

형상기억합금 트러스 구조물을 이용한 스텐트의 설계 및 해석

양성필[†] · 김상현* · 조맹효**

Stent modeling and simulation of truss structure using SMA

Seongpil Yang, Sanghaun Kim and Manghyo Cho

Key Words : Shape memory alloy(형상기억합금), Stent(스텐트), Finite element analysis(유한요소해석)

Abstract

Recently, many patients related to heart disease have surgical operation by expanding a blood vessel to treat the angiostenosis. So far most angioplasties have been performed using balloon-dilative stent made of stainless steel. Some researchers are studying the stent made of shape memory alloy (SMA) to operate the angioplasty more easily. and there are several papers which introduce the angioplasty using SMA. However, most of the analysis models for stents are constructed using solid elements. So much computing time is required to solve the analysis model. In this study, we suggest the SMA stent model using 1D truss element which is much faster than stent model using 3D solid element. To represent non-linear behavior of SMA, we apply 1D SMA constitutive equation of Lagoudas'. Pseudo-elastic behavior of stent structures is presented as a numerical example.

기호설명

ξ : 마르텐사이트 체적비
 Π : 열역학적 힘
 G : 깁스 프리에너지
 Λ : 상면위 텐서
 λ : 라그랑지 승수

1. 서론

지난 2007 년 통계청에서 발표한 사망원인 생명표에 의하면 암에 의해 사망할 확률 다음으로 순환계질환으로 사망할 확률이 높은 것으로 나타나 있다. 또한 북미에서는 순환계질환이 질병으로 인

한 가장 큰 사망원인으로 나타나 있다. 구체적으로, 매년 사망하는 미국인과 캐나다인 중 각각 약 35%, 30%가 심장질환으로 사망하고 있다.

혈관에 지방성 물질의 협착이 생기면, 초기에는 풍선확장을 이용한 시술을 행하여 혈관의 면적을 키웠다. 하지만 혈관에 지방의 재협착으로 인해 최근에는 강철이나 형상기억합금을 이용한 마이크로 스텐트(Micro stent) 시술이 각광을 받고 있다. (실제로 스텐트를 이용하면 풍선확장술을 이용한 것보다 20-30%가량 재협착이 일어날 가능성이 줄어든다.)

이렇게 스텐트의 재료로 사용할 수 있는 형상기억합금(Shape memory alloy)은 소성변형이 없이도 오스테나이트와 마르텐사이트 사이의 상변이에 의해 최대 10%의 큰 변형률을 얻을 수 있는 특징을 가진 합금이다. 이러한 특징으로 인해 형상기억합금은 일반적인 금속이나 합금에서는 찾아볼 수 없는 초탄성(superelasticity) 거동과 형상기억효과(shape memory effect) 등이 나타난다.

[†] 회원, 서울대학교 기계항공공학부
E-mail : spyang@snu.ac.kr
TEL : (02)880-1695 FAX : (02)883-1645

* 서울대학교 기계항공공학부

** 서울대학교 기계항공공학부

본 연구에서는 다른 논문들과는 달리 트러스 구조를 이용한 스텐트를 설계하여 해석한다. 또한 형상기억합금을 이용한 스텐트의 거동을 살펴봄으로써 형상기억효과를 적용한 스텐트의 활용방안을 모색한다.

2. 구성방정식

2.1 형상기억합금 구성방정식.

형상기억합금은 온도와 응력이 변화함에 따라 오스테나이트와 마르텐사이트 사이의 상변이가 일어나게 되는데, 마르텐사이트 체적비 ξ 를 이용하여 순수 상변이만을 고려하면 Gibbs 자유에너지를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$G = G^A(\sigma_{ij}, T) + \xi [G^M(\sigma_{ij}, T) - G^A(\sigma_{ij}, T)] + G^{mix} \quad (1)$$

G^{mix} (Transformation Strain)는 응력 또는 온도의 변화에 따라 미세하게 발생하므로 이들의 효과를 무시할 수 있다.

