

이방성을 고려한 탄성매질에서의 시간영역 파형역산

이호용¹⁾, 민동주²⁾, 권병두¹⁾, 유해수³⁾

¹⁾서울대학교 사범대학 지구과학교육과 cap250@naver.com

²⁾서울대학교 공과대학 에너지자원공학과

³⁾한국해양연구원 해양자원연구본부

Time-domain Seismic Waveform Inversion for Anisotropic media

Ho-Yong Lee¹⁾, Dong-Joo Min²⁾, Byung-Doo Kwon¹⁾ and Hai-Soo Yoo³⁾

¹⁾Dept. of Earth Sciences Education, Seoul National Univ.

²⁾Dept. of Energy System Engineering, Seoul National Univ.

³⁾Korea Ocean Research and Development Institute

요약 : 등방성 매질에서의 파형역산에 대한 연구는 1980년대부터 꾸준히 이루어져 왔으나 이방성 매질에 대한 연구는 그렇지 못하다. 본 연구에서는 이방성 매질에 대한 시간영역 셀 기반 유한 차분 모델링 기법을 이용해 2차원 TI 구조에서의 파형역산 알고리즘을 개발하였다. 반복적인 비선형 역산에서 최대 급경사 방향은 역시간 구조보정의 역전과 방법을 이용하여 간접적으로 계산하였고, 이를 정규화 시키기 위해 슈도-헤시안 행렬을 이용하였다. 본 연구에서 제시된 시간영역 파형역산 기법을 이방성 매질을 포함한 2층 구조와 이방성 Marmousi 모형 자료에 적용하고 이를 등방성 매질만을 고려한 기존의 파형역산 결과와 비교하였다. 본 연구의 결과를 통해 이방성 매질을 등방성 매질로 가정하고 파형역산을 수행할 경우 정확한 영상을 얻을 수 없기 때문에, 실제 탐사 자료의 파형역산을 수행할 경우 이방성 매질을 고려해야 좀 더 정확한 지하 구조를 파악할 수 있음을 확인하였다.

주요어 : 이방성, 시간영역, 탄성과 모델링, 유한차분법, 파형역산, 역시간 구조보정

Abstract : The waveform inversion for isotropic media has ever been studied since the 1980s, but there has been few studies for anisotropic media. We present a seismic waveform inversion algorithm for 2-D heterogeneous transversely isotropic structures. A cell-based finite difference algorithm for anisotropic media in time domain is adopted. The steepest descent during the non-linear iterative inversion approach is obtained by backpropagating residual errors using a reverse time migration technique. For scaling the gradient of a misfit function, we use the pseudo Hessian matrix which is assumed to neglect the zero-lag auto-correlation terms of impulse responses in the approximate Hessian matrix of the Gauss-Newton method. We demonstrate the use of these waveform inversion algorithm by applying them to a two layer model and the anisotropic Marmousi model data. With numerical examples, we show that it's difficult to converge to the true model when

we assumed that anisotropic media are isotropic. Therefore, it is expected that our waveform inversion algorithm for anisotropic media is adequate to interpret real seismic exploration data.

Keywords : anisotropy, time domain, elastic wave modeling, finite difference methods, waveform inversion, reverse time migration

1. 서론

탄성과 수치모델링이나 역산을 수행할 경우 암석을 등방성 매질로 가정하는 것이 일반적이다. 그러나 실제 많은 암석들은 이방성을 가지고 있으며(Thomsen, 1986), 이를 고려하지 않으면 잘못된 해석결과를 도출할 수 있다. 지난 수십 년 동안 이방성 매질에서의 탄성과 전파에 관한 연구는 주로 이론적인 것이었으나, 자료 획득 기술의 발전과 더불어 탄성과 자료의 해상도가 향상됨에 따라 실제적인 연구의 필요성이 증대되고 있다. 암석의 이방성은 여러 가지 형태로 나타나는데 그 중 가장 흔히 나타나는 형태는 하나의 축에 대해 대칭인 TI (Transversely Isotropic) 매질이다. 이는 해양퇴적환경에서 생성된 퇴적암이나 셰일과 같이 암석이 생성될 때 광물들이 일정한 방향으로 배열된 경우, 또는 작은 균열들이 일정한 방향으로 배열되거나 일정한 방향으로 압력이 지속적으로 작용했을 경우에도 나타난다(Tsingas et al., 1990).

