공급능력 및 재고의 통합적 설계에 관한 연구
(An Integrated Design Problem of A Supply Chain)

김 성 철*

Abstract

Consider a supply chain where products are produced at a manufacturing system, shipped to a distribution center, and then supplied to customers. The distribution center controls inventory based on a base-stock policy, and whenever a unit of product is demanded by a customer, an order is released to the production system. Unsatisfied demand is backordered, and the inventory and backordered units are a function of the base-stock level. The manufacturing system is modeled as an M/M/s/c queueing system, and orders exceeding the limited buffer capacity are blocked and lost. The throughput of the manufacturing system and the steady state distribution of the outstanding orders are functions of number of servers and buffers of the manufacturing system. There is a profit obtained from throughput and costs due to servers and buffers of the manufacturing system, and also costs due to inventory positions of the distribution center, and we want to maximize the total production profit minus the total cost of the supply chain by simultaneously determining the optimal number of servers and buffers of the manufacturing system and the optimal base-stock level of the distribution center. We develope two algorithms, one analytical but without guarantee of the optimal solution and one optimal but without complete analytical proofs. The problem integrates strategic problem of the manufacturing system with tactical problem of the distribution center in a supply chain.

---

* 덕성여자대학교 경영학과 교수

1. 서론

공급체인관리(Supply chain management)에 대한 문제는 중요한 연구 및 교육의 주제가 되어 많은 관심의 대상이 되어 왔다. 더욱이 정보기술의 급속한 발달은 시공간의 장벽을 제거하여 시장을 통한 거래비용을 현저히 감소시켰고 국가 간에도 시장의 구분을 제거 기업 환경의 변화를 선도하고 있다. 이러한 글로벌 기업 환경의 급속한 변화는 공급체인의 효율적 관리의 필요성을 증대시키고 공급체인에 있어서도 글로벌 경쟁우위의 중요성을 더욱 부각시키고 있다.

공급체인관리는 공급체인을 구성하는 서로 다른 목적을 갖는 일련의 제조시스템, 유통센터, 도매상, 소매상, 시장 등 개개의 구성요소들이 유기적으로 조정되고 통합되어 공급체인 전체로서의 효율성을 증대시키는데 그 목적이 있다. 그러므로 여러 구성요소들로 이루어진 공급체인을 효율적으로 설계하고 관리하기 위해서는 공급체인의 모든 구성요소가 함께 고려되어 구성요소들이 전체로서 통합되는 시스템적 접근이 필수적이다.

이러한 목적을 위하여 본 논문에서는 상위단계는 제조시스템, 중간단계는 유통센터, 그리고 하위단계는 시장의 세 단계로 구성된 공급체인을 대상으로 제조시스템에서는 제품을 적절한 시기에 필요한 양만큼 생산하여 유통센터에 공급하고 유통센터는 고객이 요구하는 수요를 적절히 만족시킬 수 있는 재고정책을 수행하도록 공급체인을 통합적으로 설계하는 문제를 다루고자 한다. 그러므로 주어진 문제는 공급체인에서의 공급과 수요를 일치시킴으로서 공급체인 전체로서 이익을 최대화하도록 제조시스템의 제조능력과 유통센터의 재고정책을 동시에 설계하는 문제이다. Johnson과 Whang(2002)은 이러한 세 단계 공급체인을 e-procurement와 e-commerce를 통합하는 e-collaboration의 좋은 예로서 제시하고 있다.

주어진 최적화 문제를 부연 설명하면 제조시스템에서는 제조능력을 확보하기 위하여 비용(cost)이 소요되며 또한 확보된 제조능력의 함수로서 산출되는 생산율(throughput)이 존재하여 이에 따른 수익(revenue)이 발생하며 유통센터는 시장의 수요에 부응하기 위하여 제품을 재고로 유지하며 이와 관련하여 재고유지비용(inventory holding cost)과 추후납품비용(backlogging cost)이 발생한다. 그러므로 본 논문에서 고려하는 문제는 수익과 비용을 통합적으로 고려하여 이익(profit)이 최대로 되도록 공급체인을 설계하는 것이다. 그러므로 전략적(strategic) 의사결정 문제인 제조시스템의 제조능력과 전술적(tactical) 의사결정 문제인 유통센터의 재고정책을 동시에 설계하여 공급체인관리에 있어서 가장 중요한 문제 중의 하나인 전략적 문제와 전술적 문제의 통합적 최적화(optimization)를 추구하고자 한다.

공급체인에 관한 문제는 다양하게 연구되어 왔다. 특히 본 논문에서와 같이 시장, 유통센터(창고), 제조시스템의 세 단계로 구성된 공급체인에 있어서 시스템의 설계와 이에 따른 수행도(performance measure)와의 관계에 대한 많은 연구들이 수행되었다. 그들 중 특히 Zheng과 Zipkin(1990)은 시장이 서로 다른 두 종류의 수요로 구성되고 유통센터는 기초재고정책(base stock policy)을 적용하는 경우 제조시스템에서의 서비스 규칙(service discipline)이 FCFS(first-come-first -served)인 경우와 LQ(longest queue)인 경우의 수행도를 비교하였다. Iyer와 Jain(2004)도 시장이 두 종류의 수요로 구성되고 유통센터가 기초재고정책을 적용하는 경우 제조시스템의 제조능력을 수요에 대응하여 둘로 분산하는 경우와 하나로 통합(pooled)하는 경우에 있어서 수요의 변이성(variability)과 수행도와의 관계를 제시하였다. Rubio와 Wein((1996)은 제조시스템이 승법형(product-form) 해를 갖는 개방대기네트워크(open queueing network)로 모형화될 때 유통센터의 최적 기초재고수준에 대하여 제시하였다. 본 논문은 이들의 연장선상에서 유통센터의 기초재고수준과 제조시스템의 제조능력의 최적화를 동시에 추구하고자 한다.

제2장에서는 본 논문에서 다루고자하는 최적화 문제를 정식화한다. 제조시스템의 제조능력은 서버(server)의 수와 대기용량(buffer capacity)으로 표현되어 대기시스템(queueing system)으로 모형화되고 유통센터에는 기초재고정책이 적용되어 이들을 설계모수(design parameter)로 하는 최적화 문제가 제시된다. 제3장에서는 제2장에서 제시된 목적함수의 최적해를 구하는 절차를 용이하게 하는데 필수적인 목적함수의 일계특성과 이계특성을 도출한다. 제4장에서는 주어진 최적화 문제의 최적해를 구하는 절차를 수립한다. 제5장에서는 수치적 예를 제시하고 제6장에서는 결어로서 마감한다.

