2008년도 대한전기학회 전기기기 및 에너지변환시스템부문회 춘계학술대회 논문집 (2008. 4. 25 ~ 26)

(B,θ_B)법을 이용한 이방성 전기강판의 자계 분포 해석

윤 희 성, Li Wei, 고 창 섭
충북대학교 전기공학과

Magnetic Field Analysis of Anisotropic Steel Sheet using (B,θ_B) Method

Hee Sung Yoon, Wei Li, Chang Seop Koh
Department of Electrical Engineering, Chungbuk National University

Abstract - 일반적으로 이방성 전기강판의 자계 해석시, 자속밀도와 자계세기의 위상차를 고려하지 않고 그 크기만을 이용하여 자계 분포를 해석한다. 자속밀도와 자계세기는 그 방향이 같지 않기 때문에 유한요소 해석시, 반드시 그 위상차가 고려되어야 한다. 본 논문에서는 (B,θ_B)법을 이용하여 2차원 자기 특성이 고려된 이방성 전기강판의 자계 분포를 해석하고, 그 결과를 일반적인 유한요소 해석 결과와 비교한다.

1. 서 론

일반적으로 이방성 전기강판 내에서 자속밀도와 자계세기는 같은 방향을 가지지 않는다. 그러나 이방성 전기강판의 자계 해석시, 일반적으로 자속밀도와 자계세기의 위상차를 고려하지 않고 그 크기만을 고려하여 자계 분포를 해석한다. 정확한 자계분포를 해석하기 위해서는 유한요소 해석 시, 반드시 그 위상차가 고려되어야 한다.

지금까지 2차원 자기 특성을 고려한 이방성 전기강판의 자계분포를 해석하기 위해 다양한 연구가 진행되어 왔다[1-3]. 그 중, Masato Enokizono에 의해 유효자기저항율(Effective reluctivity)을 이용하여 자기저항율 텐서식을 표현하는 (B,θ_B)법이 제안되었다[2]. 이 방법은 자속밀도와 자계세기의 관계를 크기뿐만 아니라 위상차도 고려하여 표현한다. 그리고 Newton-Raphson법의 수렴특성을 향상시키기 위해 Koji Fujiwara에 의해 개선된 표현식이 제안되었다[3]. 이 표현식들은 모두 자속밀도의 크기와 방향을 독립변수로 하여 2차원 자기특성 측정 장치를 이용하여 교번자계하에서 측정된 자계세기의 크기와 방향을 이용하여 표현된다.

본 논문에서는 (B,θ_B)법을 이용하여 2차원 자기 특성이 고려된 이방성 전기강판의 자계 분포를 해석한다. 그리고 해석된 결과를 일반적인 유한요소 해석 결과와 비교한다.

2. 자기저항율의 정의

2.1 일반적인 자기저항율 표현식

그림 1은 이방성 전기강판에서의 B와 H의 관계를 나타낸 것이다. 일반적으로 RD-TD 좌표계에서 자계세기 H_R와 H_T는 다음과 같이 B_R과 B_T의 함수로 표현된다[1].

$$H_R = f(B_R, B_T)$$
$$H_T = f(B_R, B_T) \tag{1}$$

이방성 전기강판에서의 자계분포를 정확히 해석하기 위해서는 그림 1에서 보듯이 B와 H의 크기뿐만 아니라 위상차 θ_{HB}를 반드시 고려하여야 한다. 그러나 일반적인 해석 방법에서는 H_R과 H_T는 각각 B_R과 B_T에 의해서만 영향을 받는다고 가정하고, 그림 2와 같이 RD와 TD방향에서 측정된 두 가지 B-H 곡선만을 이용하여 B와 H의 관계를 표현한다. 일반적인 자기저항율 텐서식을 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} H_R \\ H_T \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \nu_R & 0 \\ 0 & \nu_T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} B_R \\ B_T \end{pmatrix}, \quad \nu_R = f(B_R^2), \nu_T = f(B_T^2) \tag{2}$$

이 표현식은 B와 H의 위상차를 고려하지 못하기 때문에 해석의 정확성이 비교적 떨어진다. RD 방향이 x축 방향과 같지 않을 경우 ($\theta \neq 0$), B와 H는 x-y 좌표계에서 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \nu_R & 0 \\ 0 & \nu_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \end{pmatrix} \tag{3}$$

2.2 (B,θ_B)법을 이용한 자기저항율 표현식

일반적인 해석 방법은 B와 H사이의 위상차를 고려하지 못하기 때문에 해석의 정확성이 떨어진다. 이러한 문제점을 보완하기 위해 Enokizono에 의해 유효자기저항율을 이용하여 자기저항율 텐서식을 표현하는 (B,θ_B)법이 제안되었다[2].

