 유도된 누설자속의 최대값이다.  $i_d$ 와  $i_q$ 는 d-q 축 상전류의 최대값에서 얻어진 직류이다.

일반적으로 d축 전류는 인버터의 제한전압 내에서 약 계자 제어를 통한 속도조절에 사용된다. 본 논문에서는 d축 전류가 0이고 토크는 오직 q축 전류에 의해서만 발생된다고 가정하므로 만약 d축 전류가 0이면 동특성을 위한 페이지도는 그림2와 같이 얻어질 수 있다. 여기서  $\theta_e$ 는 고정자 권선과 관련된 영구자석 회전자의 측면 각으로 정의된다. 그러므로 식(1)로부터 출력은 식(3)으로 표현되어질 수 있다.

#### 2. 구동토크의 수학적 도식

$$P_m = \frac{3}{2} V_q i_q = \frac{3}{2} R_s i_q^2 + \frac{3}{2} \frac{L_s}{2} \frac{d}{dt} i_q^2 + \frac{3}{2} \omega_m \lambda_f i_q \quad (3)$$

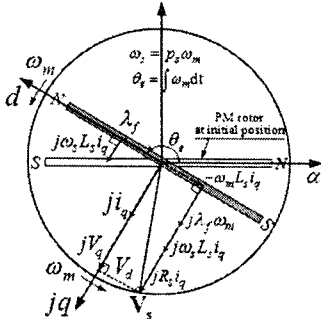


그림 2. 구동 특성 페이저도

식(3)의 첫 번째 부분은 Joule 손실이고, 둘째 부분은 전기에너지가 자기 에너지로 변환 되면서 생기는 반작용으로 정의되고 마지막 부분은 기계적 출력으로 정의된다. 여기서 3/2는 d-q 변환과정을 위해 정의되는 보상계수이다. 그러므로 기계적 출력으로부터 토크는 식(4)와 같이 정의된다.

$$T_e = \frac{P_{mech}}{\omega_m} = \frac{3}{2} (\lambda_f i_q) = 1.5 \lambda_f i_q \quad (4)$$

전류제어에 의한 기계적 출력에서 토크( $T_e$ )는 오직  $i_q$ 에 의해서만 변화한다고 가정하였으므로 d-q 변환으로부터 얻어진 q축 전류는 토크에 대한 연속적인 제어가 가능함을 알려준다. 따라서 동특성에서 토크는 q축 전류에 대한 계산으로부터 산출된다.

토크는 두 가지로 구분될 수 있다. 하나는 공간적 관점에서의 토크로 시변전류의 어느 한 시점에서의 공간적 분포에 따른 값으로 이를 정 토크라 하고 회전자의 회전으로부터 얻어지므로 공간고조파를 내포한다. 반면 시간 영역에서의 토크는 어떤 고정된 지점에서 시변전류로부터 얻어지는 특성이므로 시간의 변화가 고려되기 때문에 시간 고조파를 담고 있으며 실제 구동 특성이 반영되어 있다. 만약 토크 방정식이 두 개의 영역에 대한 특성을 모두 담고 있다면, 이러한 토크는 구동토크라고 정의하고 식(5)과 같이 나타낸다.

$$T_d = 1.5 \lambda_{fn} i_{qn}(t) = k_{Tn} i_{qn}(t) \quad (5)$$

여기서  $k_{Tn}$ 은  $n$ 차 공간고조파를 포함하는 토크를 나타내는 토크상수로 최대 정토크와 전류의 비로 표현되어진다. 비록 토크상수가 영구자석 회전자와 권선의 분포로부터 도출되더라도 본 논문에서는 동특성 방정식에 의한 누설 자속으로부터 유도하였다.

### 3. 공간고조파를 포함한 토크 상수 계산

#### 3.1 영구자석에 의한 자계 해석

본 논문에서 토크상수는 영구자석의 자계와 3상 권선의 분포사이의 관계에 의해 도출되어진다. 그림.3은 평행 방향 자화된 영구자석이 표면에 부착된 형태의 회전자를 갖는 PMSM의 구조이다. 여기서 회전자의 외경( $\alpha$ )은 14.5[mm], back-iron 까지의 거리( $\beta$ )는 11[mm],