$$G^{mix} = G^{mix}(\sigma_{ij}, T, \xi, \varepsilon'_{ij}) = f(\xi, \varepsilon'_{ij}) \quad (2)$$

식(1),(2)에 의해 SMA의 총 Gibbs 자유에너지는 다음과 같이 표현된다. 또한 이 식은 상변이 동안에도 에너지가 보존됨을 보여준다.

$$G = G^A(\sigma_{ij}, T) + \xi [G^M(\sigma_{ij}, T) - G^A(\sigma_{ij}, T)] + f(\xi, \varepsilon'_{ij}) \quad (3)$$

하지만 위 식(3)의 표현은 상변이 정도를 ξ 로 나타내었기 때문에 미세구조에서 재복귀효과를 설명할 수 없다는 한계가 있다. 그러나 거시적인 현상학적 거동은 정확하게 표현할 수 있다.

$$G(\sigma_{ij}, T, \xi, \varepsilon'_{ij}) = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{2} \bar{S} : \sigma - \frac{1}{\rho} \sigma : \left[\bar{\alpha}(T - T_0) \right] + \bar{c} \left[(T - T_0) - T \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \right] - \bar{s}_0 T + \bar{u}_0 + f(\xi) \quad (4)$$

$$\begin{cases} \bar{S} := S^A + \xi \Delta S \\ \bar{\alpha} := \alpha^A + \xi \Delta \alpha \\ \bar{c} := c^A + \xi \Delta c \\ \bar{s}_0 := s_0^A + \xi \Delta s_0 \\ \bar{u}_0 := u_0^A + \xi \Delta u_0 \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta S = S^M - S^A \\ \Delta \alpha = \alpha^M - \alpha^A \\ \Delta c = c^M - c^A \\ \Delta s_0 = s_0^M - s_0^A \\ \Delta u_0 = u_0^M - u_0^A \end{cases}$$

위 식(4)는 식(3)에 대하여 형상기억합금이 가지

고 있는 오스테나이트와 마르텐사이트 두 상의 물성치를 이용하여 나타낸 식이다. 여기서, s 는 컴플라이언스, α 는 열팽창 계수, c 는 비열, s_0 는 초기엔트로피, u_0 는 초기내부에너지를 나타낸다.

$$T\dot{\eta} = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}'_{ij} - \rho \dot{\psi} - \rho s \dot{T} \geq 0 \quad (5)$$

식(5)는 열역학적 제 1 법칙과 Helmholtz 자유에너지 식을 이용하여 열역학 제 2 법칙인 Trussdell&Noll Strong local form으로 실제 자연계에서와 같은 에너지의 발산을 표현한 식이다. 여기에서는 열발산(Heat Radiation)과 열발생(Heat Generation)이 없다고 가정하였다. ($T\dot{\eta} \geq 0$)

$$\dot{G} = \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial G}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial G}{\partial \xi} \dot{\xi} + \frac{\partial G}{\partial \varepsilon'_{ij}} \dot{\varepsilon}'_{ij} \quad (6)$$

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{te} + \varepsilon'_{ij} \quad (7)$$

총 Gibbs 자유에너지의 시간에 대한 증분 형태인 식(6)과 변형률을 열탄성과 상변이 부분으로 나눈 식(7)에 의해서 식(5)는 다음의 에너지 발산 식이 전개된다.

$$T\dot{\eta} = \left(\sigma_{ij} - \rho \frac{\partial G}{\partial \varepsilon'_{ij}} \right) \dot{\varepsilon}'_{ij} - \rho \frac{\partial G}{\partial \xi} \dot{\xi} \geq 0, \quad T\dot{\eta} \geq \phi' z \quad (8)$$

여기서 ϕ' 는 상변이 동안에 발생하는 에너지 발산을 나타내며 일관성 방정식(Consistent Equation)이라고 한다. 그리고 경화함수 $f(\xi, \varepsilon'_{ij})$ 는 상변이 변형률 (ε'_{ij})에 독립적이다. 즉, Kinematic Transformation Hardening가 무시된 탄성 변형에너지를 담당하며 항상 양의 값을 가져야 한다. 또한 상변이 동안 다른 구별되는 미세구조의 형성 때문에 변곡점이 존재해야 한다. 또한 앞서 언급된 이유로 상변이 변형률은 마르텐사이트 체적증분에 비례할 것이다.