그림 1에서 보듯이, B와 H는 위상차 θ_{HB}를 가지고 있다. 따라서 B의 방향과 같은 방향을 가진 자계세기 H'은 H를 회전시킴으로서 다음과 같이 정의될 수 있다.

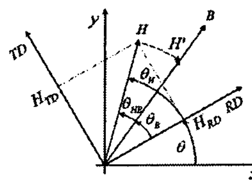


그림 1. 이방성 전기강판에서의 B와 H의 관계

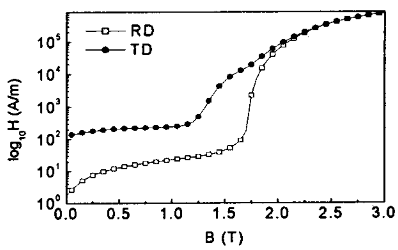


그림 2. RD, TD방향에서의 B-H 곡선

$$\begin{pmatrix} H_R' \\ H_T' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{HB} & \sin\theta_{HB} \\ -\sin\theta_{HB} & \cos\theta_{HB} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} H_R \\ H_T \end{pmatrix} \tag{4}$$

그리고 유효자기저항율 ν_{eff}는 B와 H'의 크기로부터 다음과 같이 정의된다.

$$\nu_{eff} = \frac{|H'|}{|B|} \tag{5}$$

식 (4)와 (5)을 이용하여 B와 H의 관계를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} H_R \\ H_T \end{pmatrix} = \nu_{eff} \begin{bmatrix} \cos\theta_{HB} & -\sin\theta_{HB} \\ \sin\theta_{HB} & \cos\theta_{HB} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} B_R \\ B_T \end{pmatrix} \tag{6}$$

x-y 좌표계에서의 표현식은 식 (6)과 동일하다. 식 (6)은 Fujiwara에 의해 제안된 방법을 이용하여 다음과 같이 표현될 수 있다[3].

$$\begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix} = \nu_{eff} \begin{bmatrix} \cos\theta_{HB} - \frac{B_y}{B_x}\sin\theta_{HB} & 0 \\ 0 & \frac{B_x}{B_y}\sin\theta_{HB} + \cos\theta_{HB} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \end{pmatrix} \tag{7}$$

식 (7)은 다음과 같이 간단한 형태로 표현되어진다.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{H\cos(\theta+\theta_H)}{B\cos(\theta+\theta_B)} & 0 \\ 0 & \frac{H\sin(\theta+\theta_H)}{B\sin(\theta+\theta_B)} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \end{pmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{H_x}{B_x} & 0 \\ 0 & \frac{H_y}{B_y} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \nu_x & 0 \\ 0 & \nu_y \end{bmatrix} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{8}$$

식 (8)의 ν_x와 ν_y는 각각 B, H, θ_B, θ_H의 함수이고, H와 θ_H는 B와 θ_B의 함수이다. H와 θ_H는 B와 θ_B를 독립변수로 하여 2차원 자기특성 측정 장치로부터 측정되어질 수 있다. 그림 3은 식 (8)을 이용한 유한요소 해석을 위해 사용되는, 측정된 2차원 자기 특성 데이터를 나타낸 것이다. 그림 3에서 보듯이 H와 θ_H는 B와 θ_B에 따라 비선형 특성을 나타내기 때문에 Newton-Raphson법을 적용하여 해석해야 한다. 식 (8)을 이용하여 벡터 포텐셜 A_j에 대한 가중잔차(Weighted residual)의 미분치 $\partial R_i/\partial A_j$는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_i}{A_j} &= \frac{1}{4\Delta}(\nu_x d_i d_j + \nu_y c_i c_j) \\ &+ \frac{\partial \nu_x}{\partial A_j}\frac{1}{4\Delta}\sum_{k=1}^{3} d_i d_k A_k + \frac{\partial \nu_y}{\partial A_j}\frac{1}{4\Delta}\sum_{k=1}^{3} c_i c_k A_k \end{aligned} \tag{9}$$

