

이상적인 3상 변압기 결선의 회로 특성

박 인 규
원광대학교

Circuital Characteristics of Ideal Three-phase Transformer Connections

In-Gyu Park
Wonkwang University

Abstract - Mathematical singularities of circuit equations with three-phase ideal transformer connections are studied. Three-wired wye-wye connections, delta-delta connections, and primary four-wired wye-delta connections are singular. The matrices of their circuit equations have zeros in their eigenvalues. Three-wired wye-delta connections, wye-wye-delta connections, and primary four-wired wye-wye connections are not singular. The physical meaning of their singularities is that they are sensitive and prone to be ill-conditioned. Equivalent shunt admittances representing iron losses and magnetizing inductances make the singular matrices non-singular in wye-connected circuits. And, equivalent series impedances representing copper losses and leakage inductances make the singular matrices non-singular in delta-connected circuits. The tableau analysis is used for the study.

결선 회로의 수학적 특이성이 변압기 결선에 의한 것인지 아니면 주변 회로에 의한 것인지를 확인할 수 있다. 3선식 3상 회로의 기본적인 형태로서, 전압원들을 γ 결선하고 전류원들을 Δ 결선한 회로를 그림 1에 나타내었다. (그림에서 전류원들은 교류 전류원이다.) 전압원들과 전류원들은 다음과 같은 식으로 주어진다.

$$\begin{aligned} v_1 &= V_a(t) \\ v_2 &= V_b(t) \\ v_3 &= V_c(t) \\ i_4 &= I_a(t) \\ i_5 &= I_b(t) \\ i_6 &= I_c(t) \end{aligned} \quad (1)$$

그리고, 그림 1의 회로에 KCL과 KVL을 적용하면 다음의 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} i_1 + i_4 - i_6 &= 0 \\ i_2 + i_5 - i_4 &= 0 \\ i_3 + i_6 - i_5 &= 0 \\ -v_1 + v_4 + v_2 &= 0 \\ -v_2 + v_5 + v_3 &= 0 \\ -v_3 + v_6 + v_1 &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

1. 서 론

3상 변압기 결선 방식은 종류가 많고 복잡하며, 특히 불평형 또는 과도상태의 해석 및 설계에 어려움이 따른다. [1-5]. 이상적인 3상 변압기가 포함된 회로에 대해서 KCL과 KVL에 의한 회로 방정식을 세워 보면, 회로 행렬의 역행렬이 존재하지 않는 (singular) 경우가 있다. 3선식 Δ - γ 결선과 γ - Δ 결선, γ - γ - Δ 결선은 역행렬이 존재하지만, 3선식 γ - γ 결선과 Δ - Δ 결선은 역행렬이 존재하지 않는다. 그리고, 1차측 4선 γ - γ 결선은 역행렬이 존재하지만, 1차측 4선 γ - Δ 결선은 역행렬이 존재하지 않는다. 본 논문에서는 이러한 경우들을 조사한 결과[6]를 제시하고자 한다.

식 (1)과 식 (2)는 다음과 같은 행렬식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & 1 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ i_1 \\ i_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a(t) \\ V_b(t) \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (3)$$

이상적인 회로의 방정식의 역행렬이 존재하지 않으면, 그 회로는 쓸 수 없는 회로이거나 아주 민감하고 악조건이 되기 쉬운 회로이다. 이러한 회로는 민감성을 덜 수 있는 추가적인 파라미터가 필요하며, 많은 경우에 파라미터의 상당한 정밀도가 요구된다. 철손과 (iron loss) 자화 인덕턴스를 나타내는 병렬 어드미턴스, 및 동손과 (copper loss) 누설 인덕턴스를 나타내는 직렬 임피던스가 그것이다.

식 (3)이 곧 비-축약(non-reduced) 회로 방정식이다. 식 (3)은 다음과 같은 형태의 식이다.

본 논문에서 회로 해석은 태블로(tableau) 해석법을 사용하였다. 태블로 해석법은 비-축약(non-reduced) 수식화 방법으로서, 이상적인 회로 요소들을 포함한 회로의 방정식을 세우는 데에 적합하다. [7, 8].

