

# 와전류 브레이크를 위한 영구자석 배열의 최적설계

최재석<sup>†</sup> · 유정훈\*

## Optimal Design of Permanent Magnet Arrays for Eddy Current Brakes

Jae Seok Choi and Jeonghoon Yoo

**Key Words :** Eddy current brake(와전류 브레이크), Permanent magnet(영구자석), Optimal design(최적설계), Finite element analysis(유한요소해석)

### Abstract

Eddy current is usually generated in material with high conductivity by time-varying source such as AC current and also is induced in the moving source with relative velocity. The contactless magnetic brakes make use of the braking force from the eddy current generated by moving source and currently used for the secondary brakes of heavy trucks, buses and rail vehicles. This study aims to design the magnetization pattern of a permanent magnet type eddy current brake system to maximize the braking force. The analysis of the brake system is based on the two-dimensional finite element analysis. We use the sequential linear programming as the optimizer and the adjoint variable method for the sensitivity analysis.

### 1. 서론

와전류(eddy current) 브레이크는 전통적인 접촉식 제동장치와 달리 마찰, 소음으로부터 자유로울 뿐만 아니라 빠른 응답속도를 갖는다. 하지만 유도전류로 인한 많은 열의 발생과 열변형 그리고 저속인 경우에 제동력이 거의 발생하지 않는다는 단점도 있다. 그러나 비접촉 제동과 고속으로 운동할 때 발생하는 큰 제동력의 잇점은 다른 단점들을 상쇄시킬 수 있다.

지금까지의 영구자석 배열의 설계는 주로 설계자의 직관에 의해 이루어졌으며 최적화 설계법을 이용한 시도는 거의 없는 실정이다<sup>(1)</sup>. 본 연구에서는 영구자석의 자화방향을 설계변수로 설정하여 브레이크 시스템의 제동력을 극대화하기 위한 자화 패턴을 설계하고자 한다. 와전류 브레이크 시스템의 해석은 일반적으로 과도해석과 정적해석으로 분류할 수 있다<sup>(2)</sup>. 전자기원(electromagnetic source)이 움직일 때, 이동 방향으로 모델의 형상

(geometry)이 변화하지 않는다면 일반적인 정자계를 위한 지배방정식에 속도와 도전율항을 추가하여 해석함으로써 과도해석을 피할 수 있다. 본 연구는 긴 직선의 레일과 직사각형 형상의 영구자석으로 구성된 단순한 브레이크 모델을 대상으로 하기 때문에 정적인 해석이 용이하다.

### 2. 유한요소 해석

와전류  $\mathbf{J}_{eddy}$  는 교류(AC)나 전도성 물질의 시변 전자기원에 대한 상대적인 운동으로 발생되며 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$\mathbf{J}_{eddy} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (1)$$

여기서  $\sigma$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{B}$  는 각각 도전율(conductivity), 전계강도(electric field intensity), 운동속도, 자속밀도(magnetic flux density)를 나타낸다. 본 연구에서는 전도성 재료의 상대적인 운동만을 고려하기 때문에 지배방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{A}_z - \mathbf{B}_r) - \sigma \mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{A}_z) = \mathbf{J}_z \quad (2)$$

<sup>†</sup> 논문발표자, 연세대학교 기계공학과 대학원  
E-mail : gattz@yonsei.ac.kr  
Tel : (02) 2123-2859, Fax : (02) 362-2736

\* 연세대학교 기계공학부

여기에서  $\mu$ ,  $\mathbf{B}_r$ ,  $\mathbf{J}_z$ 는 각각 자기투과율, 잔류전속밀도,  $z$ 방향 잔류밀도를 의미하며, 본 연구는 2차원 모델을 다루기 때문에  $z$ 방향의 벡터포텐셜  $\mathbf{A}_z$ 이 사용된다. 직교 좌표계와 갤러킨(Galerkin)법을 이용하면 아래와 같은 유한요소식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}_z}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}_z}{\partial y} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \right) dx dy + \sigma \iint_{\Omega} \left( \mathbf{N} \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}_z}{\partial x} v_x + \mathbf{N} \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}_z}{\partial y} v_y \right) dx dy \\ = \iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left( B_{rx} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} - B_{ry} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \right) dx dy \end{aligned} \quad (3)$$

강성행렬은 Laplasian 항과 대류항에 의해 구성되며, 힘 벡터는 영구자석에 의한 잔류전속밀도에 의해 이루어진다. 일반적인 유한요소해석과 다른 점은 강성행렬의 대칭성이 대류항에 의해 깨지는 점이다. 따라서 선형방정식을 풀고 보조변수법(adjoint variable method)에 의한 민감도 해석을 할 때 주의가 요구된다.

### 3. 최적설계 및 결과평가

#### 3.1 최적화문제의 정식화

관심 모델은 그림 1과 같이 철(iron)로 이루어진 레일과 수십 개의 영구자석으로 구성된 간단한 와전류 브레이크 시스템이다. 그림 상에서는 레일이  $+x$  방향으로 움직인다고 가정하였지만 영구자석들이  $-x$  방향으로 이동하는 것과 같은 효과를 갖는다. 설계변수는 영구자석들을 구성하는 각 유한요소들의 자화 방향(magnetization direction)을 나타내는  $\theta$ 이다. 따라서 주어진 최적화 문제는 설계영역내의 최적화된  $\theta$ 의 분포를 찾는 문제와 동일하다.  $x$ 와  $y$ 방향의 잔류전속밀도는 설계변수  $\theta$ 를 이용하여 나타낼 수 있다.

$$B_{r,x}^e = \bar{B}_r \cos \theta, \quad B_{r,y}^e = \bar{B}_r \sin \theta \quad \theta \in [0, 2\pi] \quad (4)$$