지하구조의 정확한 영상화를 위해 1980년대 이후 과형역산에 대한 많은 연구가 이루어져 지만, 최근 연구되고 있는 대부분의 연구는 Lailly (1983)과 Tarantola (1984)가 제시한 역전과 알고리즘에 기반하고 있다. Full Newton 방법과 Gauss-Newton 방법은 각각 헤시안과 근사-헤시안을 이용하여 그래디언트 방향을 정규화한다. 그러나 헤시안과 근사-헤시안은 많은 계산량과 메모리가 필요하여 구하기 어렵기 때문에 Shin et al. (2001)은 그래디언트 방향을 구할 때 사용한 가상 송신원을 이용하여 슈도-헤시안 행렬의 대각 성분만을 이용하여 정규화하였다.

본 연구에서는 2차원 TI 매질에서의 시간영역 과형역산 알고리즘을 개발하였다. 모델링 기법은 기존의 유한차분법과는 달리 자유면 경계에서의 Lamb 문제에 대한 정확한 해를 제시하는 셀 기반 유한차분법(Min et al., 2004)을 이용하였다. 이방성 모형에서 기존의 과형역산 방법과 본 연구에서 제시된 이방성 매질을 고려한 과형역산의 결과를 비교하기 위해 두 가지 모형에 대해 각각의 과형역산 기법을 적용하였다. 사용된 모형은 Tsingas et al.에서 제시된 이방성 셰일-등방성 사암으로 이루어진 2층 모형과 Alkhaliak (1997)에 의해 제시된 이방성 Marmousi 모형이다.

2. TI 매질에서의 탄성파동방정식

시간영역에서 2차원 탄성파동방정식은 다음과 같다.

$$\rho \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z}, \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}. \quad (2)$$

여기서 ρ 는 밀도, σ_{ij} 는 응력이고, U_x , U_z 는 각 방향의 변위이다. Hooke의 법칙에 의해 응력과 변형율의 관계는

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}e_{kl} \quad i, j = 1, 3 \quad (3)$$

과 같고, 여기에서 σ_{ij} 은 응력, C_{ijkl} ($i, j, k, l = 1, 2, 3$)은 탄성계수 그리고 e_{kl} 은 변형율을 나타낸다. 암석의 이방성은 21개의 독립적인 탄성계수들에 의해서 정의될 수 있으나 2차원 TI 매질에서는 4개의 탄성계수만을 필요로 한다.

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{13} & 0 \\ C_{13} & C_{33} & 0 \\ 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

변위와 변형율의 관계는 다음 식으로 표현되므로

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j = 1, 3, \quad (5)$$

2차원 TI 매질에서의 변위근사 파동방정식은 다음과 같다.

$$\rho \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(C_{11} \frac{\partial U_x}{\partial x} + C_{13} \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{C_{44}}{2} \left(\frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x} \right) \right), \quad (6)$$

$$\rho \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left(C_{13} \frac{\partial U_x}{\partial x} + C_{33} \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{C_{44}}{2} \left(\frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x} \right) \right). \quad (7)$$

3. Gauss-Newton 파형역산 기법

측정된 탐사자료를 \mathbf{d} , 모델링 기법을 통해 계산된 파동장을 \mathbf{u} 라 하면 목적함수는 다음과 같이 정의된다

$$E = \sum \left\{ \frac{1}{2} (\mathbf{u} - \mathbf{d})^T (\mathbf{u} - \mathbf{d}) \right\}. \quad (8)$$

목적함수 E 를 최소화하기 위해서 양변을 모형의 매개변수 \mathbf{m} 으로 편미분하면

$$\nabla E = \left[\frac{\partial F(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right]^T (\mathbf{u} - \mathbf{d}) = \mathbf{J}^T (\mathbf{u} - \mathbf{d}) \quad (9)$$

과 같고, 여기에서 \mathbf{J} 는 일차 편미분 파동장이다. 이를 이용해 목적함수의 최대 급경사 방향을 계산하기 위해서는 매우 많은 계산량과 메모리가 필요하지만, 가상 송신원 벡터와 잔여 파동장의 역전파를 상호상관시킴으로써 간접적으로 구할 수 있다. 목적함수의 좀 더 빠른 수렴을 위해 Gauss-Newton 파형역산 기법에서는 그래디언트 방향을 근사-헤시안 행렬 \mathbf{H}_a 를 이용하여 정규화 하는데, 각 변수의 급경사 방향은 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{m}^{n+1} = \mathbf{m}^n - \mathbf{H}_a^{-1} \nabla E, \quad (10)$$