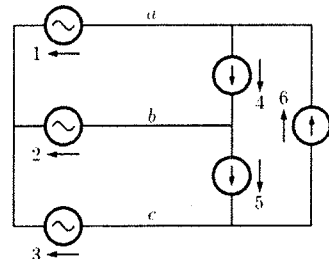


그림 1. 기본 회로.

2. 본 론

2.1 기본 회로

먼저, 변압기가 연결되기 전의 기본 회로의 수학적 특이성을 조사한다. 이렇게 해야, 이 후에 조사하는 변압기

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (4)$$

식 (4)에서, \mathbf{A} 는 회로의 모든 정보를 가지고 있는 행렬이다. 그리고 \mathbf{b} 는 어떤 시각에서 회로의 전압원과 전류원의 값들을 담고 있는 벡터이다. 그러면, 모든 회로 요소의 전압 및 전류 값들은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b} \quad (5)$$

식 (5)를 통해서 \mathbf{x} 가 구해지기 위해서는 \mathbf{A} 의 역행렬이 존재하여야 (non-singular) 한다. 역행렬의 존재 여부를 판별하는 방법은 여러가지가 있지만, 본 연구에서는 컴퓨터 계산을 통해서 \mathbf{A} 의 고유치(eigenvalue)를 구해 보는 방법을 사용하였다. 고유치에 0이 하나라도 존재하면, \mathbf{A} 의 역행렬은 존재하지 않는다. 식(3)의 행렬 \mathbf{A} 를 Matlab 언어로 쓴 프로그램은 다음과 같다.

```
clear; clc; nb=6;
A=zeros(2*nb,2*nb); b=zeros(2*nb,1);
v=1:nb; i=nb+1:2*nb;
m= 1; A(m,v(1))= 1;
m= 2; A(m,v(2))= 1;
m= 3; A(m,v(3))= 1;
m= 4; A(m,i(4))= 1;
m= 5; A(m,i(5))= 1;
m= 6; A(m,i(6))= 1;
m= 7; A(m,i(1))= 1; A(m,i(4))= 1; A(m,i(6))=-1;
m= 8; A(m,i(2))= 1; A(m,i(5))= 1; A(m,i(4))=-1;
m= 9; A(m,i(3))= 1; A(m,i(6))= 1; A(m,i(5))=-1;
m=10; A(m,v(1))=-1; A(m,v(4))= 1; A(m,v(2))= 1;
m=11; A(m,v(2))=-1; A(m,v(5))= 1; A(m,v(3))= 1;
m=12; A(m,v(3))=-1; A(m,v(6))= 1; A(m,v(1))= 1;
x=A\b;
eig(A), rank(A)
```

이 프로그램을 실행하면 \mathbf{A} 의 고유치 및 rank가 구해진다. 다음에 그 결과를 보였다.

```
eig(A) = [ 1; 1; 1; 1;-1; 1;-1; 1;-1; 1; 1; 1 ]
rank(A) = 12
```

그림 1의 회로 행렬의 고유치에는 0이 없으며, 따라서 역행렬이 존재한다. 고유치의 크기가 모두 1인 것은 이 회로의 특색이다. 본 논문에서는 이 회로를 기본으로 해서 이 회로에 변압기를 추가하는 방식으로 변압기 결선의 특성을 조사한다.

2.2 Δ-Y 결선 변압기

그림 2에 Δ-Y 결선 변압기가 포함된 회로를 나타내었다. 그림 2에서, 3개의 단상 변압기의 대응 관계를 나타내기 위해서, 변압기 권선의 극성을 나타내는 점(dot) 옆에 α, β, γ 의 표시를 하였다. 그림 2는 모두 12개의 포트(port)로 구성된 회로이며, 12

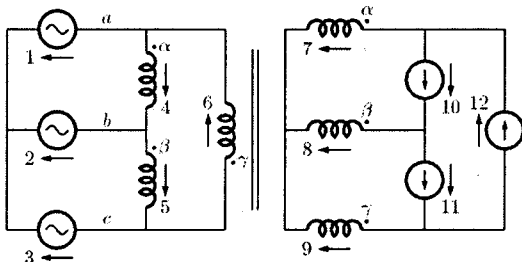


그림 2. Δ-Y 결선 변압기가 포함된 회로.