여기서  $\bar{B}_r$ 은 사용되는 재료의 잔류 자속밀도로 본 연구에서는  $B_r = 1.35T$ 의 네오디뮴(neodymium, Nd) 자석을 가정하며, 본 연구의 최적화 문제는 다음과 같이 정식화된다.

$$\begin{aligned} \text{Min: } \Phi(\theta) &= \frac{1}{2\mu_0} \iint_{\Gamma} \left[ (B_x^2 - B_y^2) \hat{\mathbf{n}}_x + 2B_x B_y \hat{\mathbf{n}}_y \right] dl \\ \text{s.t.: } & 0 \leq \theta_i \leq 2\pi, \quad i: 1 \text{ to } Ne \end{aligned} \quad (5)$$

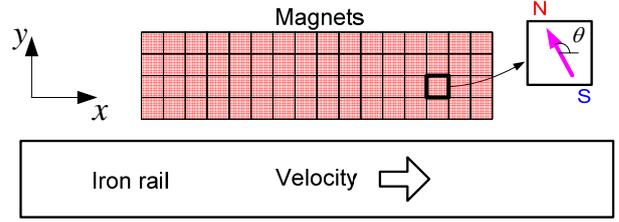
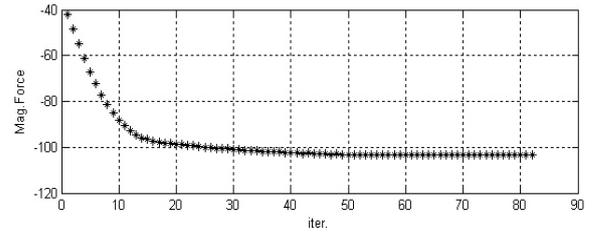
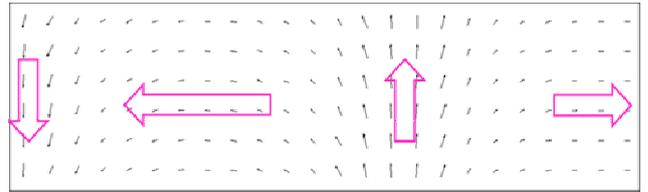


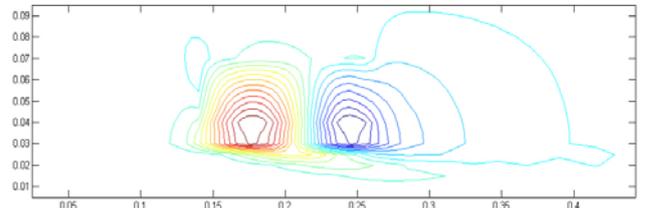
Fig. 1 Schematic diagram for the magnet pattern design of eddy current brakes



(a) Convergence history



(b) Optimized magnetization



(c) Magnetic flux line plot

Fig. 2 Optimization results of the eddy current brake system

여기서  $Ne$ 는 설계영역 내의 요소 개수이다. 그림 1에서 보듯이 레일이  $+x$  방향으로 이동한다고 가정하였기 때문에  $+x$ 방향의 자기력의 최소화를 목적함수로 정의함으로써 제동력을 극대화할 수 있다. 제동력은 맥스웰 응력법(Maxwell stress tensor method)<sup>(3)</sup>에 의해 계산된다.

#### 3.2 최적설계 결과

브레이크 시스템의 해석은 2차원 유한요소해석을 이용했으며, 목적함수의 민감도는 보조변수법을 통하여 계산하였다. 또한 설계변수의 업데이트는 심플렉스법(simplex)에 기반한 순차적 선형 프로그래밍(Sequential linear programming)을 이용하였다. 설계영역은  $6 \times 24$ 개의 유한요소로 이루어지며 최적화 결과는 그림 2와 같다. 그림 2(a)는 제동력

이 수렴되는 과정을 나타내며 그림 2(b)는 최적화된 자화 패턴을 나타낸다. 흥미로운 사실은 이 패턴을 단순화시키면 ‘↓←↑→’의 할바(Halbach) 영구자석<sup>(1,4,5)</sup>과 동일한 패턴을 얻을 수 있다는 점이다. 할바 배열은 한 쪽 면에서 발생하는 자기장은 증대되고, 다른 쪽 면의 자기장은 상쇄되는 자석배열이다. 그림 2(c)에서 보듯이 레일 쪽을 향한 면에서 자기장이 증대된 반면 다른 쪽 면에서는 자기장의 흐름을 발견하기 어렵다.

#### 4. 결론

영구자석 방식의 와전류 브레이크의 제동력을 향상시키기 위하여 영구자석 배열을 최적화하였다. 영구자석의 자화방향을 설계변수로 설정하여 최적화된 결과 할바 배열과 동일한 패턴을 얻을 수 있었다.

#### 후 기

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구(R01-2006-000-10074-0)의 지원을 받아 이루어졌습니다. 이에 관계자 여러분께 감사 드립니다.

#### 참고문헌

- (1) Choi, J. S. and Yoo, J., 2008, “Design of the Halbach magnet array based on optimization techniques,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 44, No. 10, pp. 2361-2366.
- (2) Bastos, J. P. A. and N. Sadowski, 2003, *Electromagnetic Modeling by Finite Element Methods*, Marcel Dekker, Inc., New York.
- (3) Salon, S. J., 1995, *Finite Element Analysis of Electrical Machines*, Kluwer Academic Publishers, Norwell.
- (4) Mallinson, J. C., 1973, “One-sided fluxes-a magnetic curiosity?”, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 9, No. 4, pp. 678-682.
- (5) Halbach, K., 1980, “Design of permanent multipole magnets with oriented rare earth cobalt material,” *Nucl. Instrum. Methods*, Vol. 169, pp. 1-10.