2. 모형화

고려되는 공급체인은 시장, 유통센터, 제조시스템 세 단계로 구성된다. 시장에서의 수요는 기대치 λ인 포아송(poisson) 분포에 의한다. 제조시스템은 $M/M/s/c$ 대기시스템으로 모형화되며 여기에서 s는 서버의 수, $c(s \le c)$는 대기용량이 된다. 제조시스템에서 각 서버의 서비스 시간은 서비스율(service rate)이 μ인 지수분포(exponential distribution)를 가진다. $b = c - s$라 하면 b는 서버를 제외한 여분의 대기용량을 의미하며 앞으로 c와 b는 의미에 동등한 의미로 구분 없이 사용된다.

유통센터의 재고정책은 기초재고정책에 의하며 S를 기초재고수준이라 하면 $(S-1, S)$재고정책으로 표현될 수 있다. 이는 시장으로부터 수요가 발생하면 재고에서 수요를 충족시키고 동시에 제조시스템에 주문을 하여 재고량과 주문량의 합은

항상 일정하게 유지된다. 수요(주문)량이 기초재고수준 S를 초과하는 경우에는 유통센터의 재고량은 0이 되어 재고부족현상이 발생하고 재고부족으로 만족되지 못한 수요는 추후납품(back ordered)된다. 만약 제조시스템의 대기용량 c를 초과하여 수요(주문)가 발생하는 경우에는 유통센터는 이를 받아들이지 못하고 수요는 사라지게 된다(blocked and lost). 그러므로 x를 제조시스템에 주문된 양(outstanding orders)이라고 한다면 $x \le S$인 경우에 유통센터의 재고수준은 $S-x$가 되고 $x > S$인 경우에는 재고수준은 0이고 추후납품량은 $x-S$가 되며 재조시스템의 대기용량 c를 초과하는 주문량은 봉쇄되어(blocked) 만족되지 못하고 사라짐을 알 수 있다. 결과적으로 기초재고수준 S는 대기용량 c보다 적어야 함을 알 수 있다($S \le c$). Clark과 Scarf(1960), Sobel(1969), 그리고 Chen과 Zheng(1994) 등은 좀 더 일반적인 조건하에서 기초재고정책이 최적임을 보였으며 본 논문에서 기초재고정책의 적용은 적절하다고 할 수 있다.

이제 제조시스템과 관련하여 $\rho = \lambda / \mu$라고 정의하면 ρ는 제조시스템에 제공된 부하(offered load)로서 부여된 일의 양을 의미한다. $p_{s,c}(x)$, $x = 0, \cdots, c$,를 주어진 부하 ρ에 대하여 서버배분 s와 대기용량배분 c가 주어졌을 때 대기시스템의 상태확률(state probability)이라 정의하면 상태확률 $p_{s,c}(x)$, $x = 0, \cdots, c$,는 다음과 같이 정의된다.

$$p_{s,c}(x) = \begin{cases} \dfrac{\rho^x / x!}{\sum_{k=0}^{s} \rho^k / k! + (\rho^s / s!) \sum_{\ell=1}^{b} (\rho / s)^\ell}, & x \le s, \\[2ex] \dfrac{\rho^x / (s! s^{x-s})}{\sum_{k=0}^{s} \rho^k / k! + (\rho^s / s!) \sum_{\ell=1}^{b} (\rho / s)^\ell}, & s < x \le c. \end{cases} \tag{2.1}$$

상태확률 $p_{s,c}(c)$는 일반화된(generalized) Erlang loss함수로 불리며 봉쇄확률(blocking probability)을 의미한다.

이제 제조시스템의 서버배분이 s이고 대기용량배분이 c일 때 이의 함수로서 표시되는 제조시스템의 생산율은 $\lambda(1 - p_{s,c}(c))$로 정의되며 생산률에 대한 수익함수를 $f(\lambda(1 - p_{s,c}(c)))$라고 수익함수 $f(\lambda(1 - p_{s,c}(c)))$는 생산율에 대하여 증가하는(increasing) 오목(concave)함수라고 하자. 또한 서버 확보 s와 관련된 비용함수를 $h(s)$, 대기용량 c의 확보에 요구되는 비용함수를 $g(c)$라 하고 비용함수 $h(s)$와 $g(c)$가 서버배분 s와 대기능력배분 c에 대하여 각각 증가하는 볼록(convex)함수라

고 하자. 여기에서 서버와 대기용량의 확보와 관련되는 비용은 제조시스템의 생산율과 일치하도록 단위기간 당 비용으로 치환된 금액을 의미한다. 유통센터에서는 단위제품의 단위기간 재고유지비용을 h, 그리고 단위수요를 단위기간 만족시키지 못한 추후납품비용을 π라고 정의한다.

의사결정변수로서 설계모수인 제조시스템의 서버의 수 s, 대기용량 c, 그리고 유통센터의 기초재고순준 S에 대하여 정의되는 이익을 $\Phi(s,c,S)$라고 정의하면 $\Phi(s,c,S)$를 최대화시키는 최적화 문제는 다음과 같이 비선형(nonlinear)의 정수계획문제(integer programming)로 정식화될 수 있다.

$$\begin{aligned} Max.\ \Phi(s,c,S)_{\substack{1 \le c \\ 1 \le s \le c \\ 1 \le S \le c}} &= f(\lambda(1-p_{s,c}(c))) - h(s) - g(c) \\ &- \{h\sum_{x=0}^{S}(S-x)p_{s,c}(x) + \pi\sum_{x=S+1}^{c}(x-S)p_{s,c}(x)\}. \qquad (2.2) \end{aligned}$$

식(2.2)의 첫 줄의 식은 서버 및 대기용량의 배분으로 산정되는 수익함수와 서버 및 대기용량의 배분에 따르는 비용함수의 차에 의하여 산정되는 이익함수를 정식화한 것이다. 식(2.2)의 둘째 줄의 식은 제조시스템의 서버의 수가 s, 대기용량이 c인 경우 유통센터의 기초재고수준 S의 함수로서 유통센터의 총 재고관련 비용을 모형화한 것으로 재고유지비용과 추후납품비용의 합으로 표시된다.

수익함수 $f(\lambda(1-p_{s,c}(c)))$가 생산율 $\lambda(1-p_{s,c}(c))$에 대하여 증가하는 오목함수이고 비용함수 $h(s)$와 $g(c)$가 각각 서버의 수 s과 대기용량 c에 대하여 증가하는 볼록함수이므로 만약 서버배분이나 대기용량에 대하여 생산율 $\lambda(1-p_{s,c}(c))$가 증가하는 오목함수이고 유통센터의 비용함수가 증가하는 볼록함수이면 제조시스템의 설계와 관련하여 주어진 최적화 문제는 한계분석법(marginal analysis) (Fox 1968)에 의하여 쉽게 해결될 수 있다. 또한 유통센터에 있어서도 비용함수와 관련하여 이러한 특성들은 문제의 해결을 쉽게 할 것이다. 그러므로 주어진 최적화 문제의 핵심은 수익함수와 비용함수의 일계특성 및 이계특성을 도출하는 일이라 할 수 있다.