$$f = f(\xi), \quad f(0) = 0, \quad f(\xi) \geq 0 \quad (9)$$

$$\dot{\varepsilon}'_{ij} = \Lambda_{ij} \dot{\xi}$$

여기서 Λ_{ij} 는 상변이 텐서로서 형상기억합금의 종류 또는 축방향에 따른 상변이 정도를 나타낸다. 식(9)를 식(8)에 대입하면 에너지 발산식이 다음과 같이 간단하게 전개된다.

$$T\dot{\eta} = \left(\sigma_{ij} \Lambda_{ij} - \rho \frac{\partial G}{\partial \xi} \right) \dot{\xi} = \Pi \dot{\xi} \geq 0, \quad T\dot{\eta} = \phi' \quad (10)$$

위의 식에서 Π 는 열역학적 힘 (Thermodynamic Force)이라고 하며 열역학적 힘과 마르텐사이트 체적증분량의 곱으로 구해지는 일관성 방정식은 다음에 나오는 Kuhn-Tucker Condition에 의해 주어진 온도에서의 탄성구간과 상변이 구간을 나타내는 중요한 식이 된다.

$$\dot{\xi} = \lambda \frac{\partial \phi'}{\partial \Pi} \quad (11)$$

$$\lambda \geq 0 \text{ and } \phi' \leq Y \Rightarrow \lambda(\phi' - Y) = 0 \quad (12)$$

$$\Pi < \pm Y^*, \quad \dot{\xi} = 0 : \text{Elastic Region} \quad (13)$$

$$\Pi = \pm Y^*, \quad \dot{\xi} > 0 : \text{Transformation Region}$$

식(11)은 관련흐름법칙으로써 라그랑지 승수 (Lagrange multiplier: λ)는 마르텐사이트 체적변형률에 비례한다는 것이고, 식(12)는 일반적인 Kuhn-Tucker Condition의 형태이며, 여기서 Y 는 상변이가 일어나기 시작하는 시점의 응력값을 나타낸다. 식(13)은 유도된 SMA 구성방정식에 대한 Kuhn-Tucker Condition을 적용한 것으로써, 앞서 언급한 바와 같이 제안된 구성방정식에 의한 형상기억합금의 거동이 탄성 구간과 상변이 구간으로 연속성 있게 거동하도록 하는 중요한 식이다. 여기서 Y^* 는 Y 와 ϕ' 의 관계를 Π 의 관계로 나타낸 값이다. 변형이 시간증분에 대해 독립적(Rate-Independent)이라는 가정하에 에너지발산식(Dissipation Potential) ϕ' 도 Rate-Independent이다.

$$\dot{\phi}' = 0 \quad (14)$$

위 식은 상변이 구간에서 일관성 조건을 나타내며 이 조건과 식(10)을 이용하면 다음과 같이 열역학적 힘에 대한 일관성 조건이 구해진다.

$$\dot{\Pi} = 0 \quad (15)$$

식(15)는 상변이 구간에서 연속조건을 나타내며 이를 이용하면 다음과 같은 접선 관계식이 구해진다.

$$d\sigma = \left[\bar{S}^{-1} - \frac{\bar{S}^{-1} : \frac{\partial \Pi}{\partial \sigma} : \bar{S}^{-1} : \frac{\partial \Pi}{\partial \sigma}}{\frac{\partial \Pi}{\partial \sigma} : \bar{S}^{-1} : \frac{\partial \Pi}{\partial \sigma} \mp \frac{\partial \Pi}{\partial \xi}} \right] : d\varepsilon + \bar{S}^{-1} : \left[\frac{\partial \Pi}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \sigma} : \bar{S}^{-1} : \bar{\alpha} - \frac{\partial \Pi}{\partial T} \right) - \bar{\alpha} \right] dT \quad (16)$$

$$\Pi = \sigma : \Lambda + \frac{1}{2} \sigma : \Delta S : \sigma + \sigma : \Delta \alpha (T - T_0) - \rho \Delta c \left[(T - T_0) - T \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \right] + \rho \Delta s_0 T - \rho \Delta u_0 - \rho \frac{\partial f}{\partial \xi} \quad (17)$$

식(15),(16)을 이용하여 상변이 구간에서의 응력, 온도, 마르텐사이트 체적증분량을 구할 수 있다.