그러나 근사-헤시안 행렬의 역행렬을 구하기가 매우 어렵기 때문에 본 연구에서는 Shin et al. (2001)이 제시한 가상송신원을 이용한 슈도-헤시안 행렬을 이용하였다.

$$\mathbf{H}_p = \mathbf{f}^T \mathbf{f}. \quad (11)$$

4. 수치 예제

2층 모형 (이방성 셰일 - 등방성 사암)

기존의 등방성 매질만을 고려한 파형역산과 이방성을 고려한 파형역산을 비교하기 위해 이방성 매질을 포함한 2층 구조(Fig. 1)에 두 가지 방법을 적용하였다. 상부층은 수평방향과 수직방향의 P파 속도가 다른 이방성 셰일층이며, 하부층은 등방성 사암층이다. 모형의 크기는 수평방향으로 2 km, 수직방향으로 1 km이며 격자간격은 10 m, 송신원 개수는 199개, 총 수신기의 개수는 201개를 사용하였다. 송신원으로는 최대주파수가 20Hz인 1차 미분 가우스 함수를 수직방향 변위로 가정하여 사용하였다.

두 파형역산의 비교를 위해 각 방향의 P파 속도만을 변수로 설정하였다. 이방성 셰일의 P파 속도는 수평방향과 수직방향이 각각 3.6 km/s, 2.9 km/s이며 등방성 셰일은 두 방향 모두 4.2 km/s 이다. 역산을 위한 초기모형은 속도가 깊이에 따라 선형적으로 증가하는 모형을 사용하였는데, 수평방향은 3.6 km/s 에서 4.2 km/s까지, 수직방향은 2.9 km/s에서 4.2 km/s까지 증가하는 것으로 설정하였다. 그러나 등방성 매질만을 고려한 파형역산은 두 탄성계수를 분리할 수 없으므로, 두 모형을 초기모형으로 설정하고 각각 파형역산을 수행하였다. Fig. 2는 이방성 매질을 고려한 파형역산을 100회 반복하여 얻은 각 방향 P파의 속도 모형이다. 좌우 경계 부근에서 약간의 왜곡이 있지만, 경계면의 심도와 속도를 정확하게 추정하고 있음을 알 수 있다. Fig. 3은 기존의 등방성 매질만을 고려한 파형역산을 이용해 얻은 속도 모형인데, 초기 모형을 다르게 설정한 두 가지 모두 경계면의 심도는 잘 영상화되지만, 각 층의 속도는 정확하게 역산해내지 못하였다.

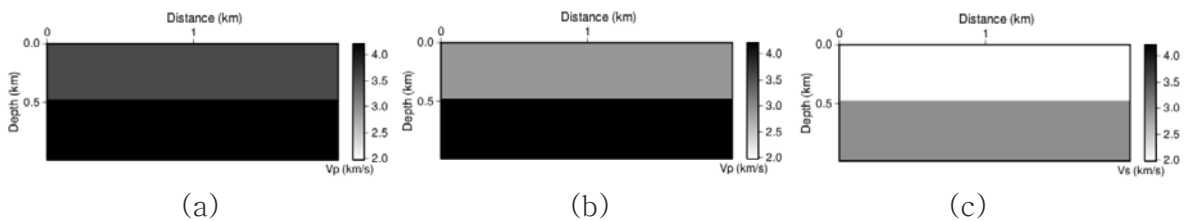


Fig. 1. A anisotropic shale–isotropic sandstone velocity model: (a) the horizontal P–wave velocity, (b) the vertical P–wave velocity, (c) the S–wave velocity.

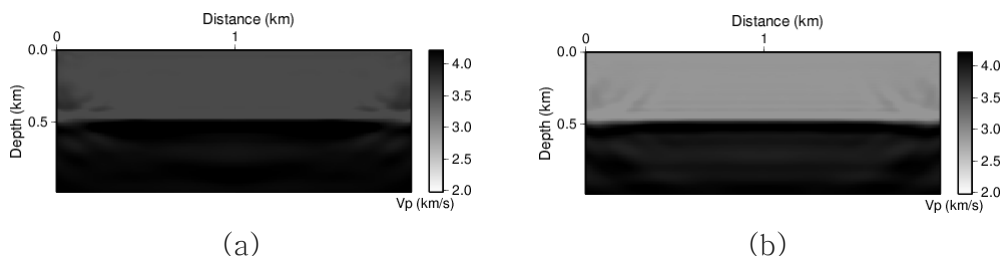


Fig. 2. The inverted velocity model obtained by the waveform inversion for anisotropic media: (a) the horizontal P–wave velocity, (b) the vertical P–wave velocity.