3. 수행도의 특성들

최적화 문제에 있어서 가장 중요하게 고려되어야 하는 내용은 언급된 바와 같이 주어진 설계모수(design parameter)에 대하여 목적함수의 특성을 도출하는 일이라 할 수 있다. 특히 일계 모멘트(the first moment)와 이계 모멘트(the second moment)로 대표되는 특성들은 해의 공간을 현저히 감소시키고 최적화의 과정을 용이하게 하여 매우 유용한 결과를 제시한다. 본 논문과 관계하여 다음의 일계특성과 이계 특성을 제시한다.

비음 정수 ℓ, m, $n(\ell \le m \le n)$에 대하여 이산적(discrete) 함수 $\phi(\cdot) : R \to R$, 그리고 $\phi(0)=0$에 대하여 다음의 정의가 성립한다. 주어진 함수의 특성은 엄격하지 않은(nonstrict) 의미로 정의된다. 관련된 증명은 생략한다.

감소성(증가성) : $\phi(n+1)-\phi(n) \ \le (\ge) \ 0,$ (3.1)

볼록성(오목성) : $\phi(n+2)-\phi(n+1) \ \ge (\le) \ \phi(n+1)-\phi(n),$ (3.2)

또는 $(n-m)\{\phi(m)-\phi(\ell)\} \ \ge (\le) \ (m-\ell)\{\phi(n)-\phi(m)\},$ (3.3)

superlinearity(sublinearity) : $n\phi(n+1) \ \ge (\le) \ (n+1)\phi(n),$ (3.4)

또는 $\phi(n)-\phi(m) \ \ge (\le) \ \dfrac{n-m}{m}\phi(m).$ (3.5)

주어진 최적화 문제의 수행도의 설계모수에 대한 일계특성과 이계특성을 도출하는데 요구되는 다음을 정리한다($b=c-s$).

$$\frac{\rho^s}{s!}\sum_{\ell=1}^{b}\left(\frac{\rho}{s}\right)^{\ell} = \frac{\rho^{s+1}(s^b-\rho^b)}{s!s^b(s-\rho)}, \tag{3.6}$$

$$\frac{\rho^{s+1}}{(s+1)!}+\frac{\rho^{s+1}}{(s+1)!}\sum_{\ell=1}^{b-1}\left(\frac{\rho}{s+1}\right)^{\ell} = \frac{\rho^{s+1}\{(s+1)^b-\rho^b\}}{(s+1)!(s+1)^{b-1}(s+1-\rho)}, \tag{3.7}$$

$$\frac{\rho^{s+1}}{(s+1)!}+\frac{\rho^{s+2}}{(s+2)!}+\frac{\rho^{s+2}}{(s+2)!}\sum_{\ell=1}^{b-2}\left(\frac{\rho}{s+2}\right)^{\ell}=\frac{\rho^{s+1}\{(s+2)^b-\rho^b\}}{(s+2)!(s+2)^{b-2}(s+2-\rho)}. \tag{3.8}$$

이제 주어진 최적화 문제를 접근하는데 요구되는 결과들을 정리한다. 먼저 서버의 수 s가 일정할 때 봉쇄확률 $p_{s,c}(c)$는 대기용량 $c(c \ge s)$에 대하여 감소함수임은 다음에 의한다.

$$\begin{aligned} p_{s,c}(c)-p_{s,c+1}(c+1) &= \frac{\rho^s}{s!}\left(\frac{\rho}{s}\right)^b\left\{\sum_{\ell=0}^{s}\frac{\rho^\ell}{\ell!}+\frac{\rho^{s+1}(s^{b+1}-\rho^{b+1})}{s!s^{b+1}(s-\rho)}\right\} \\ &-\frac{\rho^s}{s!}\left(\frac{\rho}{s}\right)^{b+1}\left\{\sum_{\ell=0}^{s}\frac{\rho^\ell}{\ell!}+\frac{\rho^{b+1}(s^b-\rho^b)}{s!s^b(s-\rho)}\right\} = \frac{\rho^{s+1}}{s!s^b}\left(1-\frac{\rho}{s}\right)\left(\sum_{\ell=0}^{s}\frac{\rho^\ell}{\ell!}\right)+\frac{\rho^{s+c+1}}{(s!)^2s^{b+1}} \\ &\ge 0. \end{aligned} \tag{3.9}$$

서버의 수 s가 일정할 때 봉쇄확률 $p_{s,c}(c)$는 대기용량 $c(c \geq s)$에 대하여 볼록함수임은 다음에 의한다.

$$\begin{aligned}&\{p_{s,c}(c)-p_{s,c+1}(c+1)\} - \{p_{s,c+1}(c+1)-p_{s,c+2}(c+2)\}\\&= \frac{\rho^c}{s!s^b}\{\sum_{\ell=0}^{s}\frac{\rho^\ell}{\ell!}(1-\frac{\rho}{s})+\frac{\rho^{s+1}}{s!s}\}\{\sum_{\ell=0}^{s}\frac{\rho^\ell}{\ell!}(1-\frac{\rho}{s})+\frac{\rho^{s+1}}{s!s^{b+2}}(s^{b+1}+\rho^{b+1})\}\\&\geq 0.\end{aligned} \tag{3.10}$$

대기용량 c가 주어져 있을 때 봉쇄확률 $p_{s,c}(c)$는 서버배분 s, $s=1, \cdots, c$,에 대하여 감소함수임은 다음에 의한다.

$$p_{s,c}(c) - p_{s+1,c}(c) \geq 0. \tag{3.11}$$

식(3.11)은 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$\begin{aligned}&\frac{\rho^c}{s!}\{(\frac{1}{s})^b-(\frac{1}{s+1})^b\}\sum_{k=0}^{s}\frac{\rho^k}{k!}\\&\quad+\frac{1}{s!(s+1)!s^b(s+1)^{b-1}}\sum_{k=0}^{b-1}\rho^k\{(s+1)^{b-1-k}-s^{b-1-k}\} \geq 0.\end{aligned} \tag{3.12}$$

또한 총 대기용량 c가 일정한 경우 봉쇄확률 $p_{s,c}(c)$는 서버배분 s에 대하여 볼록함수임은 다음의 부등식에 의한다.