개 포트의 전압-전류 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} v_1 &= V_a(t) \\ v_2 &= V_b(t) \\ v_3 &= V_c(t) \\ v_4 &= av_1 \\ i_4 &= -i_7 \\ v_8 &= av_5 \\ i_5 &= -i_8 \\ v_9 &= av_6 \\ i_6 &= -i_9 \\ i_{10} &= I_a(t) \\ i_{11} &= I_b(t) \\ i_{12} &= I_c(t) \end{aligned} \quad (6)$$

그리고, 그림 2의 회로에 KCL과 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} i_1 + i_4 - i_6 &= 0 \\ i_2 + i_5 - i_4 &= 0 \\ i_3 + i_6 - i_5 &= 0 \\ -v_1 + v_4 + v_2 &= 0 \\ -v_2 + v_5 + v_3 &= 0 \\ -v_3 + v_6 + v_1 &= 0 \\ i_7 + i_{10} - i_{12} &= 0 \\ i_8 + i_{11} - i_{10} &= 0 \\ i_9 + i_{12} - i_{11} &= 0 \\ -v_7 + v_{10} + v_8 &= 0 \\ -v_8 + v_{11} + v_9 &= 0 \\ -v_9 + v_{12} + v_7 &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

식 (6)과 식 (7)이 곧 그림 2 회로의 비-축약 회로 방정식이다. 식 (6)과 식 (7)을 프로그램으로 확인한 결과, 회로 행렬의 고유치에는 0이 없었으며, 따라서 이 회로는 수학적으로 특이하지 않다.

2.3 Y-Δ 결선 변압기

그림 3에 Y-Δ 결선 변압기가 포함된 회로를 나타내었다. 그림 3의 회로 방정식을 프로그램으로 확인한 결과, 회로 행렬의 고유치에 0이 없었으며, 따라서 이 회로도 수학적으로 특이하지 않다.

2.4 Y-Y 결선 변압기

그림 4에 Y-Y 결선 변압기가 포함된 회로를 나타내었다. 그림 4의 회로 방정식을 프로그램으로 확인한 결과, 회로 행렬의 고유치에 0이 존재하였다. 따라서, 역행렬이 존재하지 않으며, 이 회로는 수학적으로 특이하다.

실제의 변압기는 이상적인 변압기와 차이가 있다. 우선, 철손과 (iron loss) 자화 인덕턴스를 나타내는 병렬 어드미턴스가 존재한다. 가장 단순한 모델로서, 병렬 권

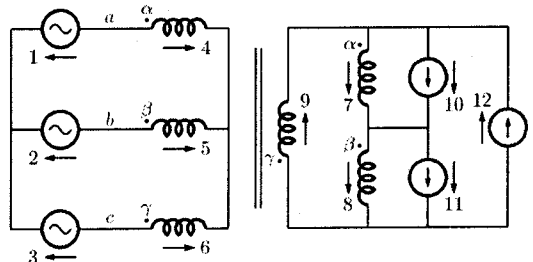


그림 3. Y-Δ 결선 변압기가 포함된 회로.

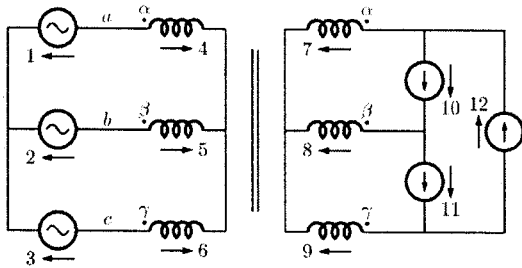


그림 4. Y-Y 결선 변압기가 포함된 회로.