2.2 트러스 구조물의 선형 유한요소해석 정식화

2.2.1 트러스 구조물의 유한요소해석 정식화

트러스 구조를 FEM을 통해 해석하려면 먼저 각 트러스의 요소를 아래의 식(18)과 같이 3차원의 전체좌표계에서 1차원의 국부좌표계로 변환해주는 것이 필요하다.

$$\mathbf{q}' = \mathbf{L}_e \mathbf{q}, \quad \mathbf{L}_e = \begin{bmatrix} l & m & n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l & m & n \end{bmatrix} \quad (18)$$

위 식(18)의 변환행렬(Transformation Matrix)로서는 각 X,Y,Z 축의 방향코사인이다. 국부 좌표계(Local Coordinate)에서 변형률-변위 행렬(\mathbf{B}_e)과 국부(Local)강성행렬(\mathbf{k}'_e)은 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{B}_e = \frac{1}{l_e} [1 \quad -1] \quad , \quad \mathbf{k}'_e = \mathbf{B}_e^T E_e \mathbf{B}_e A_e l_e \quad (19)$$

$$\mathbf{k}_e = \mathbf{L}_e^T \mathbf{k}'_e \mathbf{L}_e \quad (20)$$

그리고 식(19)의 국부(Local)좌표계에서의 강성행렬에 변환행렬을 사용하면 전체(Global)좌표계에서의 강성행렬이 완성된다. 여기서 E_e 는 요소의 탄성계수, A_e 는 요소의 단면적, l_e 은 요소의 길이를 나타낸다. 선형에서 증분 평형방정식과 응력 증분식은 다음과 같다.

$$\Delta \mathbf{F} = \mathbf{K} \Delta \mathbf{D} \quad , \quad \Delta \sigma_e = E_e \mathbf{B}_e \Delta \mathbf{q} \quad (21)$$

본 연구의 해석은 증분형태의 SMA 구성방정식의 수치해석을 위해 비교적 계산시간이 짧고 간단한 Cutting Plane Return Mapping Algorithm을 사용하

였다. 한편, 식(21)을 통해 증분힘(Incremental Force)에 대한 요소의 증분변위, 증분변형률, 증분응력을 구할 수 있다.

본 연구에서의 트러스 요소로 이루어진 스텐트 구조물은 외부에서 하중을 가하거나 제거하였을 때 변형을 해석하기 위해 원통좌표계에서 정의되는 변위에 대한 경계조건(Boundary Condition)을 적용하였다. 어떤 요소가 전체좌표계에 대해 α 의 각도만큼 기울어져 있다면 다음 식(22)와 같이 변환행렬(\mathbf{t})를 이용하여 국부좌표계의 변위 벡터(\mathbf{d})를 국부좌표계의 변위벡터(\mathbf{d}')로 나타내 주어야 한다.

$$\mathbf{d}' = \mathbf{t}\mathbf{d}$$

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (22)$$

위와 같은 변환행렬을 양쪽 끝단의 절점에 적용하여 식(21)의 양변에 곱해주면 다음 식(23)과 같다.

$$\mathbf{T}\Delta\mathbf{F} = \mathbf{TK}\Delta\mathbf{D} \quad (23)$$

가해지는 하중도 위의 변환된 변위행렬과 마찬가지로 다음 식(24)와 같이 좌표변환이 되고,

$$\mathbf{f}' = \mathbf{t}\mathbf{f} \quad (24)$$

이를 양쪽 끝단에 적용하면

$$\Delta\mathbf{F}' = \mathbf{TKT}^T\Delta\mathbf{D}' \quad (25)$$

위의 식(25)와 같은 결과를 얻을 수 있다.