$$p_{s,c}(c)-p_{s+1,c}(c) \geq p_{s+1,c}(c)-p_{s+2,c}(c). \tag{3.13}$$

이는 얼마간의 수치적 전개 후에 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$\begin{aligned}&\{\frac{\rho^c[(s+1)^b-s^b)]}{(s+1)!s^b(s+1)^{b-1}}\sum_{k=0}^{s}\frac{\rho^k}{k!}+\frac{\rho^c}{s!(s+1)!s^b(s+1)^{b-1}}\sum_{k=s+1}^{c}[(s+1)^{c-k}\\&\qquad-s^{c-k}]\rho^k\}\{\sum_{\ell=0}^{s}\frac{\rho^\ell}{\ell!}+\frac{\rho^{s+1}[(s+2)^b-\rho^b]}{(s+2)!(s+2)^{b-2}(s+2-\rho)}\}\\&-\{\frac{\rho^c[(s+2)^{b-1}-(s+1)^{b-1}]}{(s+2)!(s+1)^{b-1}(s+2)^{b-2}}\sum_{k=0}^{s}\frac{\rho^k}{k!}+\frac{\rho^c}{(s+1)!(s+2)!(s+1)^{b-1}(s+2)^{b-2}}\\&\times\sum_{k=s+1}^{c}[(s+2)^{c-k}-(s+1)^{c-k}]\rho^k\}\{\sum_{\ell=0}^{s}\frac{\rho^\ell}{\ell!}+\frac{\rho^{s+1}[s^b-\rho^b]}{s!s^b(s-\rho)}\} \geq 0.\end{aligned} \tag{3.14}$$

식(3.14)를 k가 $0, \cdots, s$인 경우와 $s+1, \cdots, c$인 경우로 구분한다. 먼저 $k = 0, \cdots, c$인 경우에는 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}
&\Big(\sum_{\ell=0}^{s}\frac{\rho^{\ell}}{\ell!}\Big)^2\frac{\rho^{c}}{(s+2)!s^b(s+1)^{b-1}(s+2)^{b-2}} \\
&\qquad\times\ \{(s+2)^{b-1}[(s+1)^b-s^b]-s^b[(s+2)^{b-1}-(s+1)^{b-1}]\} \\
&\quad+\ \Big(\sum_{\ell=0}^{s}\frac{\rho^{\ell}}{\ell!}\Big)\rho^{s+c+1}\Big\{\frac{[(s+1)^b-s^b][(s+2)^b-\rho^b]}{(s+1)!(s+2)!s^b(s+1)^{b-1}(s+2)^{b-2}(s+2-\rho)} \\
&\qquad\qquad-\ \frac{[(s+2)^{b-1}-(s+1)^{b-1}][s^b-\rho^b]}{s!(s+2)!s^b(s+1)^{b-1}(s+2)^{b-2}(s-\rho)}\Big\}\ \geq\ 0. \qquad (3.15)
\end{aligned}$$

여기에서

$$\begin{aligned}
&(s+2)^{b-1}\{(s+1)^b-s^b\}\ -\ s^b\{(s+2)^{b-1}-(s+1)^{b-1}\} \\
&\geq\ (s+2)^b\{(s+1)^b-s^b\}\ -\ s^b\{(s+2)^b-(s+1)^b\}\ \geq\ 0, \qquad (3.16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&(s-\rho)\{(s+1)^b-s^b\}\{(s+2)^b-\rho^b\} \\
&\qquad-\ (s+2-\rho)(s+1)\{(s+2)^{b-1}-(s+1)^{b-1}\}(s^b-\rho^b) \\
&\geq\ \{(s+1)^b-s^b\}\{(s+2)^b-\rho^b\}-\{(s+2)^b-(s+1)^b\}\{s^b-\rho^b\}\ \geq\ 0. \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (3.17)
\end{aligned}$$

이제 $k = s+1, \cdots, c$인 부분을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
&\frac{\rho^{c}}{(s+1)!(s+2)!s^b(s+1)^{b-1}(s+2)^{b-2}}\Big(\sum_{\ell=0}^{s}\frac{\rho^{\ell}}{\ell!}\Big) \\
&\times\sum_{k=s+1}^{c}\rho^{k}\{(s+1)(s+2)^{b-1}[(s+1)^{c-k}-s^{c-k}]-s^b[(s+2)^{c-k}-(s+1)^{c-k}]\} \\
&+\ \frac{\rho^{s+c+1}}{s!(s+1)!(s+2)!s^b(s+1)^{b-1}(s+2)^{b-2}}\Big(\sum_{k=s+1}^{c}\rho^{k}\Big) \\
&\times\Big\{\frac{[(s+1)^{c-k}-s^{c-k}][(s+2)^b-\rho^b]}{s+2-\rho}-\frac{[(s+2)^{c-k}-(s+1)^{c-k}][s^b-\rho^b]}{s-\rho}\Big\} \\
&\geq\ 0. \qquad (3.18)
\end{aligned}$$

식(3.18)의 첫 번째 항(term)은 다음의 관계식에 의하여 성립한다.

$$
\begin{aligned}
&(s+1)(s+2)^{b-1}[(s+1)^{c-k}-s^{c-k}] - s^b[(s+2)^{c-k}-(s+1)^{c-k}] \geq \\
&(s+2)^{b-1}[(s+1)^{c-k}-s^{c-k}] - s^b[(s+2)^{c-1-k}-(s+1)^{c-1-k}] \geq 0. \quad (3.19)
\end{aligned}
$$

식(3.18)의 두 번째 항은 b가 짝수인 경우 다음과 같이 전개되어 마찬가지로 성립한다. b가 홀수인 경우도 유사하게 보여 질 수 있다.

$$
\begin{aligned}
&\frac{\rho^{s+c+1}}{s!(s+1)!(s+2)!s^b(s+1)^{b-1}(s+2)^{b-2}}\left(\sum_{k=s+1}^{c-1}\rho^k\right)\left\{\sum_{\ell=0}^{b/2-1}\rho^\ell\sum_{n=0}^{c-1-k}[(s+2)^{b-1-\ell}\right. \\
&\times(s+1)^{b-2-n}s^n-(s+2)^{b-2-n}(s+1)^n s^{b-1-\ell}] - \sum_{\ell=0}^{b/2-1}\rho^{b-1-\ell} \\
&\left.\times\sum_{n=0}^{c-1-k}[(s+2)^{b-2-n}(s+1)^n s^\ell-(s+2)^\ell(s+1)^{b-2-n}s^n]\right\} \geq 0. \quad (3.20)
\end{aligned}
$$

지금까지의 결과로부터 대기용량 c가 일정할 때 봉쇄확률은 서버배분에 대하여 감소하는 볼록함수임을 알 수 있고 그 결과로 제조시스템의 생산율은 서버배분에 대하여 증가하는 오목함수임을 알 수 있다.