이방성을 고려한 탄성매질에서의 시간영역 파형역산

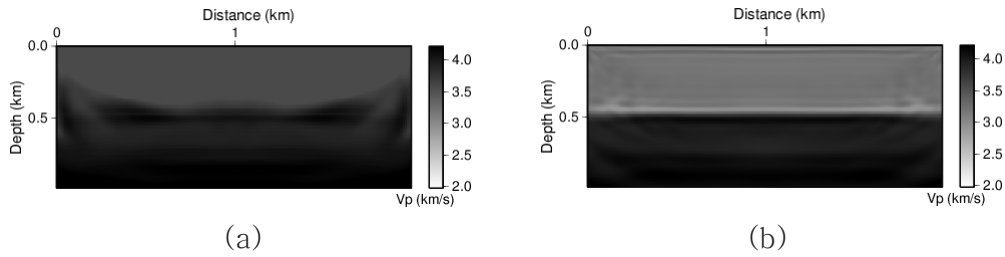


Fig. 3. The inverted velocity model obtained by the conventional waveform inversion when the initial model is selected by depending on (a) the true horizontal P-wave velocity and (b) the true vertical P-wave velocity.

이방성 Marmousi 모형

좀 더 복잡한 모형에서 이방성을 고려한 파형역산이 정확한 속도 구조를 영상화할 수 있는지 살펴보기 위해 Alkhalialk (1997)에 의해 제시된 이방성 Marmousi 모형에 적용하였다. Fig. 4는 각 방향의 P파 속도 모형을 보여주는데, 이 모형은 상부의 저속도층은 이방성 매질로 가정하고 하부의 고속도층은 기존의 모형을 그대로 사용하였다. 모형의 크기는 9.2km X 3.04 km 이며 격자간격은 20 m, 송신원 개수는 92개, 총 수신기의 개수는 463개를 사용하였다. 송신원으로는 최대주파수가 10Hz인 1차 미분 가우스 함수를 수직방향 변위로 가정하여 사용하였다. 역산을 위한 초기모형은 깊이에 따라 1.5 km/s에서 4.7 km/s까지 선형적으로 증가하는 모형을 사용하였다. Fig. 5는 이방성 매질을 고려한 파형역산을 300회 반복하여 얻은 각 방향 P파의 속도 모형이다. 깊은 심도에서 약간의 왜곡이 있지만, 경계면의 심도와 속도를 정확하게 추정하고 있음을 알 수 있다. Fig. 6은 심도에 따른 속도 단면을 나타낸 것인데, 기존의 파형역산이 이방성 매질을 고려한 역산과 비교했을 때 정확한 심도와 속도를 역산하지 못하는 것을 확인할 수 있다.

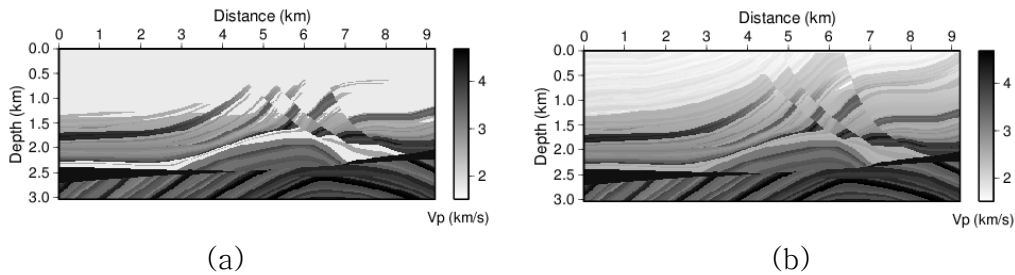


Fig. 4. A anisotropic Marmousi velocity model: (a) the horizontal P-wave velocity, (b) the vertical P-wave velocity.