여기서, c_i와 d_i는 노드에서의 좌표함수이고, Δ는 요소에서의 면적을 나타낸다. 식 (9)에서 미분치 $\partial\nu_x/\partial A_j$와 $\partial\nu_y/\partial A_j$는 각각 B, H, θ_B, θ_H의 함수로 표현되기 때문에 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{\partial \nu_k}{\partial A_j} = \frac{\partial \nu_k}{\partial B}\frac{\partial B}{\partial A_j} + \frac{\partial \nu_k}{\partial \theta_B}\frac{\partial \theta_B}{\partial A_j} + \frac{\partial \nu_k}{\partial H}\frac{\partial H}{\partial A_j} + \frac{\partial \nu_k}{\partial \theta_H}\frac{\partial \theta_H}{\partial A_j} \tag{10}$$

여기서, k는 x와 y를 나타낸다. 식 (9)와 (10)을 이용하여 미분치 $\partial R_i/\partial A_j$를 정리하면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_i}{\partial A_j} &= \nu_x \frac{d_i d_j}{4\Delta}\left(1-\frac{B_y^2}{B^2}\right) - \nu_y \frac{c_i c_j}{4\Delta}\left(1-\frac{B_x^2}{B^2}\right) \\ &- \frac{1}{B^2}\left(-\frac{c_i d_j}{4\Delta}H_y B_x + \frac{d_i c_j}{4\Delta}H_x B_y\right) \\ &+ \frac{d_i}{2}\left(C\frac{\partial B}{\partial A_j} + D\frac{\partial \theta_B}{\partial A_j}\right) - \frac{c_i}{2}\left(E\frac{\partial B}{\partial A_j} + F\frac{\partial \theta_B}{\partial A_j}\right) \end{aligned} \tag{11}$$

여기서, 계수 C, D, E, F는 다음과 같이 표현된다.

$$C = 2\cos(\theta+\theta_H)\frac{\partial H}{\partial B} - 2H_y\frac{\partial \theta_H}{\partial B} - \frac{H_x}{B} \tag{12-1}$$

$$D = 2\cos(\theta+\theta_H)\frac{\partial H}{\partial \theta_B} - 2H_y\frac{\partial \theta_H}{\partial \theta_B} \tag{12-2}$$

$$E = 2\sin(\theta+\theta_H)\frac{\partial H}{\partial B} + 2H_x\frac{\partial \theta_H}{\partial B} - \frac{H_y}{B} \tag{12-3}$$

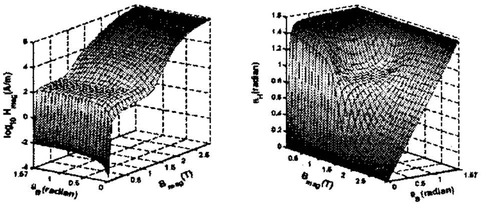
$$F = 2\sin(\theta+\theta_H)\frac{\partial H}{\partial \theta_B} + 2H_x\frac{\partial \theta_H}{\partial \theta_B} \tag{12-4}$$

식 (12)의 미분치 $\partial H/\partial B$, $\partial\theta_H/\partial B$, $\partial H/\partial\theta_B$, $\partial\theta_H/\partial\theta_B$는 그림 3의 측정 데이터를 이용하여 계산되어질 수 있다. 그림 4는 B와 θ_B에 따른 $\partial H/\partial B$, $\partial\theta_H/\partial B$, $\partial H/\partial\theta_B$, $\partial\theta_H/\partial\theta_B$을 나타낸 것이다.