3. 수치해석

3.1 스텐트 모델 설계

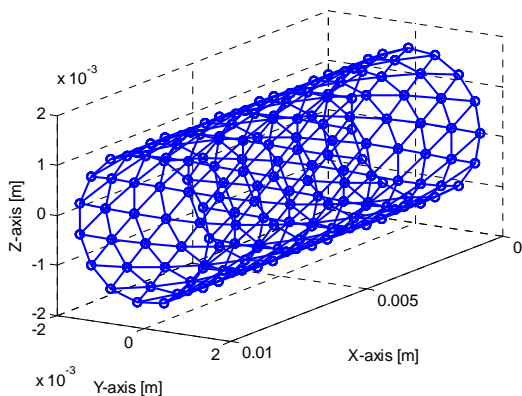


Fig. 1 Stent design of truss model

Table 1 Size and material properties of stent

A_r [K]	316	ϕ_{SMA} [mm]	0.08
A_s [K]	301	L [mm]	10
M_s [K]	276	E_A [Pa]	70e9
M_r [K]	260	E_M [Pa]	30e9

Fig.1 은 본 연구에서 수행된 수치해석 예제의 3차원 트러스형 스텐트 모델을 나타낸 그림이다. 위의 스텐트는 Medtronic AVE 사의 Medtronic AVE Modular Stent 모델을 사용하였다. 그리고 스텐트의 물성치와 크기는 다음 Table 1 과 같다.

이를 바탕으로 앞서 기술한 형상기억합금의 구성방정식과 트러스 구조물의 유한요소정식화를 사용하여 스텐트 구조물의 거동을 수치해석 할 수 있게된다.

3.2 수치해석 결과

Fig. 1 에 나와있는 스텐트 트러스 구조물을 해석하기 위해 각 절점마다 경사지지 경계조건을 주었다. 그리고 경계조건에 대한 타당성을 파악하기 위해 다음 Fig. 2 와 같이 한쪽 단면을 완전히 구속시킨 빔 스텐트 구조물과 경사지지 경계조건을 준 트러스 스텐트 구조물을 비교하여 보았다.(빨간색이 빔 구조물이고 파란색이 트러스 구조물이다.) 그 결과 두 구조물의 거동이 거의 같게 나타남을 알 수 있다.

그리고 나서 스텐트 트러스 구조물의 초탄성거동을 살펴보기 위해 오스테나이트 끝 온도인 316K 에서 끝단의 각 절점에 균일한 하중을 가하여 주었다. 이렇게 초탄성거동이 일어나는 온도조건을 맞추고 수치해석한 결과 다음 Fig. 3 과 같이 스텐트 구조물이 거동함을 볼 수 있었다.