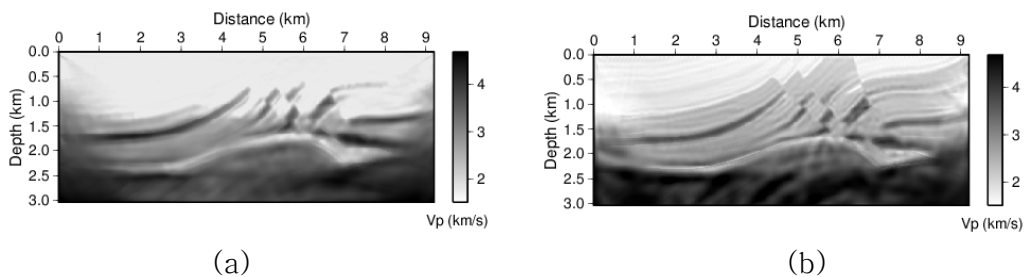


Fig. 5. The inverted velocity model obtained by the waveform inversion for anisotropic media: (a) the horizontal P-wave velocity, (b) the vertical P-wave velocity.

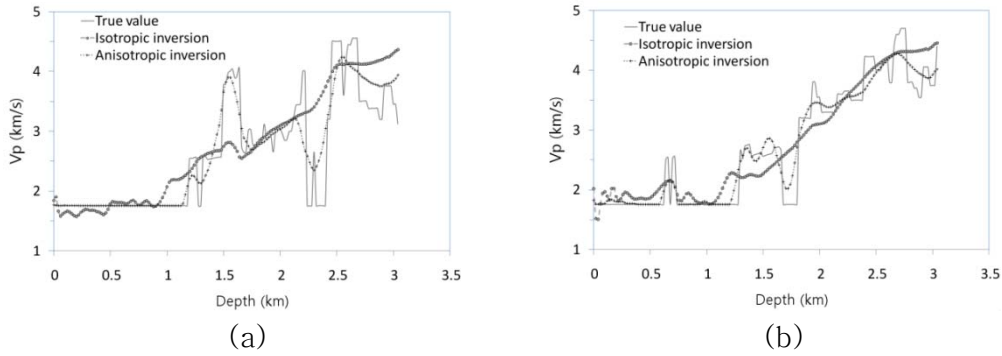


Fig. 6. Depth profiles of the true and the inverted P–wave velocity estimated by the waveform inversion for anisotropic media and the conventional waveform inversion at the distances of (a) 3 km and (b) 6 km.

5. 결론

본 연구에서는 TI 매질이 포함된 지질구조에서 정확한 속도 구조를 영상화하기 위해, 이방성 매질을 고려한 시간영역 파형역산 기법을 개발하였다. 이방성 세일-등방성 사암층으로 이루어진 2층 구조와 이방성 Marmousi 모형에 이 파형역산 기법을 적용한 결과 경계면의 심도와 속도를 정확히 역산할 수 있음을 확인하였다. 등방성 매질만을 고려한 기존의 파형역산 기법은 간단한 2층 모형에서는 속도 모형을 비교적 정확히 영상화할 수 있었으나, 이방성 Marmousi 모형과 같은 복잡한 구조에서는 속도뿐만 아니라 경계 역시 정확히 역산할 수 없었다. 따라서 탐사자료를 이용해 파형 역산을 할 경우 이방성을 고려해야만 정확한 속도 모형을 찾을 수 있을 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 한국해양연구원의 “배타적 경제수역 해양광물자원조사” 사업 PM50101, 2단계 BK21 사업과 서울대학교 신임교수 연구정착금의 지원을 받아 수행되었으며 관계기관에 감사드립니다.

참고문헌

- Alkhalifah T., 1997, An anisotropic Marmousi model, Stanford Exploration Project, Report 95,265–283
- Lailly, P., 1983, The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations, *Conference on Inverse Scattering: Theory and Application, Society for Industrial and Applied Mathematics*.
- Min, D. -J., Shin, C., and Yoo, H. S., 2004, “Free-surface boundary condition in finite-difference elastic wave modeling”, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 94, pp. 237–250.
- Shin, C., Jang, S. and Min, D. -J., 2001, Improved amplitude preservation for prestack depth migration by inverse scattering theory, *Geophys. Prospect.*, 49, 592–606
- Tarantola, A., 1984, Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation, *Geophysics*, 49, 1259–1266
- Thomsen, L., 1986, Weak elastic anisotropy, *Geophysics*, 51, 1954–1966.
- Tsingas, C., Vafidis, A. and Kanasewich, E. R., 1990, Elastic wave propagation in transversely isotropic media using finite differences, *Geophysical Prospecting*, 38, 933–949.