마지막으로 제2장에서 제시된 목적함수 $\Phi(s,c,S)$ 또는 식(2.2)는 기초재고수준 S에 대하여 볼록함수임은 다음과 같이 매우 간단하게 보여질 수 있다.

$$
\begin{aligned}
&\{\Phi(s,c,S+1)-\Phi(s,c,S)\} - \{\Phi(s,c,S)-\Phi(s,c,S-1)\} \\
&= (h+\pi)p_{s,c}(S) \geq 0. \quad (3.21)
\end{aligned}
$$

M/M/s/s+b 대기시스템의 일반화된 Erlang loss 함수의 서버의 수에 대한 볼록성을 Chang, et al.(1991)은 추계적 비교에 의하여 Pacheco(1992)는 대수적으로 증명하였다. 또한 Pacheco(1994)는 일반화된 Erlang loss 함수의 대기용량에 대한 볼록성을 증명하였다. Pacheco(1992, 1994)의 증명은 일반화된 Erlang loss 함수를 연속적인 함수로 보고 이에 따른 결과를 제시하였으며 본 논문에서는 Erlang loss 함수의 설계모수가 실제에 있어서는 이산적임을 고려하여 이산적 함수로서의 결과를 제시하였다.

4. 최적화

본 장에서는 주어진 공급체인의 통합적 설계와 관련하여 이의 최적화 과정을 다루기로 한다. 이는 제조시스템에서는 서버와 대기용량의 배분의 함수로 산정되는 수

익과 비용이 존재하고 유통센터에서는 제조시스템에서의 서버와 대기용량의 배분과 기초재고수준에 의하여 결정되는 재고관련비용이 존재하여 공급체인 전체로서의 수익과 비용의 차로 표시되는 이익을 최대화하는 문제이다. 주어진 최적화 문제와 관련하여 제조시스템의 생산율 함수 $\psi(s,c)$와 유통센터의 재고관련 비용함수 $\theta(s,c,S)$를 정의한다.

$$\psi(s,c) = \lambda(1-p_{s,c}(c)), \tag{4.1}$$

$$\theta(s,c,S) = h\sum_{x=0}^{S}(S-x)p_{s,c}(x) + \sum_{x=S+1}^{c}(x-S)p_{s,c}(x). \tag{4.2}$$

주어진 최적화 문제와 관련하여 봉쇄확률 $p_{s,c}(c)$는 서버배분 $s(1 \le s \le c)$와 대기용량배분 $c(c \ge 1)$에 대하여 감소하는 볼록함수이므로 생산율 $\psi(s,c)$는 서버배분 s와 대기용량배분 c 각각에 대하여 증가하는 오목함수이고 생산율에 대한 수익함수 $f(\psi(s,c))$가 생산율 $\psi(s,c)$에 대하여 증가하는 오목함수이므로 이의 합성함수 $f(\psi(s,c))$는 서버배분 s와 대기용량배분 c 각각에 대하여 증가하는 오목함수가 된다. 이제 서버배분 s에 대한 비용함수 $h(s)$와 대기용량배분 c에 따른 비용함수 $g(c)$가 각각 증가하는 볼록함수이므로 만약 유통센터의 비용함수 $\theta(s,c,S)$가 서버배분 s와 대기용량배분 c에 대하여 각각 증가하는 볼록함수이면 이익함수 $\Phi(s,c,S)$는 서버배분 s와 대기용량배분 c에 대하여 각각 오목함수가 되어 주어진 최적화 문제는 한계분석법을 이용하여 매우 용이하게 해결될 수 있다. 그러나 상태확률 $p_{s,c}(x)$, $x=0, \cdots ,c$,와 비용함수 $\theta(s,c,S)$는 서버배분 s나 대기용량배분 c에 대하여 일반적으로 일정한 특성을 갖지 못한다. 그러므로 주어진 최적화 문제를 한계분석법으로 해결하기에는 문제가 있다. 그러므로 본 논문에서는 주어진 문제를 최적화하기 위해서 두 가지 접근방법을 제시하기로 한다.

4.1. 계층적 접근

첫 번째 접근방법은 계층적(hierarchical) 접근방법으로 상위단계를 제조시스템 하위단계를 유통센터로 보는 방법이다. 이는 공급체인문제에 일반적으로 적용되는 방법(Rubio와 Wein 1996)으로 수익과 대부분의 비용의 근원이 되는 제조시스템을 먼저 설계하고 이에 기준하여 유통센터를 설계하는 접근방법이다. 본 문제와 관련하여 이는 이론적인 접근방법이나 최적 해를 보장하지 못한다는 단점을 수반한다.

주어진 접근방법은 다음의 두 단계로 모형화될 수 있다. 첫 단계에서는 제조시스템의 서버배분 s와 대기용량배분 c를 결정한다. 즉,

$$Max._{\substack{1 \le c \\ 1 \le s \le c}} f(\psi(s,c)) - h(s) - g(c). \tag{4.3}$$

두 번째 단계에서는 식(4.3)에서 얻어진 최적 대기용량배분 c^*와 이에 대한 최적 서버배분 s_{c^*}에서의 유통센터의 최적 기초재고수준 $S_{s_{c^*},c^*}$를 결정한다. 즉,

$$Min._{1 \le S \le c}\ \theta(s_{c^*}, c^*, S). \tag{4.4}$$

먼저 식(4.3)으로 정의되는 제조시스템을 설계하기 위해서 다음을 정의한다.

$$\phi(s_c, c) = Max._{1 \le s \le c} f(\psi(s,c)) - h(s), \tag{4.5}$$

즉 s_c는 대기용량 c가 주어졌을 때 최적 서버배분을 의미하며 대기용량 c가 일정하므로 이익함수 $\phi(s,c)=f(\psi(s,c))-h(s)$는 설계모수 서버배분 s에 대하여 오목함수고 최적 서버배분 s_c는 한계분석법으로 쉽게 산정될 수 있다. 이는 서버의 수 s를 하나씩 순차적으로 증가시키며 최대점을 도출하는 방법으로 $\nabla(s)= \phi(s+1,c)-\phi(s,c)$, $1 \le s \le c-1$,라고 정의하면 처음으로 $\nabla(s) \le 0$이 되는 s가 최적해(s_c)가 된다. 이는 의사결정변수 s를 한 단위씩 증가시키며 이익함수 $\phi(s,c)$가 처음으로 감소되는 s에서 알고리즘을 종료함을 말한다.