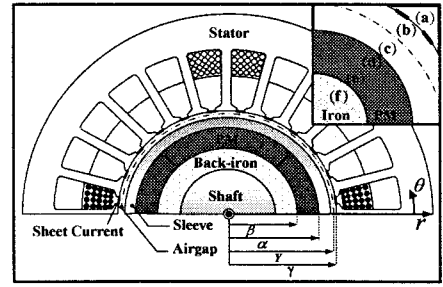


그림 3. 영구자석 동기의 기하학적 모델

고정자 내경( $\gamma$ )는 17.3[mm], 슬롯 수는 24, 극당/상당/턴수( $N_{tpp}$ )는 28, 축 길이( $L_{stk}$ )는 48[mm], NdFeB의 잔류자속 밀도( $B_r$ )는 1.23[T]이다. 이전 논문[1]에서 우리는 PMSM의 전달관계이론(TRT)을 다루면서 영구자석의 배열에 따른 자계해석을 제시하였고 그 결과는 식(6)과 같다.

$$A_{zn}^Y = \frac{B_{\theta n}^c - F_0(Y, \alpha) A_{zn}^c}{G_0(\alpha, Y)} \quad (6)$$

여기서  $A_{zn}^Y$ ,  $A_{zn}^c$ 은 각각 임의의 경계면(Y)과 영구자석 표면(c)에서 벡터자위의 z성분이다.  $F_0(Y, \alpha)$ ,  $G_0(\alpha, Y)$ 는 [1]에서 언급된 기하학적 파라미터고  $B_{\theta n}^c$ 은 경계면(c)에서 자속밀도의 접선 성분이다. 극 좌표계에서 z방향의 벡터자위는  $\nabla \times \vec{A} = \vec{B}$ 로부터 r 방향과  $\theta$  방향으로 나누어진다. 그러므로 공극영역에서 자속밀도  $\vec{B}$ 는 식(7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$B_{rn}^b = -jnp A_{zn}^b / b \quad B_{\theta n}^b = -\partial / \partial r (A_{zn}^b e^{-jnp\theta}) \quad (7)$$

#### 3.2 누설자속에 의한 토크상수 도출

역기전력은 각속도( $\omega_r$ )와 누설자속의 변화율의 곱에 의해서 주어진다. 경계면 (b)와 면적 S로부터 반경 방향 자속밀도  $B_{rn}^b$ 와 누설자속은 식(8)과 같이 표현된다.

$$d\lambda_{(PM)} = NB_{rn}^b \cdot S d\theta \quad (8)$$

여기서  $N$ 은 상당 턴 수이고, 식(8)로부터  $n$ 차 공간고조파가 함유된 총 누설자속  $\lambda_{fn}$ 은 식(9)와 같다.

$$\lambda_{(PM)} = N \frac{2}{Y} \gamma L_{stk} A_{zn}^b (e^{-jnp(\frac{\theta_s}{2} - \theta)} - e^{jnp\theta}) \quad (9)$$

$\theta_s$ 는 권선 pitch이고  $\gamma$ 는 고정자 내경이고,  $n$ 은  $n$ 차 고조파의 차수이고,  $p$ 는 극수이다. 누설자속에 의한 역기전력은 식(10)과 같다.

$$V_{emf} = -\frac{d\lambda_{(PM)}}{dt} = -jnp\omega_r \lambda_{(PM)} \quad (10)$$

역기전력 상수는 식(11)에 의해서 구해질 수 있다.

$$\lambda_{fn} = \max\left(\frac{V_{emf}}{\omega_r}\right) \quad (11)$$

식(11)을 식(5)에 대체함으로써 토크상수  $T_d$ 는 구해질 수 있다.

#### 4. 구동 방법에 따른 구동토크의 도출과 검증

시간고조파는 전동기를 구동시키는 3상 인버터에 의해서 나타난다. 그래서 고정자의 순시 전류는 식(12)와 같이 나타낼 수 있다.[2]

$$\begin{aligned} i_{as}(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} I_k \sin(n\omega_s t) \\ i_{bs}(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} I_k \sin(n\omega_s t - n\frac{2}{3}\pi) \\ i_{cs}(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} I_k \sin(n\omega_s t - n\frac{4}{3}\pi) \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 아래첨자  $k$ 는 고정자 권선에 흐르는 전류에 의한 시간고조파의 차수이고,  $I_k$ 는 전류에 의한  $n$ 차 시간 고조파의 최대값을 나타내며,  $\omega_s$ 는 고정자 전류의 기본 주파수를 나타낸다. 순시 상전류는 일정 구동토크를 위해 d-q 변환된다.

$$\begin{bmatrix} i_{dq}(t) \\ i_{qn}(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta_e & \sin\theta_e \\ -\sin\theta_e & \cos\theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as}(t) \\ i_{bs}(t) \\ i_{cs}(t) \end{bmatrix} \quad (13)$$