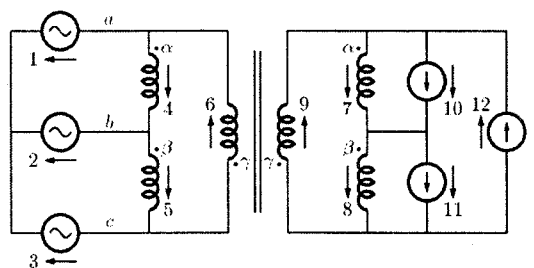


그림 7. Δ-Δ 결선 변압기가 포함된 회로.

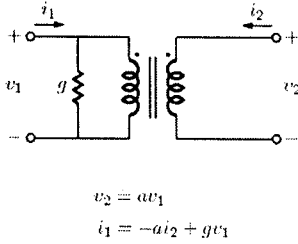


그림 5. 병렬 컨덕턴스를 포함한 변압기.

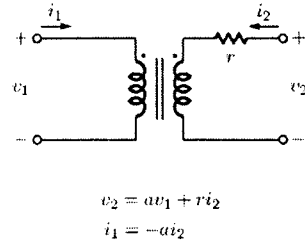


그림 8. 직렬 저항을 포함한 변압기.

덕턴스를 포함한 변압기를 그림 5에 나타내었다. 병렬 컨덕턴스를 포함한 Y-Y 결선 변압기 회로는 행렬의 고유치에 0이 없으며, 따라서 역행렬이 존재한다. (참고로, 회로의 구조를 변경하지 않는 범위에서, 병렬 컨덕턴스를 포함하는 것 외의 다른 방식으로는 고유치에 0이 있는 것을 막을 수 없었다.) 그렇지만, 고유치에는 병렬 컨덕턴스 값에 비례하는 작은 값이 있는데, 이것은 회로가 민감하다는 것을 의미한다. 이 회로는 3개의 변압기의 병렬 컨덕턴스 성분이 균일해야 Y 결선의 중성점 전위가 안정해진다.

2.5 Y-Y-Δ 결선 변압기

그림 6에 Y-Y-Δ 결선 변압기가 포함된 회로를 나타내었다. 각 상의 변압기는 철심 leg에 3개씩의 권선이 감긴 3권선 변압기이다. 이 변압기의 전압-전류 관계식은

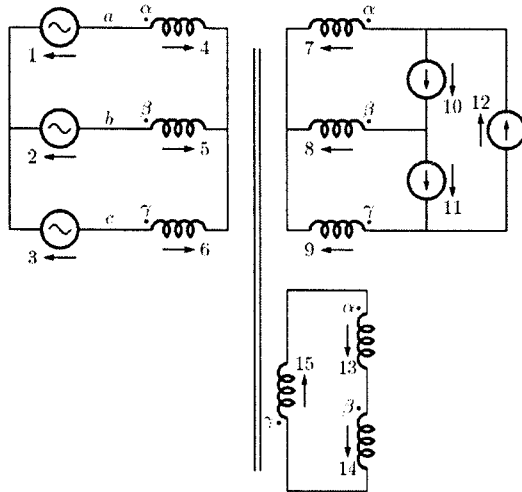


그림 6. Y-Y-Δ 결선 변압기가 포함된 회로.

은 2권선 변압기의 식과는 다르다. 제3 권선의 전압과 전류를 각각 v_3 , i_3 으로 표시하고, 제1 권선을 기준으로 제2 권선과 제3 권선의 권선 비를 각각 a_1 , a_2 로 표시하면, 전압-전류 관계식은 다음과 같이 된다.

$$v_2 = a_1 v_1$$

$$v_3 = a_2 v_1$$

$$i_1 + a_1 i_2 + a_2 i_3 = 0$$

프로그램의 실행 결과, 그림 6의 회로는 행렬의 고유치에 0이 없으며, 따라서 역행렬이 존재한다. 그리고, 고유치에 작은 값이 포함되어 있지 않았는데, 이것은 회로가 민감하지 않다는 것을 의미한다.

2.6 Δ-Δ 결선 변압기

그림 7에 Δ-Δ 결선 변압기가 포함된 회로를 나타내었다. 그림 7의 회로 방정식을 프로그램으로 확인한 결과, 회로 행렬의 고유치에는 0이 존재한다. 따라서, 역행렬이 존재하지 않으며, 이 회로는 수학적으로 특이하다.