3. 해석 결과 비교

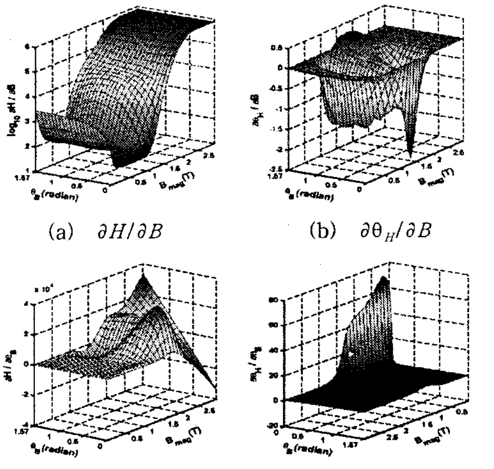
3.1 해석 모델

그림 5는 유한요소 해석을 위해 사용된 해석모델을 나타낸다. 코어 재질은 그림 3의 특성을 가지는 이방성 전기강판 30PG110(POSCO)이 사용되었다. 일반적인 해석방법의 경우, 그림 2의 RD와 TD방향에서의 B-H 곡선만을 이용하여 계산되었고, $(B\theta_B)$법을 이용한 해석방법의 경우 그림 3의 2차원 자기 특성을 이용하여 계산되었다. A_1과 A_2에는 Dirichlet 경계조건이 주어졌으며 코어의 평균자속밀도 B_{avg}는 $(A_1 - A_2)/0.07$로부터 구해질 수 있다.



(a) H (b) θ_H

그림 3. B와 θ_B의 변화에 따른 H과 θ_H



(a) $\partial H/\partial B$ (b) $\partial\theta_H/\partial B$

(c) $\partial H/\partial\theta_B$ (d) $\partial\theta_H/\partial B$

그림 4. B와 θ_B의 변화에 따른 미분치

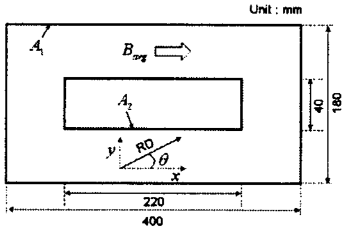


그림 5. 해석 모델

3.2 해석 결과

그림 6은 일반적인 해석방법과 (B,θ_B)법을 이용한 해석방법에 의해 계산된 이방성 전기강판에서의 자속 분포를 비교한 것이다. 이 때, B_{avg}는 0.5(T)이고 RD방향(θ)는 0° 이다. 그림 6(a)과 (b)를 보면 코어의 모서리 부분에서 RD방향으로 자속이 급격히 변화하여 코어의 안쪽 부분으로 대부분의 자속이 통과함을 볼 수 있다. 두 방법에 의해 해석된 자속의 분포가 비슷하게 보이지만 국부적으로, 특히 코어의 안쪽 모서리부분(점선으로 표시된 부분)에서 자속 분포가 크게 차이가 난다. 일반적인 해석방법에 의해 계산된 자속보다 (B,θ_B)법에 의해 계산된 자속이 RD방향으로 더 급격히 변화하는 것을 볼 수 있다.

그림 7은 B_{avg}가 1.7(T)이고 RD방향(θ)이 0° 일 때의 자속 분포를 비교한 것이다. 평균 자속밀도가 작을 경우에는 그림 6과 같이 투자율이 큰 RD 방향으로 자속이 집중되어 코어의 안쪽으로만 통과하는데 비해, 평균 자속밀도가 큰 경우에는 코어 안쪽에서의 자기포화 현상 때문에 그림 7과 같이 자속이 코어의 바깥쪽으로도 균일하게 통과함을 볼 수 있다. B_{avg}가 높은 경우에도 코어의 안쪽 모서리부분(점선으로 표시된 부분)에서 자속 분포가 크게 차이가 나는 것을 볼 수 있다.

그림 8과 그림 9는 RD방향에 따른 자속분포를 해석한 것이다. 이 때, B_{avg}는 0.5(T)이고 RD방향(θ)은 각각 15° 와 45° 이다. RD방향의 투자율이 크기 때문에 RD 방향으로 자속이 통과하려고 하는 것을 볼 수 있다. 그림 8과 그림 9 또한 대부분의 자속 분포가 비슷하게 보이지만 국부적으로, 특히 코어의 안쪽 모서리부분에서 크게 차이가 나는 것을 볼 수 있다.