그림.4와 그림.5에서처럼 3상 상전류 파형과 제시된 PMSM의 정상상태로부터 얻어진 고조파 스펙트럼이 포함되어 있다. 전류 실험은 3000rpm에서 고정된 부하 토크 0.22[Nm]을 유지한 상태에서 행해졌다. 전동기가 3상 권선에 의한 회전자에 의해 정상상태 하에서 구동되기 때문에 오직 홀수의 차수를 가지는 고조파 성분만이 존재한다. ( $n=1,5,7,9,11,\dots$ )

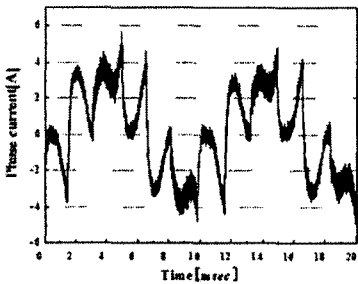


그림 4. six-step구동에서의 상전류 실험값과 고조파 분석

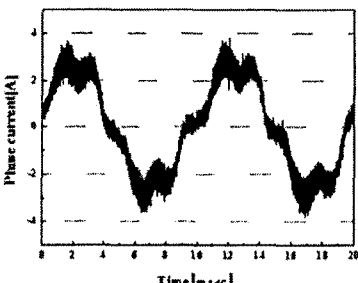


그림 5. 정현파 구동에서의 상전류 실험값과 고조파 분석

six-step구동 하에서 상전류는 정현이 아니므로 많은 고조파 포함되어 있다는 것을 알 수 있고, 그림.4에서

보이는 것처럼 특히 5차 고조파와 7차 고조파 성분의 크기는 기본파 성분의 반에 해당할 만큼의 크기를 갖을 것을 볼 수 있다. 이는 만약 전동기의 역기전력이 정현적이라면 정현파구동은 six-step구동보다 더 적은 고조파를 함유하기 때문에 효율을 감소시키는 소음과 그 밖의 손실이 더 적음을 예상할 수 있다. 그림 6은 식(5)와 상전류 고조파로부터 얻어진 구동토크를 나타낸다. 그림에서는 정현파 구동의 토크 리플이 six-step구동보다 더 크게 나타났는데 이는 토크리플이 거의 존재하지 않는 기본파 성분에만 대한 분석에 비추어볼 때 제시된 PMSM의 역기전력이 정현적이지 않고 5차 고조파 성분을 포함하고 있기 때문이다. 또한 six-step구동에서 5차 고조파와 7차 고조파 사이의 간섭에 의해서 토크리플이 감소되었음을 보여준다. 그러므로 역기전력에 5차 고조파 성분이 함유된 전동기에 있어서 안정적인 구동과 제어는 six-step구동이 정현파 구동보다 더 효율적임을 반증적으로 보여준다.

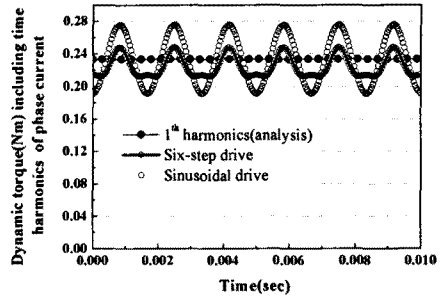


그림 6. 제작된 PMSM의 구동 방법에 따른 구동 토크특성

#### 5. 결 론

본 논문은 실제 전동기의 구동 특성을 예상하기 위해서 시간고조파와 공간고조파가 고려된 구동토크를 제시했다. 공간고조파는 누설자속에 의해 유도된 토크상수로부터 고려되었고, 누설자속은 권선의 분포와 영구자석 회전자의 자계해석으로부터 도출됐다. 실험에 의해서 얻어진 상전류에 대한 분석으로부터 얻어진 시간고조파를 함유한 상전류는 리플 성분이 포함된 구동토크의 예상을 위해 사용됐다. 결국, 구동 방식에 따른 고조파 분석으로부터 얻어진 구동토크의 제시로부터 이 논문은 토크리플 없는 PMSM의 구동을 위한 해법을 제시한다.

#### [참 고 문 헌]

- [1]Seok-Myeong Jang, Kyoung-Jin Ko, Han-Wook Cho, and Jang-Young Choi "Electromechanical Parameters Calculation of Permanent magnet Synchronous Motor Using the Transfer Relation Theorem", IEEE Trans. Magn.,vol.43, No. 6, June 2007
- [2]Mark Matthew Flynn, B.S., M.S, Amethodology for Evaluating and Reducing RotorLosses Heating and Operation allimitations of High-Speed Flywheel Batteries ,Ph.D. dissertation, The University of Texas, Austin, 2003