Fig. 3 에서 보다시피 스텐트에 외력을 가하면

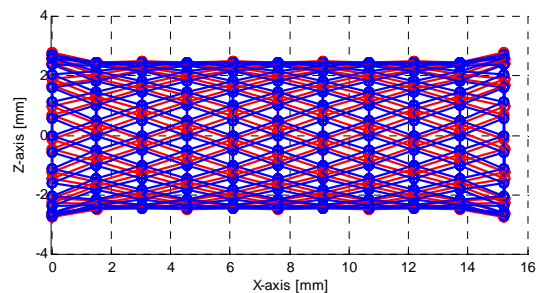


Fig. 2 Comparing truss and beam behaviors

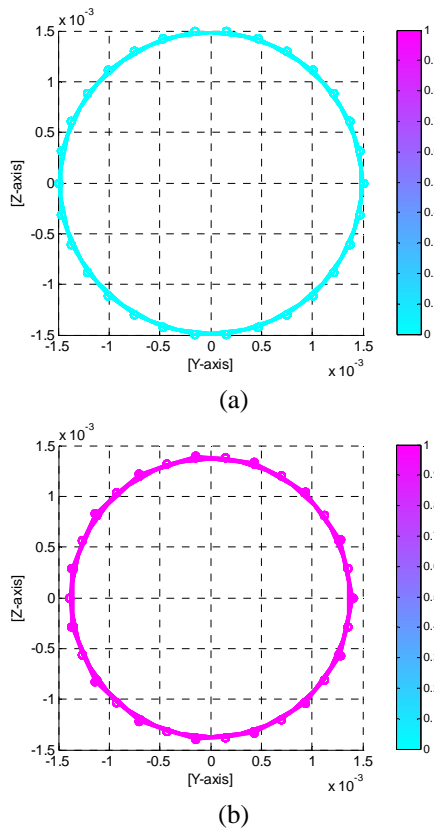


Fig. 3 Stent model behavior. (a) original shape, (b) deformed shape

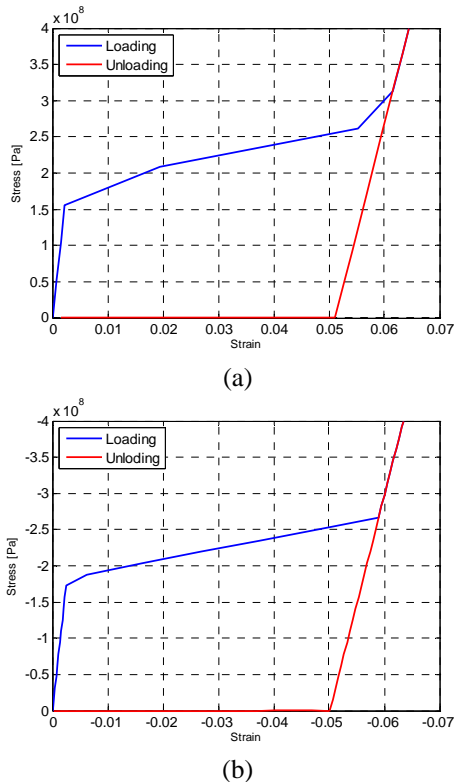


Fig. 4 SMA hysteresis. (a) extended element, (b) compressed element

길이방향으로는 구조물이 늘어나고 단면의 반지름 방향으로로는 수축하는 것을 확인할 수 있다. Fig. 4는 형상기억효과를 나타내는 그래프로써 스텐트에 한쪽 단면에 힘을 가하였다가 제거하면 그래프와 같이 변형이 남게 된다. 이후 스텐트를 혈관에 넣으면 스텐트는 원래 형상으로 돌아가게 된다.

4. 결론

본 논문을 통하여 의학적으로 사용되는 스텐트를 솔리드 구조가 아닌 트러스 구조로 모델링하여 해석하였다. 그 결과 솔리드 구조로 해석한 것보다 비슷한 결과를 훨씬 효율적으로 얻을 수 있었다. 그리고 형상기억합금을 스텐트의 재료로 사용하여 작은 외력으로도 상변이에 의해 구조물의 큰 거동을 일으키며 온도에 의해 형상을 제어할 수 있었다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소의 기초연구과제의 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- Reese, S., Christ, D., 2008, "Finite deformation pseudo-elasticity of shape memory alloys – Constitutive modeling and finite element implementation", *International Journal of Plasticity*, Vol. 24, pp. 455-482.
- Gu, L., Santra S., Mericle, R. A. and Kumar, A. V., 2005, "Finite element analysis of covered microstents", *J. of Biomechanics*, Vol. 38, pp. 1221-1227.
- Gay, M., Zhang, L. and Liu, W. K., 2006, "Stent modeling using immersed finite element method", *Computer method in applied mechanics and engineering*, Vol. 195, pp. 4358-4370.
- Migliavacca, F., Petrini, L., Colombo, M., Auricchio, F. and Pietrabissa, R., 2002, "Mechanical behavior of coronary stents investigated through the finite element method", *J. of Biomechanics*, Vol. 35, pp. 803-811.
- Therriault, P., Terriault, P., Brailovski, V. and Gallo, R., 2006, "Finite element modeling of a progressively expanding shape memory stent", *J. of Biomechanics*, Vol. 39, pp. 2837-2844.