그러므로 식(4.3)의 서버와 대기용량을 동시에 배분하는 원 문제는 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$Max._{1 \le c}\ \phi(s_c, c) - g(c). \tag{4.6}$$

만약 생산율 함수 $\psi(s,c)$가 서버배분 s와 대기용량배분 c에 대하여 공동으로 (jointly) 증가하는 오목함수이면 주어진 최적화 문제는 한계분석법으로 매우 용이하게 해결될 수 있다. 즉 최초로 $\nabla(c)=\{\phi(s_{c+1}, c+1)+g(c+1)\}-\{\phi(s_c, c) + g(c)\} \le 0$이 되는 c에서 알고리즘을 끝내며 최적해 (s_{c^*}, c^*)를 구할 수 있다. 그러나 생산율 함수 $\psi(s,c)$가 서버배분 s와 기초재고수준 S의 각각에 대하여는 증가하는 오목함수임을 증명되었으나 공동으로 증가하는 오목함수임은 증명하지 못하고 있다. 그러므로 전술된 한계분석법을 적용하여 최적해를 구하기 곤란하다. 그럼에도 불구하고 주어진 문제는 생산율 함수 $\psi(s,c)$가 서버배분 s와 대기용량배분 c 각각에 대하여 증가하는 오목성을 만족시키므로 Shanthikumar와 Yao(1987)에서와

같이 효율적으로 해결될 수 있다.

이를 좀 더 명확히 제시하면 식(4.6)으로 정의되는 서버배분과 대기용량배분에 관한 최적화 문제에 있어서 최적 대기용량 c^*를 산정할 수 있는 절차는 다음과 같다.

$$\{\phi(s_{c^*}, c^*) - g(c^*)\} = Max._{1 \le c \le c_L} \{\phi(s_c, c) - g(c)\}. \tag{4.7}$$

여기에서 c_L은 대기용량배분에 고려되는 한계치로서 다음의 관계식을 만족시키는 가장 작은 정수 c이다.

$$\frac{\phi(s_c, c)}{c} \le g(c) - g(c-1). \tag{4.8}$$

주어진 결과는 다음에 의한다. $c \le c_L$의 경우에는 정의에 의하여 최적해가 보장된다. 이제 $c > c_L$의 경우를 보면 다음의 일련의 부등식이 유도된다.

$$\phi(s_c, c) - \phi(s_{c_L}, c_L) \le \phi(s_c, c) - \phi(s_c, c_L) \le (c - c_L)\frac{\phi(s_c, c_L)}{c_L}$$
$$\le (c - c_L)\frac{\phi(s_{c_L}, c_L)}{c_L} \le (c - c_L)\{g(c_L) - g(c_L - 1)\} \le g(c) - g(c_L). \tag{4.9}$$

그러므로 $c > c_L$에 대하여 다음이 성립하고 위의 절차에 의하여 유도된 해는 최적해가 보장된다.

$$\phi(s_{c_L}, c_L) - g(c_L) \ge \phi(s_c, c) - g(c). \tag{4.10}$$

위의 과정에서 첫 번째와 세 번째 부등식은 식(4.5)의 정의에 의하며 두 번째 부등식은 $\phi(s, c)$가 c에 대한 오목성에 의하며 오목성은 sublinearity를 만족시키므로 식(3.5)가 적용되었고 네 번째 부등식은 식(4.8)의 정의에 의하며 다섯 번째 부등식은 식(3.5)에서 정의된 $g(c)$의 볼록성에 의한다. 또한 $\phi(s_c, c)$가 대기용량배분 c에 대하여 오목성을 만족시킴을 증명하지 못하였으나 위의 첫 번째 항과 네 번째 항의 관계로부터 sublinearity를 만족시킴을 알 수 있다. 주어진 최적화 알고리즘은 한계분석법과 비교하여 얼마간의 복잡성을 추가함에도 불구하고 매우 편리하게 적용될 수 있음을 알 수 있다.

이제 제조시스템의 최적 대기용량배분 c^*와 서버배분 s_{c^*}가 주어졌을 때 식(4.4)로 정의되는 유통센터의 최적 기초재고수준 $S_{s_{c^*},c^*}$를 구하는 문제를 보자. 즉,

$$\theta(s_{c^*}, c^*, S_{s_c^*, c^*}) = Min._{1 \le S \le c}\ \theta(s_{c^*}, c^*, S). \tag{4.11}$$

$\theta(s_{c^*}, c^*, S)$가 기초재고수준 S에 대하여 볼록함수이므로 한계분석법을 적용하여 쉽게 최적해를 구할 수 있다. 그러므로 $\nabla(S) = \theta(s_{c^*}, c^*, S+1) - \theta(s_{c^*}, c^*, S) = hP_{s_{c^*},c^*}(S) - \pi(1 - P_{s_{c^*},c^*}(S))$가 되며 최적 기초재고수준 $S_{s_{c^*},c^*}$는 처음으로 $\nabla(S) \le 0$을 만족시키는 S, 즉 다음을 만족시키는 가장 작은 S로 산정 가능하다.

$$\frac{\pi}{h+\pi} \le P_{s_{c^*},c^*}(S). \tag{4.12}$$

여기에서 $P_{s,c}(S)$는 대기시스템의 상태가 S이하일 확률 즉 상태확률 $p_{s,c}(x)$의 $x=0$에서 S까지 누적확률(cumulative distribution)을 의미한다. 유통센터의 재고관련 비용함수 $\theta(s,c,S)$는 신문팔이소년문제(news boy problem)와 동일한 문제로서 식(4.12)로 얻어지는 결과는 매우 잘 알려진 내용이다.

이제 주어진 서버배분 s와 대기용량배분 c에 대하여 $\frac{h}{h+\pi} \le \sum_{x=s+1}^{c} p_{s,c}(x)$인 경우에는 변수 S를 연속적(continuous) 변수로 보면 최적 기초재고수준 $S_{s,c}$의 근사치를 다음과 같이 고정형 형태(closed-form)의 표현으로 구할 수 있다.

$$S_{s,c} \cong ln\{(\frac{h}{h+\pi})(\frac{(s-1)!(s-\rho)}{s^s})[\sum_{k=0}^{s}\frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^{s+1}(s^{c-s} - \rho^{c-s})}{s!s^{c-s}(s-\rho)}] + (\frac{\rho}{s})^{c+1}\} / ln(\frac{\rho}{s}). \tag{4.13}$$

4.2. 통합적 접근

전 절에서와 같이 제조시스템과 유통센터를 계층적으로 접근하는 경우에는 각 계층에 있어서 최적해를 도출할 수 있다. 그러나 주어진 공급체인을 통합적으로 최적화하는 데는 지적된 바와 같이 비용함수 $\theta(s,c,S)$에 문제가 있다. 즉 서버배분 s나 대기용량배분 c에 대하여 $\theta(s,c,S)$의 비용함수 일계특성이나 이계특성을 증명할 수 없어 전 절에서와 같이 한계분석법을 적용할 수 없다. 또한 다양한 수치적 결과