실제의 변압기에는 동손과 (copper loss) 누설 인덕턴스를 나타내는 직렬 임피던스가 존재한다. 가장 단순한 모델로서, 직렬 저항을 포함한 변압기를 그림 8에 나타내었다. 직렬 저항을 포함한 Δ-Δ 결선 변압기 회로는 행렬의 고유치에 0이 없으며, 따라서 역행렬이 존재한다. (참고로, 회로의 구조를 변경하지 않는 범위에서, 직렬 저항을 포함하는 것 외의 다른 방식으로는 고유치에 0이 있는 것을 막을 수 없었다.) 그렇지만, 고유치에는 직렬 저항 값에 비례하는 작은 값이 있는데, 이것은 회로가 민감하다는 것을 의미한다. 이 회로는 3개의 변압기의 직렬 저항 성분이 균일해야 Δ 결선의 부하 전류 분담이 잘 이루어진다.

2.7 1차측 4선 Y-Y 결선 변압기

그림 9에 1차측 4선 Y-Y 결선 변압기가 포함된 회로를 나타내었다. 이 회로 행렬의 고유치에는 0이 존재하지 않는다. 따라서, 이 회로는 수학적으로 특이하지 않다. 그리고, 고유치에 작은 값이 포함되어 있지 않으며, 회로가 민감하지 않다.

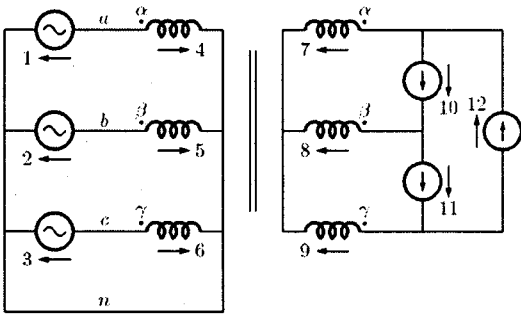


그림 9. 1차측 4선 Y-Y 결선 변압기가 포함된 회로.

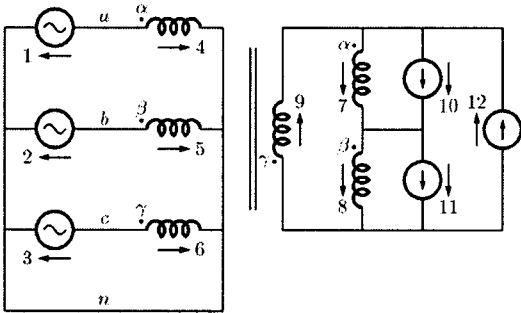


그림 10. 1차측 4선 Y-Δ 결선 변압기가 포함된 회로.

2.8 1차측 4선 Y-Δ 결선 변압기

그림 10에 1차측 4선 Y-Δ 결선 변압기가 포함된 회로를 나타내었다. 이 회로 행렬의 고유치에는 0이 있다. 따라서 이 회로는 수학적으로 특이하다. 이 회로는 그림 5의 변압기의 병렬 컨덕턴스 성분에 의해서는 고유치의 0이 없어지지 않으며, 그림 8의 직렬 저항 성분에 의해서는 고유치의 0이 없어진다. 그렇지만, 고유치에는 직렬 저항 값에 비례하는 작은 값이 있다. 이 회로는 중성선로에 저항을 추가할 때에도 고유치의 0이 없어진다. 그러나, 고유치에는 저항에 비례하는 작은 값이 나타난다. 또한, 전압원에 내부 저항이 있을 때에도 고유치의 0이 없어진다. 고유치에는 내부 저항에 비례하는 작은 값이 나타난다. 송전 선로와 같이 선로의 임피던스가 큰 회로의 경우에는 등가적으로 내부 저항값이 크므로 고유치의 값이 작지 않으며, 따라서 민감하지 않은 회로가 된다.