4. 결 론

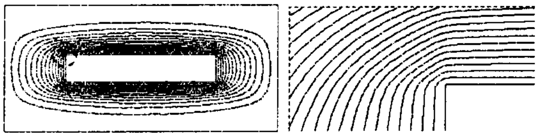
일반적인 유한요소 해석방법과 (B,θ_B)법을 이용한 해석방법에 의한 이방성 전기강판에서의 자계 분포를 해석하였다. (B,θ_B)법을 이용하여 B와 H의 위상차를 고려할 경우 자속 분포가 다르게 나타나는 것을 확인할 수 있었다. 특히, 코어의 모서리 부분에서 전기강판의 이방성 특성이 크게 나타나, 일반적인 해석 방법에 비해 자속 분포가 크게 차이가 나는 것을 확인 할 수 있었다. 추후에는 실험 결과와의 비교를 통해 해석 결과의 비교 및 해석 방법의 타당성을 확인할 것이다.

[참 고 문 헌]

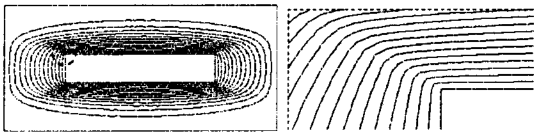
[1] T.Nakata, K.Fujiwara, N.Takahashi, M.Nakano, and N.Okamoto, "An improved numerical analysis of flux distributions in anisotropic materials," *IEEE* Trans. on Magn., Vol. 30, No. 5, pp. 3395-3398, Sep. 1994.

[2] M. Enokizono and N. Soda, "Finite element analysis of transformer model core with measured reluctivity tensor," IEEE Trans. on Magn., Vol. 33, No. 5, pp. 4110-4112, Sep. 1997.

[3] K. Fujiwara, T. Adachi, and N. Takahashi, "A proposal of finite-element analysis considering two-dimensional magnetic properties," IEEE Trans. on Magn., Vol. 38, No. 2, pp. 889-892, March 2002.

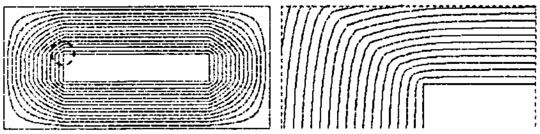


(a) 일반적인 해석방법

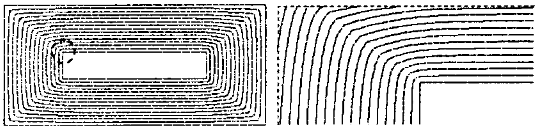


(b) (B,θ_B)법

그림 6. 자속 분포의 비교($B_{avg}=0.5T$, θ =°0)

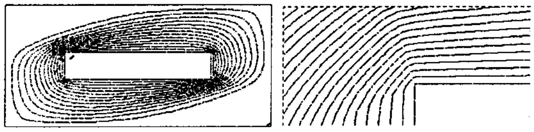


(a) 일반적인 해석방법

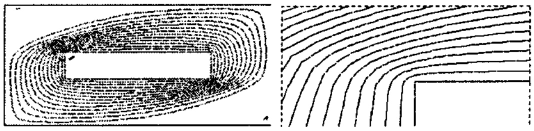


(b) (B,θ_B)법

그림 7. 자속 분포의 비교($B_{avg}=1.7T$, θ =°0)

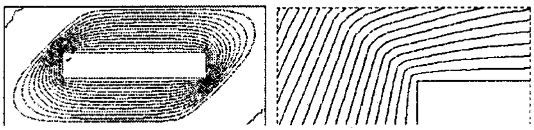


(a) 일반적인 해석방법

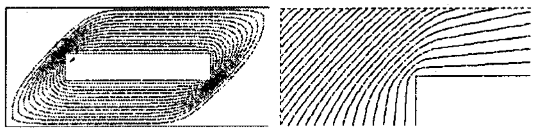


(b) (B,θ_B)법

그림 8. 자속 분포의 비교($B_{avg}=0.5T$, θ = 15)



(a) 일반적인 해석방법



(b) (B,θ_B)법

그림 9. 자속 분포의 비교($B_{avg}=0.5T$, θ = 45)