에 의하면 비용함수 $\theta(s_c, c, S_{s_c,c})$는 대기용량배분 c에 대하여 증가하는 오목함수의 형태를 갖는다. 그러므로 $-\theta(s_c, c, S_{s_c,c})$는 감소하는 볼록함수가 되어 이익함수 $\Phi(s, c, S)$의 일계특성과 이계특성을 도출하는데 도움이 되지 못하며 그 결과로 한계분석법을 적용할 이론적인 근거를 제시하지 못한다. 그럼에도 불구하고 다양한 수치적 결과는 또한 이익함수 $\Phi(s_c, c, S_{s_c,c})$가 대기용량배분 c에 대하여 오목함수의 특성을 유지함을 보여주고 있으며 이는 비용함수 $\theta(s_c, c, S_{s_c,c})$가 그 크기에 있어서 상대적으로 큰 영향을 주지 못하고 있음을 의미한다. 그러므로 여기에서는 이익함수 $\Phi(s_c, c, S_{s_c,c})$의 대기용량배분 c에 대한 오목성을 가정하고 통합적 접근 방법으로 다음의 최적화 절차를 제시한다.

$$\Phi(s_{c^*}, c^*, S_{s_{c^*},c^*}) = Max._{1 \le c \le c_L} \Psi(s_c, c, S_{s_c,c}) - g(c), \tag{4.15}$$

여기에서

$$\Psi(s, c, S) = f(\psi(s,c)) - h(s) - \theta(s, c, S) \tag{4.16}$$

이며 대기용량배분의 한계치 $c_L(> c^*)$은 다음을 만족시키는 가장 작은 정수 c로서 이는 복잡성(complexity)을 높이는 대신 최적 해를 보장하고자 하는 접근방법이다.

$$\frac{\Psi(s_c, c, S_{s_c,c})}{c} \le g(c) - g(c-1). \tag{4.17}$$

주어진 알고리즘을 적용하기 위해서는 대기용량배분 c에 대한 최적 서버배분 s_c를 구해야 한다. 그러나 한계분석법을 적용할 일계특성과 이계특성이 판명되지 못하였으므로 다음과 같이 해법을 제시한다.

$$\Phi(s_c, c, S_{s_c,c}) = Max._{1 \le s \le max.(c, s_{l(c)})} \{\xi(s, c, S_{s,c}) - h(s)\}, \tag{4.18}$$

여기에서

$$\xi(s, c, S_{s,c}) = f(\psi(s,c)) - g(c) - \theta(s, c, S_{s,c}). \tag{4.19}$$

그리고 서버배분의 한계치 $s_{L(c)}(> s_c)$는 다음을 만족시키는 가장 작은 정수 s로서 평균수익이 한계지출보다 작아지면 알고리즘을 끝냄을 의미한다.

$$\frac{\xi(s_c, c, S_{s_c,c})}{s_c} \le h(s_c) - h(s_c - 1). \tag{4.20}$$

기술된 최적화의 절차들은 모든 설계모수에 대하여 공동으로 오목성을 만족시키는 경우에 적용할 수 있는 한계분석법과 비교하여 얼마간의 복잡성을 추가함에도 불구하고 최적화 절차의 한계를 제시함으로써 편리하게 적용될 수 있음을 알 수 있다. 또한 생산율의 상한이나 하한 등 여러 제약조건에 대하여도 쉽게 연장 적용될 수 있으며 그러한 경우 실행가능영역(feasible region)이 제한되어 결과적으로 복잡성이 감소됨을 알 수 있다.

5. 수치 예

본 장에서는 고객수요의 도착율, 단위서버의 서비스율, 단위수요에 대한 수익, 단위기간으로 치환된 단위서버에 대한 비용, 단위대기용량에 대한 비용, 단위제품의 단위기간 재고유비비용, 단위제품의 단위기간 추후납품비용이 주어졌을 때 이에 대한 서버와 대기용량의 최적 배분, 배분의 한계치, 최적 기초재고수준, 최대이익을 제시한다. 본 예에서는 생산율에 대한 수익함수나 서버나 대기용량에 대한 비용함수는 모두 선형으로 가정하였다. 표1에서는 제시하고자하는 예의 기본 자료를 제시하고 표2에서는 계층적 접근에 의한 결과와 동일한 문제에 대하여 통합적 접근에 의한 예를 제시하여 두 결과를 비교한다.

표1 기본자료

번호	도착율	서비스율 / 서버	수익 / 수요	비용 / 서버	비용 / 대기용량	재고유지비용 / 제품-기간	추후납품비용 / 제품-기간
1	20	10	20	15	10	5	6
2	15	5	5	3	2	1	1.5
3	10	6	10	25	15	4	6
4	10	4	10	20	15	3	5
5	10	4	10	15	10	3	4
6	10	4	10	12	8	2	3
7	10	4	10	15	6	2	3
8	10	4	10	12	6	2	3
9	10	4	10	11	6	2	3
10	10	4	10	10	6	2	3
11	10	3	30	5	3	1	2
12	10	2.4	3	1	0.5	0.2	0.3

표2. 최적배분

번호	계층적 접근의 최적해						통합적 접근의 최적해				
	제조시스템			유통센터		이익	서버	대기용량	기초재고	이익	대기용량 한계치
	서버	대기용량	이익	기초재고	비용						
1	4	5	311.82	2	5.73	306.09	4	5	2	306.09	33
2	5	6	53.35	3	1.53	51.82	5	6	3	51.82	30
3	2	2	15.75	1	3.04	12.71	2	2	1	12.71	2
4	2	2	12.83	2	2.04	10.79	2	2	2	10.79	2
5	3	3	26.78	2	2.59	24.19	3	3	2	24.19	4
6	4	4	37.01	2	2.45	34.56	4	4	2	34.56	7
7	3	4	29.96	3	2.52	27.44	3	4	3	27.44	8
8	3	4	38.96	3	2.52	36.44	3	4	3	36.44	8
9	3	4	41.96	3	2.52	39.44	3	4	3	39.44	10
10	4	5	45.43	3	2.80	42.63	4	5	3	42.63	11
11	6	8	257.74	4	2.01	255.73	6	8	4	255.73	25
12	6	9	21.41	5	0.42	20.99	6	9	5	20.99	48

표2의 결과에 의하면 계층적 접근과 통합적 접근 두 접근방법이 모두 제시된 조건에서 동일한 결과를 제시하고 있다. 계층적 접근은 공급체인 전체로서 최적해를 제시한다는 보장이 없으나 각 계층에서는 이론적으로 최적화된 결과를 보장하며 통합적 접근은 공급체인 전체로서의 최적화를 추구하나 수치적인 결과에 의존하여 이론적으로 문제가 있다. 그러나 주어진 결과는 일반적인 경우에 두 방법 모두가 최적해를 도출하는데 효율적으로 활용될 수 있는 방법임을 제시한다.