2.9 1, 2차측 4선 Y-Y 결선 변압기

그림 11에 1, 2차측 4선 Y-Y 결선 변압기가 포함된 회로를 나타내었다. 이 회로 행렬의 고유치에는 0이 존재하지 않는다. 그리고, 고유치에 작은 값이 포함되어 있지 않으며, 회로가 민감하지 않다.

3. 결 론

이상적인 변압기의 3선식 Δ-Y 결선과 Y-Δ 결선, Y-Y-Δ 결선은 역행렬이 존재하며, 고유치에 작은 값이 없다. 따라서 이 결선들은 민감하지 않다.

3선식 Y-Y 결선은 역행렬이 존재하지 않으며, 회로가 민감하다. 이 회로는 3개의 변압기의 병렬 어드미턴스 성분이 균일해야 Y 결선의 중성점 전위가 안정해진다.

3선식 Δ-Δ 결선도 역행렬이 존재하지 않으며, 회로가 민감하다. 이 회로는 3개의 변압기의 직렬 임피던스 성

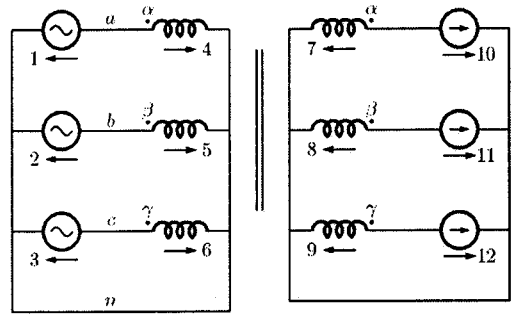


그림 11. 1, 2차측 4선 Y-Y 결선 변압기가 포함된 회로.

분이 균일해야 Δ 결선의 부하 전류 분담이 잘 이루어진다.

1차측 4선 Y-Y 결선은 역행렬이 존재하며, 고유치에 작은 값이 없다. 따라서 이 결선은 민감하지 않다.

1차측 4선 Y-Δ 결선은 역행렬이 존재하지 않는다. 그러나, 1차측 선로의 직렬 임피던스가 크면 회로는 민감하지 않다.

1, 2차측 4선 Y-Y 결선은 역행렬이 존재하며, 회로가 민감하지 않다.

[참 고 문 헌]

- [1] A. Tan, W.-H. Edwin Liu, and D. Shirmohammadi, "Transformer and Load Modeling in Short Circuit Analysis for Distribution Systems," IEEE Trans. Power Systems, vol. 12, NO. 3, Aug 1997.
- [2] W. H. Kersting, W. H. Phillips, and W. Carr, "A New Approach to Modeling Three-Phase Transformer Connections," IEEE Trans. Industry Applications, vol. 35, NO. 1, Jan 1999.
- [3] W. H. Kersting, and J. S. Rathbun, "The Analysis of an Ungrounded Wye-Delta Transformer Bank Serving an Induction Motor and Single-Phase Lighting Loads," IEEE Trans. Industry Applications, vol. 36, NO. 1, Jan 2000.
- [4] J. H. Teng, and C. Y. Chang, "A Novel and Fast Three-Phase Load Flow for Unbalanced Radial Distribution Systems," IEEE Trans. Power Systems, vol. 17, NO. 4, No v 2002.
- [5] S. S. Moorthy, and D. Hoadley, "A New Phase-Coordinate Transformer Model for Ybus Analysis," IEEE Trans. Power Systems, vol. 17, NO. 4, Nov 2002.
- [6] 박인규, "3상 변압기 결선에 있는 수학적 특이성," 원광대학교 공업기술개발연구지, 제 27권, 2007.
- [7] G. D. Hachtel, R. K. Brayton, and R. G. Gustavson, "The Sparse Tableau Approach to Network Analysis and Design," IEEE Trans. Circuit Theory., vol. CT-18, NO. 1, Jan 1971.
- [8] W. T. Weeks, A. J. Jimenez, G. W. Mahoney, D. Mehta, H. Qassemzadeh, and T. R. Scott, "Algorithms for ASTAP-A Network-Analysis Program," IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-20, NO. 6, Nov 1973.