그러나 두 접근 방법이 항상 동일한 결과를 보장하는 것은 아니다. 한 예를 들면 위의 예6(도착율=6, 서비스율=4, 수익=10, 서버비용=12, 대기용량비용=8, 재고유지비용=2, 추후납품비용=3)에서 재고유지비용=8, 추후납품비용=10으로 증가되면 계층적 접근방법의 제조시스템의 최적해는 서버배분=4, 대기용량=4, 이익=37.01이 되며 이에 상응하는 유통센터의 최적 기초재고수준=2 비용은 8.71이 되고 결과적으로 이익은 28.30이 되나 통합적 접근의 최적해는 서버배분=3, 대기용량배분=3, 기초재고수준=2, 그리고 이익=29.06이 된다. 이 경우 재고유지비용이나 추후납품비용이 매우 높게 산정되어 실제 현상을 반영하는 데는 문제가 있으나 두 접근 방법이 서로 다른 결과를 제시한 예가 될 것이다.

표3에서는 통합적 접근에 있어서 표2에서 얻어진 대기용량의 한계치를 서버배분의 한계치로 연장한 결과를 제시하고 있다. 주어진 결과로부터 서버나 대기용량의 확보비용과 비교하여 제품 단위 당 수익이 커지면 대기용량이나 서버의 한계치가 커짐을 알 수 있으며 반대로 대기용량이나 서버의 단위당 비용이 상대적으로 커지면 대기용량이나 서버의 한계치가 적어짐을 알 수 있으며 주어진 결과는 쉽게 추론될 수 있다. 그러나 제시된 모든 경우에 한계분석법을 적용하여도 동일한 최적해를 얻을 수 있었으며 이로부터 이론적인 증명은 부족하나 결과적으로 이익함수가 최소한 광의의 의미에서 오목함수이며 unimodal한 함수임을 추론할 수 있다.

표3. 서버의 한계치

도착율	서비스율/서버	수익 / 수요	비용 / 서버	비용/대기용량	재고유지비용	추후납품비용	대기용량 한계치(c_L)	서버 수 한계치					
10	4	10	15	10	3	4	4	c	1	$\cdots$	4		
								$s_{L(c)}$	1	$\cdots$	4		
10	4	10	12	8	2	3	7	c	1	$\cdots$	7		
								$s_{L(c)}$	1	$\cdots$	7		
10	4	10	15	6	2	3	8	c	1	$\cdots$	6	7	8
								$s_{L(c)}$	1	$\cdots$	6	6	6
10	4	10	12	6	2	3	8	c	1	$\cdots$	8		
								$s_{L(c)}$	1	$\cdots$	8		
10	4	10	11	6	2	3	10	c	1	$\cdots$	9	10	
								$s_{L(c)}$	1	$\cdots$	9	8	
10	4	10	10	6	2	3	11	c	1	$\cdots$	10	11	
								$s_{L(c)}$	1	$\cdots$	10	8	

6. 결론

본 논문에서는 제조시스템, 유통센터, 시장의 세 단계로 구성된 공급체인을 통합적으로 설계하는 문제를 다루었다. 제조시스템은 M/M/s/c 대기시스템으로 모형화되어 서버와 대기용량의 함수로 결정되는 생산율과 이에 따른 수익함수가 존재하며 서버와 대기용량 확보를 위한 비용함수가 존재한다. 유통센터의 재고관리는 기초재고정책에 의하며 제조시스템의 제조능력과 유통센터의 기초재고수준의 함수로 산정되는 비용함수가 존재한다. 그러므로 본 논문에서는 제조시스템과 유통센터를 통합적으로 고려하여 수익함수와 비용함수의 차로 산정되는 이익함수를 최대로 하도록 제조시스템의 제조능력과 유통센터의 기초재고수준을 동시에 설계하는 문제를 다루었다.

이를 위하여 주어진 최적화 문제의 설계모수들에 대한 일계특성과 이계특성이 도출되었고 주어진 특성에 근거하여 계층적 접근방법과 통합적 접근방법의 두 종류의 접근방법을 제시하였다. 계층적 접근방법은 상위단계를 제조시스템, 하위단계를 유통센터로 하여 먼저 대부분의 비용과 수익이 존재하는 제조시스템을 최적화하고 이에 기준하여 유통센터의 최적화를 추구하는 접근방법이며 통합적 접근방법은 제조시스템과 유통센터를 통합적으로 최적화를 추구하는 접근방법이다. 계층적 접근방법은 공급체인 전체로서의 최적화를 보장하지 못하나 각 계층은 이론적인 근거 위에 최적화되며 통합적 접근은 공급체인 전체로서 최적화를 추구하나 수치적 결과에 의존하여 이론적으로 문제가 있다. 수치적인 예에 의하면 두 방법은 모두 효율적으로 활용될 수 있음을 확인할 수 있다.

참고문헌

Chang, C., X. Cao, M. Pinedo, and J.G. Shanthikumar, "Stochastic Convexity for Multidimensional Processes and Its Applications," IEEE Transaction, Automatic Control, 36(1991), 1347-1355.

Chen, F. and Y. Zheng, "Lower Bounds for Multi-Echelon Stochastic Inventory Systems," Management Science, 40(1994), 1426-1443.

Clark, A. and H. Scarf, "Optimal Policies for a Multi-Echelon Inventory Problem," Management Science, 6(1960), 475-490.

Iyer, A.V. and A. Jain, "Modeling the Impact of Merging Capacity in Production-Inventory Systems," Management Science, 50(2004), 1082-1094.

Pacheco, A., "Second Order Properties of the Loss probability in M/M/s/s+c Systems," Technical Report No. 1011, School of OR&IE, Cornell University, New York(1992).

Pacheco, A., "Second Order properties of the Loss Probability in M/M/s/s+c Systems," Queueing Systems, 15(1994), 289-308.

Rubio, R. and L.M. Wein, "Setting Base Stock Levels Using Product-Form Queueing Networks," Management Science, 42(1996), 259-268.

Shanthikumar, J.G. and D.D. Yao, Optimal Server Allocation in a System of Multi-Server Stations," Management Science, 33(1987), 1173-1180.

Sobel, M.J., "Optimal Average Cost Policy for A Queue with Start-Up and Shut-Down Costs," Operations Research, 17(1969), 145-162.

Zheng, Y.S. and P. Zipkin, "A Queueing Model to Analyze The Value of Centralized Inventory Information," Operations Research. 38(1990), 296-307.